NOVA

NATUURKUNDE VOOR DE BOVENBOUW









KEUZE & VAARDIGHEDEN

MAX

NATUURKUNDE 4-5-6

VWO / GYMNASIUM

NAAM EN KLAS

Bewaar dit boek! Het bevat examenstof.

MALMBERG

NOVA

NATUURKUNDE
KEUZE & VAARDIGHEDEN

AUTEURS

Hans van Bemmel
Lodewijk Koopman
Kim Krijtenburg-Lewerissa
Louis Lenders

EINDREDACTIE

Claud Biemans

MAX Release 3.0

Malmberg 's-Hertogenbosch

www.nova-malmberg.nl

AAN DE SLAG MET NOVA

P Praktijk

Herhaling

Uitdaging

Online

JOUW PERSOONLIJKE LEERROUTE

De opdrachten in de paragraaf zijn verdeeld in **basis** en **eindniveau**. Zorg dat je eerst de basis op orde hebt voordat je de opdrachten op eindniveau maakt. Hoe je dat doet, kies je zelf. Beheers jij de basis al? Dan kun je sneller aan de opdrachten op eindniveau beginnen.

BASIS

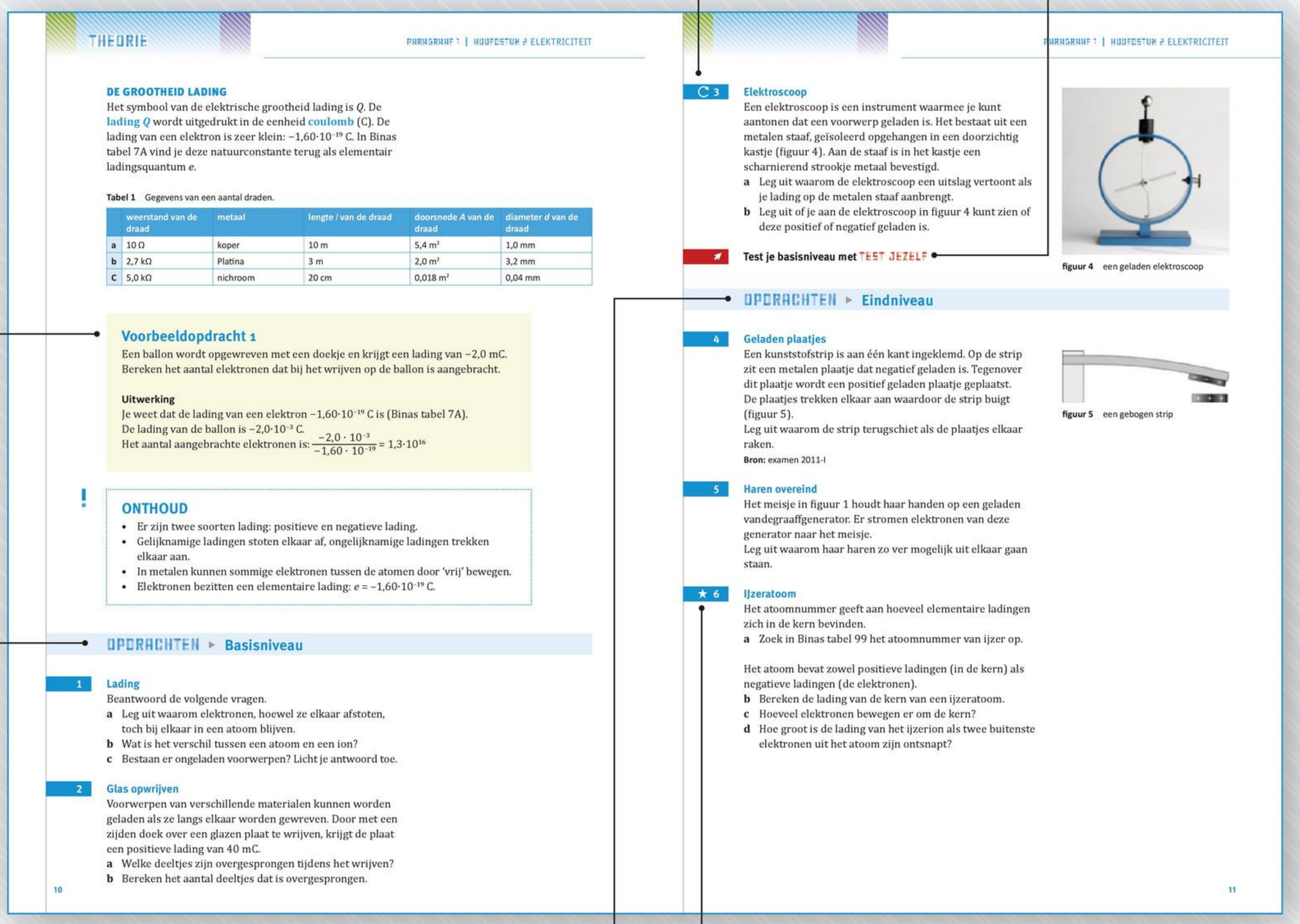
Dit moet je kennen en kunnen om de opdrachten op eindniveau te kunnen maken.

HERHALING

Als je extra wilt oefenen, maak je de herhalingsopdrachten.

TEST JEZELF

Test of je de basis kent. Je krijgt direct feedback en je ziet welke leerdoelen je wel en welke je nog niet beheerst.



THEORIE

PARAGRAAF 1 | HOOFDSTUK 2 ELEKTRICITEIT

DE GROOTHEID LADING

Het symbool van de elektrische grootheid lading is Q. De **lading Q** wordt uitgedrukt in de eenheid **coulomb** (C). De lading van een elektron is zeer klein: $-1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C. In Binas tabel 7A vind je deze natuurconstante terug als elementair ladingsquantum e.

Tabel 1 Gegevens van een aantal draden.

	weerstand van de draad	metaal	lengte l van de draad	doorsnede A van de draad	diameter d van de draad
a	10 Ω	koper	10 m	5,4 m²	1,0 mm
b	2,7 kΩ	Platina	3 m	2,0 m²	3,2 mm
c	5,0 kΩ	nichroom	20 cm	0,018 m²	0,04 mm

Voorbeeldopdracht 1

Een ballon wordt opgewreven met een doekje en krijgt een lading van −2,0 mC. Bereken het aantal elektronen dat bij het wrijven op de ballon is aangebracht.

Uitwerking

Je weet dat de lading van een elektron $-1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C is (Binas tabel 7A).
De lading van de ballon is $-2{,}0 \cdot 10^{-3}$ C.
Het aantal aangebrachte elektronen is: $\frac{-2{,}0 \cdot 10^{-3}}{-1{,}60 \cdot 10^{-19}} = 1{,}3 \cdot 10^{16}$

ONTHOUD

- Er zijn twee soorten lading: positieve en negatieve lading.
- Gelijknamige ladingen stoten elkaar af, ongelijknamige ladingen trekken elkaar aan.
- In metalen kunnen sommige elektronen tussen de atomen door 'vrij' bewegen.
- Elektronen bezitten een elementaire lading: $e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

OPDRACHTEN ▸ Basisniveau

1 Lading

Beantwoord de volgende vragen.

a Leg uit waarom elektronen, hoewel ze elkaar afstoten, toch bij elkaar in een atoom blijven.
b Wat is het verschil tussen een atoom en een ion?
c Bestaan er ongeladen voorwerpen? Licht je antwoord toe.

2 Glas opwrijven

Voorwerpen van verschillende materialen kunnen worden geladen als ze langs elkaar worden gewreven. Door met een zijden doek over een glazen plaat te wrijven, krijgt de plaat een positieve lading van 40 mC.

a Welke deeltjes zijn overgesprongen tijdens het wrijven?
b Bereken het aantal deeltjes dat is overgesprongen.

10

PARAGRAAF 1 | HOOFDSTUK 2 ELEKTRICITEIT

3 Elektroscoop

Een elektroscoop is een instrument waarmee je kunt aantonen dat een voorwerp geladen is. Het bestaat uit een metalen staaf, geïsoleerd opgehangen in een doorzichtig kastje (figuur 4). Aan de staaf is in het kastje een scharnierend strookje metaal bevestigd.

a Leg uit waarom de elektroscoop een uitslag vertoont als je lading op de metalen staaf aanbrengt.
b Leg uit of je aan de elektroscoop in figuur 4 kunt zien of deze positief of negatief geladen is.

Test je basisniveau met TEST JEZELF

figuur 4 een geladen elektroscoop

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

4 Geladen plaatjes

Een kunststofstrip is aan één kant ingeklemd. Op de strip zit een metalen plaatje dat negatief geladen is. Tegenover dit plaatje wordt een positief geladen plaatje geplaatst. De plaatjes trekken elkaar aan waardoor de strip buigt (figuur 5).
Leg uit waarom de strip terugschiet als de plaatjes elkaar raken.

Bron: examen 2011-I

figuur 5 een gebogen strip

5 Haren overeind

Het meisje in figuur 1 houdt haar handen op een geladen vandegraaffgenerator. Er stromen elektronen van deze generator naar het meisje.
Leg uit waarom haar haren zo ver mogelijk uit elkaar gaan staan.

★ 6 IJzeratoom

Het atoomnummer geeft aan hoeveel elementaire ladingen zich in de kern bevinden.

a Zoek in Binas tabel 99 het atoomnummer van ijzer op.

Het atoom bevat zowel positieve ladingen (in de kern) als negatieve ladingen (de elektronen).

b Bereken de lading van de kern van een ijzeratoom.
c Hoeveel elektronen bewegen er om de kern?
d Hoe groot is de lading van het ijzerion als twee buitenste elektronen uit het atoom zijn ontsnapt?

11

VOORBEELDOPDRACHT

Hier kun je zien hoe je gestructureerd een opdracht uitwerkt.

EINDNIVEAU

Als je deze opdrachten kunt maken, beheers je de stof van deze paragraaf.

EXTRA UITDAGING

★ De steropdrachten aan het eind van de paragraaf zijn extra uitdagend. Durf jij het aan?



PRAKTIJK

In het Praktijkartikel lees je waar je het onderwerp van het hoofdstuk in de praktijk tegenkomt. De groene P-opdrachten **P** gaan ook over deze toepassingen.



MAATSCHAPPIJ

Welke studie of welk beroep sluit goed aan op het onderwerp van het hoofdstuk? Dat lees je in Maatschappij.



VOORBEREIDEN OP DE TOETS

In de **Afsluiting** staan eindopdrachten waarin de belangrijkste leerdoelen uit het hoofdstuk in samenhang terugkomen op eindniveau. Ook is er een handige checklist. Zo kun je je optimaal voorbereiden op de toets.



UITGEBREIDE EXAMENTRAINING

In leerjaar 6 vind je een **extra hoofdstuk** met uitgebreide **examentraining**: examenvaardigheden en examenopgaven. Hiermee bereid je je goed voor op het eindexamen.

AAN DE SLAG MET NOVA

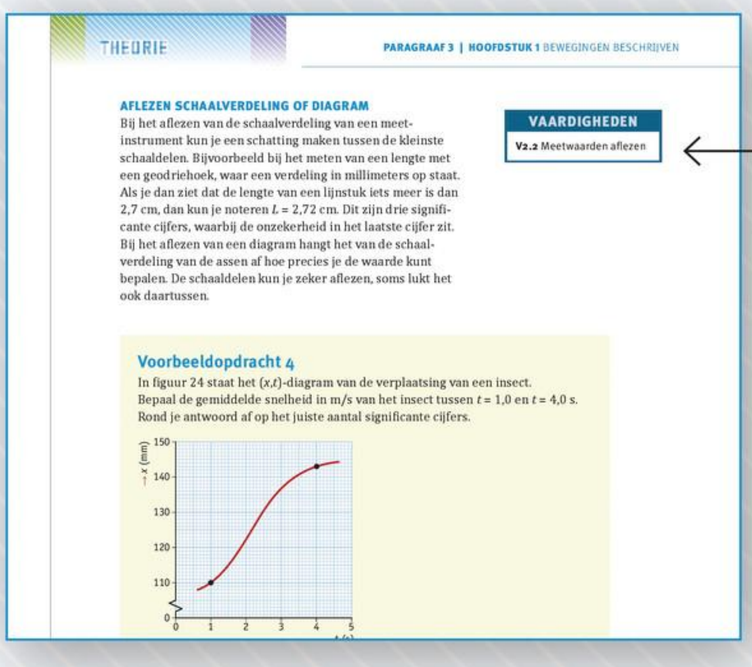
KEUZE & VAARDIGHEDEN

Bij natuurkunde kies je twee keuzeonderwerpen uit vier mogelijkheden. Deze keuzeonderwerpen vind je in dit boek *Keuze & Vaardigheden*. Achterin staan de voor natuurkunde belangrijkste vaardigheden beschreven. Handig als naslagwerk.
Je hebt dit boek in leerjaar 4 gekregen, maar je hebt het ook nodig in leerjaar 5 en 6. Bewaar dit boek dus goed!



VAARDIGHEDEN

In de lesstof staan waar relevant verwijzingen naar belangrijke natuurkundige vaardigheden. Je kunt deze vaardigheden opzoeken in dit boek of online. Je hebt ze nodig om sommige opdrachten op te lossen.


THEORIE

PARAGRAAF 3 | HOOFDSTUK 1 BEWEGINGEN BESCHRIJVEN

AFLEZEN SCHAALVERDELING OF DIAGRAM

Bij het aflezen van de schaalverdeling van een meetinstrument kun je een schatting maken tussen de kleinste schaaldelen. Bijvoorbeeld bij het meten van een lengte met een geodriehoek, waar een verdeling in millimeters op staat. Als je dan ziet dat de lengte van een lijnstuk iets meer is dan 2,7 cm, dan kun je noteren L = 2,72 cm. Dit zijn drie significante cijfers, waarbij de onzekerheid in het laatste cijfer zit. Bij het aflezen van een diagram hangt het van de schaalverdeling van de assen af hoe precies je de waarde kunt bepalen. De schaaldelen kun je zeker aflezen, soms lukt het ook daartussen.

VAARDIGHEDEN

V2.2 Meetwaarden aflezen

Voorbeeldopdracht 4

In figuur 24 staat het (x,t)-diagram van de verplaatsing van een insect. Bepaal de gemiddelde snelheid in m/s van het insect tussen t = 1,0 en t = 4,0 s. Rond je antwoord af op het juiste aantal significante cijfers.

WAT VIND JE ONLINE?

Alle teksten, voorbeelden en opdrachten staan ook in de online leeromgeving van MAX. Aanvullend vind je handige tools en werkbladen.

ONLINE

- **TEST JEZELF** bij elk hoofdstuk
- **PRACTICA**, **ONDERZOEKEN** en **ONTWERPEN**
- **FLITSKAARTEN**
- **PRAKTISCHE OPDRACHT**

INHOUD

K1 BIOFYSICA

PRAKTIJK Lopen op bionische benen 8

THEORIE

Voorkennis 10
1 Een model voor lopen 12
2 Evenwicht: het zesde zintuig 20
3 Moleculaire motoren 27
4 Nanowetenschap 34
Afsluiting 43

MAATSCHAPPIJ werken 46

K2 GEOFYSICA

PRAKTIJK Onderzoek aan een gletsjer 50

THEORIE

Voorkennis 52
1 Het inwendige van de aarde 54
2 Zwaartekrachtmetingen 60
3 Seismologie en seismiek 67
4 Warmte 75
5 Elektromagnetische meetmethoden 80
Afsluiting 85

MAATSCHAPPIJ studeren 88

K3 RELATIVITEIT

PRAKTIJK Celia's langdurige dag 92

THEORIE

Voorkennis 94
1 De relativiteit van Galilei, Huygens en Newton 96
2 De lichtsnelheid 108
3 Tijdrek en lengtekrimp 116
4 De lorentztransformatie 126
5 Magnetisme, massa en licht 134
Afsluiting 141

MAATSCHAPPIJ werken 144

K4 KERN- EN DEELTJESPROCESSEN

PRAKTIJK Neutrino-astronomie 148

THEORIE

Voorkennis 150
1 Subatomaire deeltjes detecteren 152
2 Deeltjesversnellers 160
3 Massa en energie 170
4 Behoudswetten bij deeltjesprocessen 178
5 Het standaardmode 186
Afsluiting 195

MAATSCHAPPIJ werken 198

VAARDIGHEDEN

1 Onderzoeken en ontwerpen 201
2 Natuurkundige vaardigheden 208
3 Reken- en formulevaardigheden 223

ANTWOORDEN 231

REGISTER 232



BIOFYSICA

KEUZE

DOMEIN: G Leven en aarde ▶ **SUBDOMEIN:** G1 Biofysica

In dit hoofdstuk worden voorbeelden van biofysisch onderzoek beschreven. Daarbij is gekozen voor de volgorde van grote naar kleine biologische organisatieniveaus: een organisme, een orgaan, een cel, een organel, en DNA- en RNA-moleculen.

Je krijgt onder andere inzicht in hoe biofysici zich met behulp van modellen bezighouden met de manier waarop mensen en dieren bewegen. Ook verdiep je je in de voortbeweging van bacteriën met behulp van moleculaire motoren. Fundamenteel onderzoek op dit gebied heeft veel kennis over deze motoren opgeleverd. Dit leidde tot de ontwikkeling van moleculaire machines door de Groningse hoogleraar Ben Feringa die hiervoor in 2016 de Nobelprijs voor Scheikunde ontving.

Bij alle voorbeelden in dit hoofdstuk maak je kennis met natuurkundige principes en technieken die een rol spelen in biofysisch onderzoek.



PRAKTIJK

Lopen op bionische benen | 8

THEORIE

Voorkennis | 10

1 Een model voor lopen | 12

2 Evenwicht: het zesde zintuig | 20

3 Moleculaire motoren | 27

4 Nanowetenschap | 34

Afsluiting | 43

MAATSCHAPPIJ

Werken: Orthopedisch ingenieur | 46

BOEK

LESSTOF

Alle teksten, voorbeelden en opdrachten staan ook online in MAX.

ONLINE

OEFENEN

- Test jezelf
- Flitskaarten

AANVULLEND

- Practica, onderzoek en praktische opdracht



LOPEN OP BIONISCHE BENEN

Onderzoekers ontwikkelen een kunstbeen dat net zo functioneert als een gewoon been. Artsen werken daarbij samen met biomechanici en robotwetenschappers. Hun doel: mensen die een been zijn kwijtgeraakt weer normaal laten staan, lopen en rennen. De resultaten zijn bemoedigend. Er zijn al kunstbenen waarmee je vrijwel natuurlijk en zonder extra inspanning kunt lopen.

LOPEN ALS GECONTROLEERD VALLEN

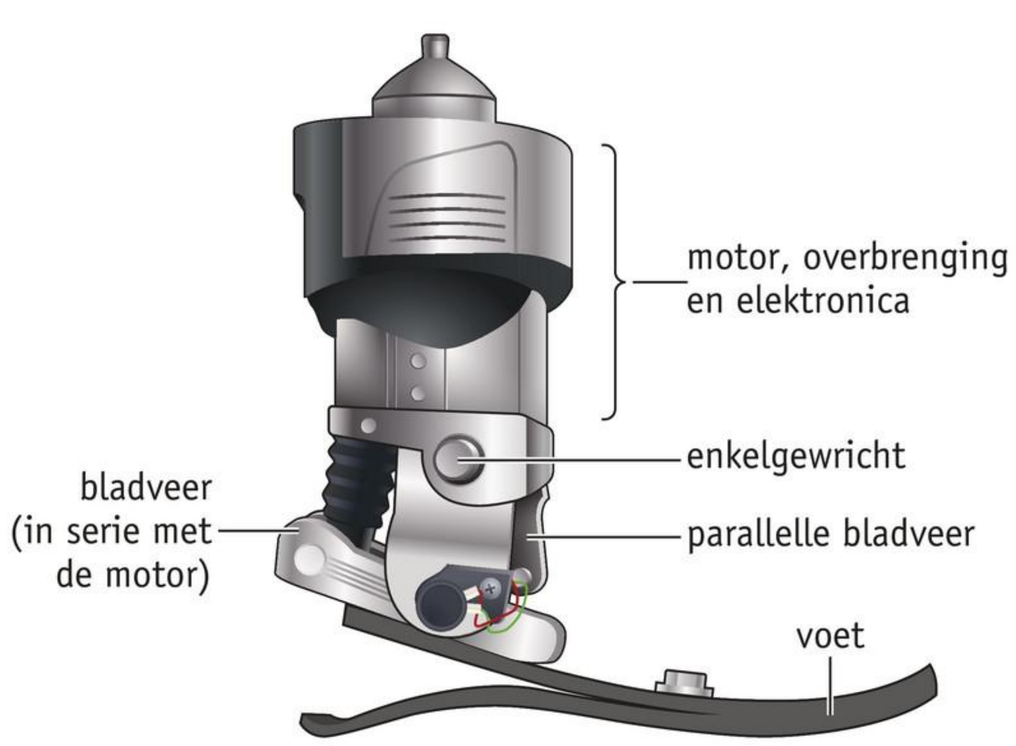
Mensen lopen heel stabiel, ook over een ondergrond met oneffenheden. De manier waarop ze dat doen, lijkt op een dubbele slingerbeweging. Bij elke stap zwaait het ene been naar voren, met het draaipunt bovenaan bij de heup. Het andere been beweegt ondertussen als een omgekeerde slinger, met het draaipunt onderaan bij de voet.
Het lichaam is bij deze manier van lopen vrijwel geen moment in evenwicht. Eigenlijk ben je de hele tijd aan het vallen. Maar die valbeweging wordt steeds op het juiste moment afgebroken. Je lichaam voert steeds kleine correcties uit, zodat je niet te ver uit balans raakt. Lopen is gecontroleerd vallen.
Die controle is zo goed geautomatiseerd, dat je kunt lopen zonder erbij na te denken. Dat is heel anders als je net een kunstbeen hebt gekregen. Spieren en pezen die je vroeger gebruikte, zijn er niet meer. Bovendien is het gevoel in het getroffen been weg. Het lopen gaat daardoor niet meer vanzelf. Je moet opnieuw leren de valbeweging van je lichaam te controleren. Veel hangt daarbij af van de kwaliteit van het kunstbeen. Hoe beter dat presteert, des te stabieler en soepeler je loopt.

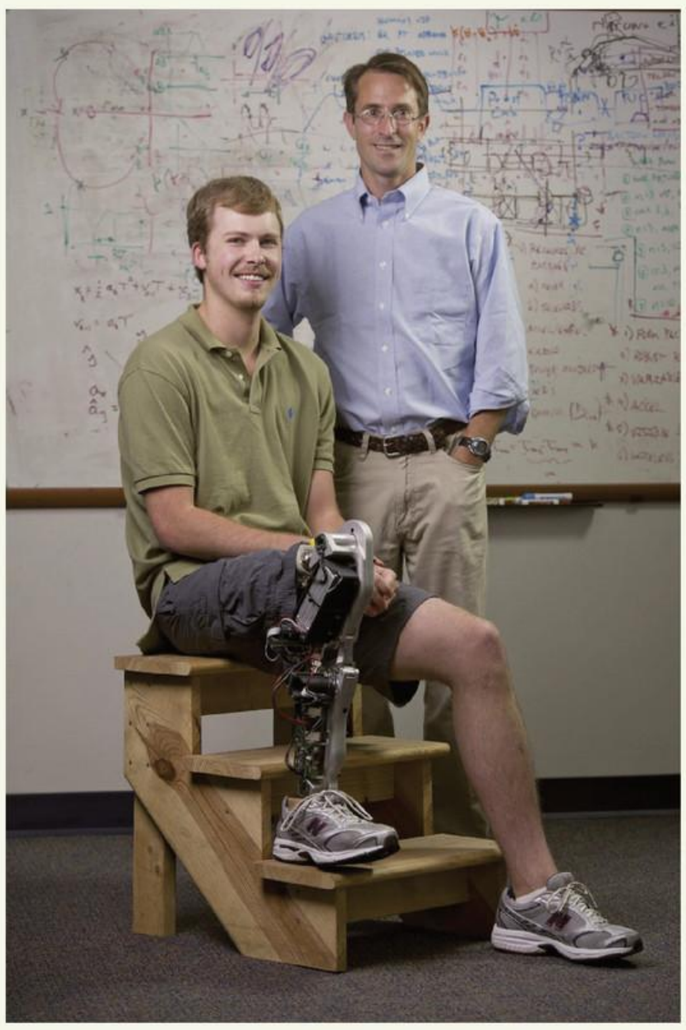
EEN BIONISCH KUNSTBEEN

Craig Hutto was 16 jaar toen hij voor de kust van Florida werd aangevallen door een haai. Hij bracht het er levend vanaf, maar werd zwaargewond. Zijn rechterbeen moest vlak boven de knie worden geamputeerd. Nu loopt Craig weer bijna normaal, dankzij een experimenteel kunstbeen met actief aangedreven knie- en enkelgewrichten.
Het bionisch been van Craig Hutto is ontwikkeld door ingenieur Michael Goldfarb van de Vanderbilt-universiteit (figuur 1). Goldfarb wilde een kunstbeen maken met superieure prestaties. Conventionele kunstbenen zijn onstabiel en dus vallen de gebruikers vaak.

EEN KUNSTVOET MET AANDRIJVING

Hier zie je een voorbeeld van een door een elektromotor aangedreven enkelgewricht. De elektromotor en veren in de kunstvoet hebben dezelfde functie als de spieren en pezen in het menselijk lichaam. De elektromotor geeft het been op het juiste moment een zetje, net als een spier die zich op het juiste moment samentrekt.





figuur 1 Craig Hutto en Michael Goldfarb.

Het laboratorium van Goldfarb heeft een batterijaangedreven kunstbeen ontwikkeld dat zich aanpast aan wat de gebruiker doet. Dat been stelt vast of je een helling op of af loopt en levert daarna de biomechanisch vereiste krachten. “Het been maakt gebruik van de technologie uit smartphones en tablets,” zegt Goldfarb. “De microsensoren en accelerometers die een smartphone vertellen wat de stand van het scherm is, gebruiken wij om de stand van het been te bepalen. Niet alleen de oriëntatie in de ruimte, maar ook de snelheid, versnelling en draaihoek van elk onderdeel is belangrijk.”

Doordat het been niet achter de gebruiker aansleept, maar bij elke stap naar voren zwaait, is de stabiliteit veel beter dan van een passief been. De informatie die nodig is om het been aan te sturen, wordt afgeleid uit de beweging van het heupgewricht ten opzichte van het been. “Het besturingssysteem moet snel en betrouwbaar beslissingen nemen,” zegt Goldfarb. “Het heeft veel sensoren en gecompliceerde software, die worden gebruikt om erachter te komen wat de gebruiker wil doen. Het is te vergelijken met de patroonherkenningssoftware in spraakherkenningsprogramma’s. Het been leert van jou wat het moet doen. Dat is echt revolutionair.”

▶ **Aansluitende opdrachten bij LOPEN OP BIONISCHE BENEN: 3, 9 en 33.**

VOORKENNIS

In de vorige leerjaren heb je al een aantal dingen over biofysica geleerd. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Neem voordat je aan dit keuzeonderwerp begint eerst alle hoofdstukken van leerjaar 4 door.
Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Leerdoelen

1 Je kunt uitleggen hoe je met een oscilloscoop de trillingstijd kunt bepalen en hoe je met de trillingstijd de frequentie kunt berekenen.
2 Je kunt het zwaartepunt van een voorwerp bepalen.
3 Je kunt berekeningen uitvoeren met de formule: $Q = I \cdot t$
4 Je kunt berekeningen maken met het verband tussen vermogen, spanning en stroomsterkte.
5 Je kunt het rendement van een apparaat berekenen op basis van energie.

1 **Leerdoel 1**

Een hommel maakt met zijn vleugels een brommend geluid.
De frequentie van dat geluid is 250 Hz.
Hoelang duurt een volledige trilling van de vleugels?

Een volledige trilling van de vleugels duurt ..... s.

2 **Leerdoel 2**

Het kuiken in figuur 1 heeft een bijzondere eigenschap. Als je het kuiken op zijn kant legt en je laat het los, dan komt het na enig wiebelen weer helemaal recht te staan.
Waar bevindt het zwaartepunt van het kuiken zich?

○ A Het zwaartepunt van het kuiken bevindt zich helemaal boven in de blauwe kam.
○ B Het zwaartepunt van het kuiken bevindt zich helemaal onder in de rode bol.
○ C Het zwaartepunt van het kuiken bevindt zich precies in het midden.



figuur 1 Kuiken.

3 **Leerdoel 3**

Een ledlamp staat 2,00 uur aan. Door de ledlamp gaat een elektrische stroom van 20,0 mA.
Hoeveel lading is er in die tijd door de ledlamp gestroomd?

In twee uur is ..... C door de ledlamp gestroomd.

4 **Leerdoel 4**

Op het typeplaatje van een speelgoedautootje staat:
6,0 V / 200 mA.
Bereken het vermogen van het speelgoedautootje.

- ○ A 0,03 W
- ○ B 1,2 W
- ○ C 30 W
- ○ D 1200 W

5 **Leerdoel 5**

Eveline gebruikt een verwarmingselement om 300 mL water te verwarmen. De dompelaar geeft in tien minuten 25 kJ warmte af. Hiervan wordt 20 000 J opgenomen door het water.
Bereken het rendement waarmee het water is verwarmd.
Rond af op een geheel getal.

Het rendement is gelijk aan .....%.

1

EEN MODEL VOOR LOPEN

Leerdoelen

K1.1.1 Je kunt een loopbeweging beschrijven met een model van een dubbele slinger.

K1.1.2 Je kunt met behulp van een energiebeschouwing uitleggen hoe een loopbeweging wordt beïnvloed door de eigenfrequentie van de benen en de positie van het zwaartepunt van het lichaam.

K1.1.3 Je kunt met behulp van het getal van Froude nagaan of een mens of dier loopt of rent.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN		
	K1.1.1	K1.1.2	K1.1.3
Onthouden			
Begrijpen	1, 5a	2	
Toepassen		4, 6, 8a	3, 5b, 7, 8bc
Analyseren			8d

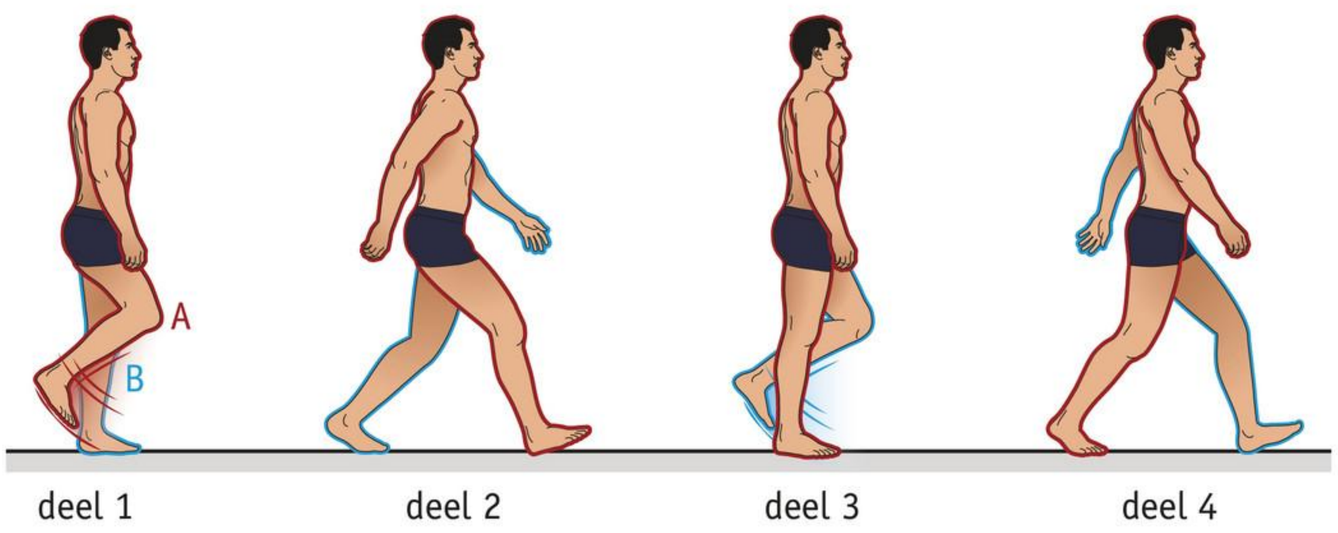
Deze paragraaf gaat over de manier waarop mensen en dieren lopen. Er is een verband waarmee je deze bewegingen onder heel uiteenlopende omstandigheden kunt vergelijken.

DE LOOPCYCLUS

Als je loopt, herhaal je steeds dezelfde loopcyclus (figuur 1), die bestaat uit vier delen:

- Deel 1: been A zwaait naar voren, been B blijft staan.
- Deel 2: been A landt op de grond, terwijl been B zich afzet.
- Deel 3 en 4: als 1 en 2, maar met A en B verwisseld.

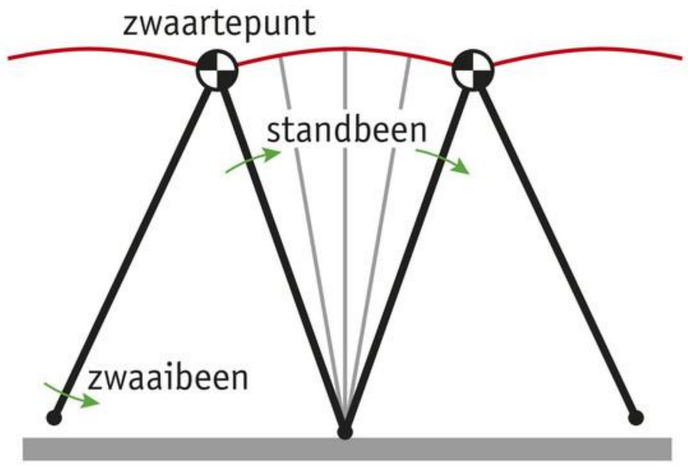
Kenmerkend voor lopen is dat er altijd minstens één voet op de grond staat. Dat is een belangrijk verschil met hardlopen (rennen), waarbij je een deel van de tijd met beide voeten los van de grond bent. Belangrijke eigenschappen van de loopcyclus zijn de **stapfrequentie** (het aantal stappen per tijdseenheid) en de **staplengte** (de afstand die je tijdens elke stap aflegt).



figuur 1 De loopcyclus.

LOPEN ALS DUBBELE SLINGERBEWEGING

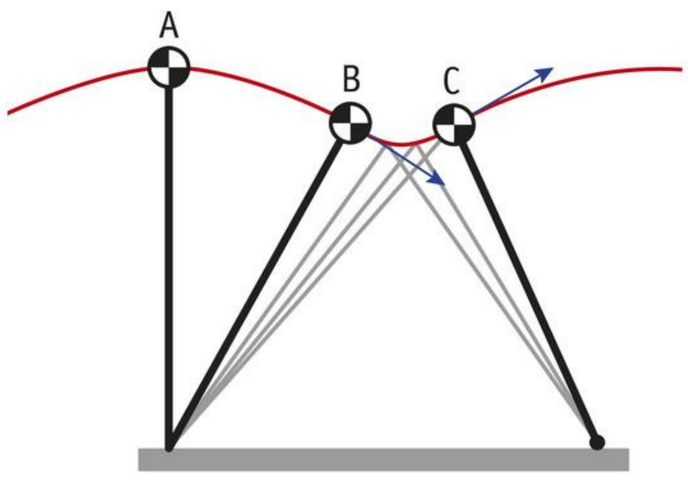
Biofysici hebben een eenvoudig loopmodel ontwikkeld (figuur 2). In dit model wordt het zwaaibeen gezien als een gewone slinger, met het draaipunt aan de bovenkant. Het standbeen wordt bekeken als een omgekeerde slinger, met het draaipunt aan de onderkant. Het zwaartepunt van het lichaam bevindt zich in het scharnierpunt van de beide benen.
Dit model is een sterke vereenvoudiging van de werkelijkheid. Toch kun je er bepaalde aspecten van de werkelijkheid goed mee begrijpen. Je benen hebben bijvoorbeeld, net als een 'echte' slinger, een **eigenfrequentie**. Dat is de frequentie waarmee een slinger heen en weer gaat bewegen als je hem een duwtje geeft. Hoe langer een slinger, des te kleiner is zijn eigenfrequentie.
Het kost weinig energie om een slinger met de eigenfrequentie een flinke uitwijking te geven. Dat merk je als je iemand aanduwt die op een schommel zit. Dan is af en toe een zetje op het juiste moment voldoende. Maar als je de slinger (bij dezelfde uitwijking) wilt laten bewegen met een grotere of kleinere frequentie dan de eigenfrequentie, is er meer energie nodig.
Dit verklaart waarom de stapfrequentie van mensen in de buurt ligt van de eigenfrequentie van hun benen. Als dat niet zo was, zouden ze veel meer energie in de beweging van hun benen stoppen. Het verklaart ook waarom de stapfrequentie afneemt naarmate mensen langer zijn. De eigenfrequentie van een lang been is kleiner dan die van een kort been.



figuur 2 Eenvoudig loopmodel: één stap.

ENERGIE, STAPLENGTE EN STAPFREQUENTIE

In het eenvoudig loopmodel van figuur 2 beschrijft het zwaartepunt van het lichaam bij elke stap een boog. Daarbij wordt kinetische energie ($E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$) omgezet in zwaarte-energie ($E_z = m \cdot g \cdot h$). Als het zwaartepunt het hoogste punt is gepasseerd, gebeurt het omgekeerde: dan beweegt het zwaartepunt weer naar beneden en wordt zwaarte-energie omgezet in kinetische energie. Dit gebeurt als het zwaartepunt in figuur 3 van A naar B beweegt. Daar hoeft, als de benen vrij heen en weer kunnen bewegen, geen energie bij.



figuur 3 Beweging van het zwaartepunt.

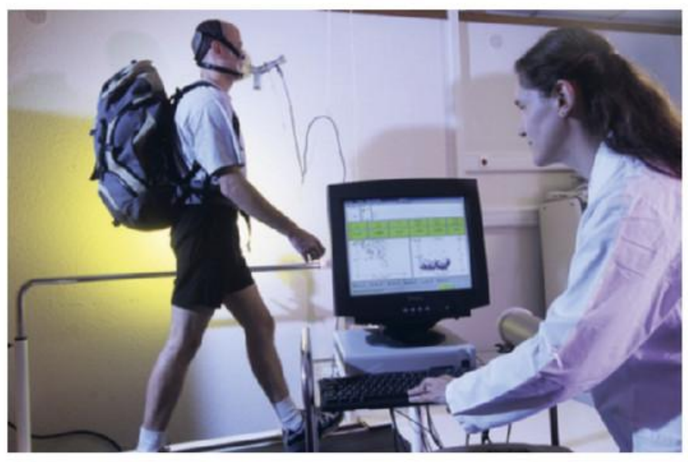
Dat verandert als de voorste voet de grond raakt. Het zwaartepunt moet dan plotseling van richting veranderen: van omlaag (aan het einde van de vorige stap) naar omhoog (aan het begin van de volgende stap). Dit gebeurt in figuur 3 tussen B en C. Voor deze richtingsverandering is energie nodig. Het lichaam maakt onder andere gebruik van veerenergie die in de pezen is opgeslagen: hun veerkracht zorgt voor een afzeteffect dat netto geen energie kost. Daarnaast is er ook chemische energie nodig om spieren te laten samentrekken en arbeid te verrichten.

Hoe groter de staplengte, des te sneller en steiler beweegt het zwaartepunt aan het einde van een stap naar beneden. De hoeveelheid energie die nodig is om het zwaartepunt van richting te laten veranderen, neemt daardoor toe. Als je alleen let op dit energieverbruik, kun je het best met heel kleine stapjes lopen. De richtingsverandering van het zwaartepunt is dan minimaal.
Toch lopen mensen niet met heel kleine stapjes. Dat heeft te maken met de stapfrequentie: die moet bij zulke kleine stapjes veel hoger zijn dan de eigenfrequentie om op een redelijke snelheid uit te komen. Om de optimale staplengte en stapfrequentie te vinden, zoekt je lichaam naar een balans: niet te grote stappen, want dan is er te veel energie nodig om het zwaartepunt van richting te laten veranderen. Niet te kleine stappen, want dan kost het te veel energie om de frequentie van de benen op te voeren. Voor een volwassene van 1,80 m die met een snelheid van 5 km h^{-1} loopt, is de optimale staplengte ongeveer 70 cm en de optimale stapfrequentie ongeveer 2 Hz.

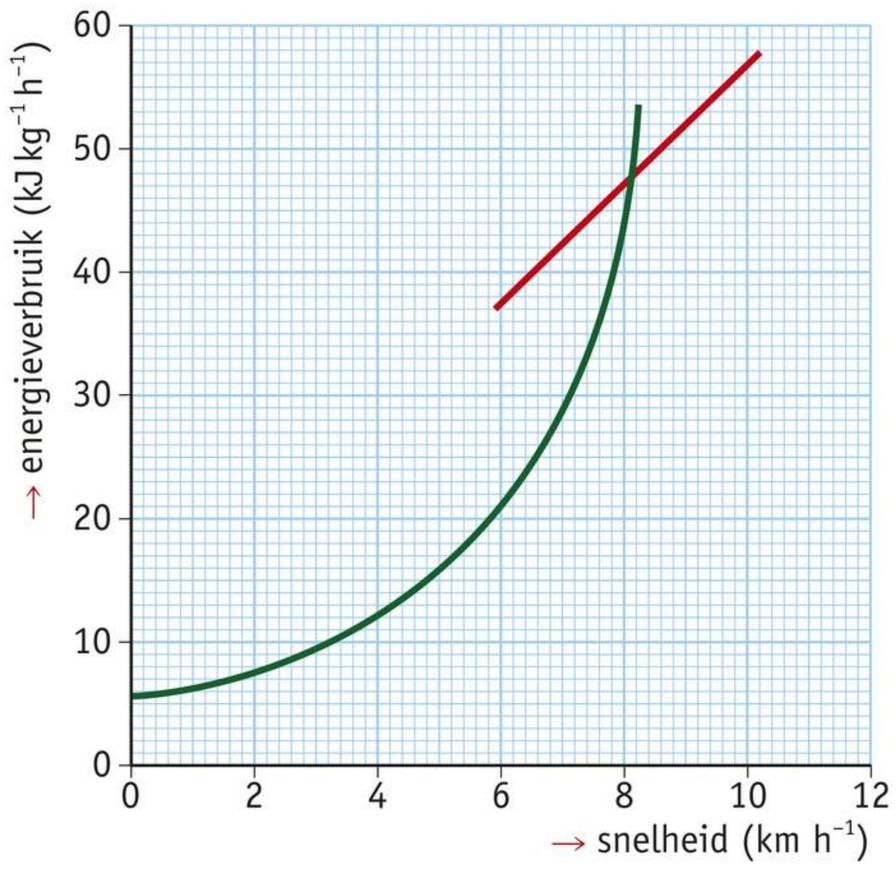
PRACTICUM 1 Stapfrequentie bij een loopbeweging

VAN LOPEN NAAR RENNEN

Om erachter te komen hoeveel chemische energie bij het lopen wordt verbruikt, laten onderzoekers een proefpersoon op een loopband lopen. Ondertussen meten ze de zuurstof- en de koolstofdioxideconcentratie van de omgevingslucht én van de lucht die de proefpersoon uitademt (figuur 4). De verandering in zuurstof- en koolstofdioxideconcentratie geeft aan hoeveel zuurstof de proefpersoon heeft gebruikt en hoeveel koolstofdioxide is geproduceerd. Uit deze gegevens kun je het energieverbruik berekenen.
Je lichaam verbruikt chemische energie, ook als je niets doet. Om te bepalen hoeveel energie het lopen kost, moet je het energieverbruik twee keer meten: als de proefpersoon stilstaat en als de proefpersoon loopt. Het verschil tussen die twee is de hoeveelheid energie die het lopen kost. Deze hoeveelheid energie wordt vaak uitgedrukt in J m^{-1} kg^{-1}: het aantal joule dat de proefpersoon verbruikt per meter verplaatsing en per kilogram lichaamsgewicht.
In figuur 5 zie je hoe groot het energieverbruik bij verschillende snelheden is. De groene lijn geeft het energieverbruik bij lopen, de rode lijn bij hardlopen. Je ziet dat vanaf een snelheid van ongeveer 8 km h^{-1} hardlopen minder energie kost per uur, en dus ook per meter afgelegde afstand, dan lopen. Dit is ook de snelheid waarbij mensen uit zichzelf overschakelen van lopen op rennen. Dus ook bij de overgang van lopen naar rennen speelt energieverbruik een belangrijke rol.



figuur 4 Meten hoeveel chemische energie bij het lopen wordt verbruikt.



figuur 5 Het energieverbruik bij lopen (groen) en rennen (rood).

Biofysici die zich bezighouden met de manier waarop mensen en dieren bewegen, gebruiken het **getal van Froude**. Met dit getal kun je de bewegingen van mensen en dieren onder uiteenlopende omstandigheden vergelijken.

Formule

Het getal van Froude *Fr* is gedefinieerd als:

$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot l}$$

Hierin is:
- *Fr* het getal van Froude (geen eenheid);
- *v* de bewegingssnelheid in meter per seconde (m s^{-1});
- *g* de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- *l* de lengte van een been of poot in meter (m).

Voor een mens met een beenlengte van 90 cm en een snelheid van 1,25 m s^{-1} is het getal van Froude gelijk aan:

$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot l} = \frac{1{,}25^2}{9{,}81 \times 0{,}90} \approx 0{,}18$$

Mensen en andere dieren bewegen op een vergelijkbare manier als hun getal van Froude even groot is, ook al zijn hun massa en afmetingen heel verschillend. Tot $Fr \approx 0{,}5$ lopen ze, van $Fr \approx 0{,}5$ tot $Fr \approx 2{,}5$ rennen (draven) ze, en vanaf $Fr \approx 2{,}5$ bewegen ze vaak op een minder regelmatige manier. Dat zie je bijvoorbeeld bij het galopperen van een paard.

PRAKTISCHE OPDRACHT Videometing van een loopbeweging

Onthoud

- Je kunt lopen beschrijven als een dubbele slingerbeweging, met het zwaaibeen als gewone slinger en het standbeen als omgekeerde slinger.
- De stapfrequentie van mensen ligt in de buurt van de eigenfrequentie van hun benen, omdat er voor het bewegen van de benen dan weinig energie nodig is.
- Na elke stap verandert het zwaartepunt van het lichaam van richting. Daarvoor verrichten je spieren arbeid en dat kost chemische energie.
- Of mensen rennen of lopen hangt af van hun snelheid en beenlengte, doordat deze van invloed zijn op de energie-efficiëntie van de beweging.
- Mensen en andere dieren bewegen op een vergelijkbare manier als hun getal van Froude, $Fr = \frac{v^2}{g \cdot l}$, even groot is.

OPDRACHTEN ▸ Basis

1 Kinderen

Kleine kinderen hebben een hogere stapfrequentie dan volwassenen als ze met dezelfde snelheid lopen.
Geef hiervoor een verklaring met behulp van het loopmodel in deze paragraaf.

2 Fietsen

Fietsen is een efficiëntere vorm van voortbewegen dan lopen. Onder gunstige omstandigheden kan de efficiëntie van fietsen wel drie keer zo hoog zijn als die van lopen en kom je drie keer zo ver.

a Beschrijf hoe het zwaartepunt van je lichaam beweegt als je loopt en als je fietst.

De manier waarop het zwaartepunt beweegt, is een van de oorzaken waardoor fietsen minder energie kost dan lopen.

b Leg uit hoe dat zit.

3 Rennen

Johan (32 jaar, 1,82 m) brengt zijn zoontje Erwin (4 jaar, 1,05 m) naar school. Johan is laat en loopt daarom haastig over het schoolplein. Erwin moet rennen om zijn vader bij te houden.

a Bereken hoe groot de froudegetallen zijn van Johan en Erwin bij een snelheid van 7,0 km h^{-1}. Gebruik figuur 6 om hun beenlengte te schatten.

b Bereken bij welke snelheid Erwin hetzelfde getal van Froude heeft als zijn vader.



figuur 6 Erwin en Johan.

P 4 Voedsel

Uit onderzoek naar de invloed van beenprothesen op de loopbeweging blijkt dat lopen met een beenprothese bij een snelheid van 5 km h^{-1} ongeveer 3,9 J m^{-1} kg^{-1} energie kost.

a Bereken hoeveel kilometer een volwassene van 70 kg kan afleggen met 34 MJ energie uit voedsel (het equivalent van 1 L benzine), als hij loopt met een snelheid van 5 km h^{-1}.

Een wat grotere benzineauto kan met 1 L benzine ongeveer 15 km afleggen. Vergelijk die afstand met de waarde die je bij opdracht a hebt berekend.

b Wat is je conclusie?

C 5 Barefoot running

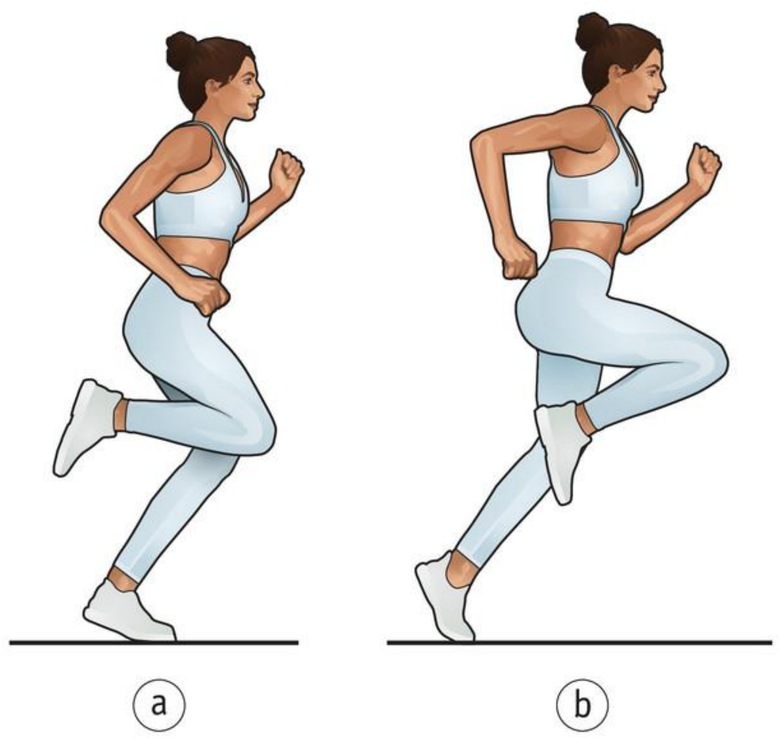
Onder hardlopers is *barefoot running* een rage. Bij deze manier van rennen dragen de hardlopers heel dunne schoenen (figuur 7) en landen ze op de voorvoet. Tijdens het rennen zetten ze zich niet af van de grond, maar laten ze zich naar voren vallen (figuur 8). Tijdens een normale renbeweging landen hardlopers op hun hiel en zetten ze zich sterk af van de grond (figuur 9). Onderzoekers hebben de beweging van een hardloper voor beide manieren van rennen vergeleken. Uit het onderzoek bleek dat de hardloper bij *barefoot running* een hogere stapfrequentie heeft bij dezelfde snelheid.



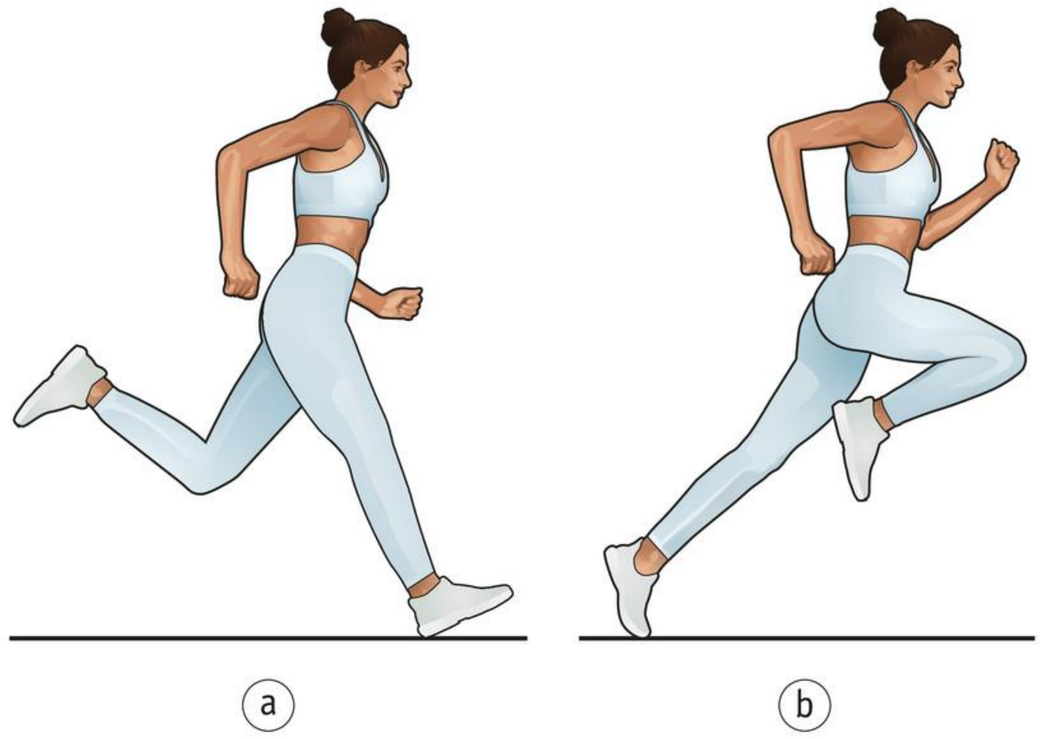
figuur 7 Schoenen voor *barefoot running*.

a Verklaar dit met behulp van het slingermodel van een loopbeweging.

b Schat het getal van Froude voor een normale renbeweging en *barefoot running* met een snelheid van 10 km h^{-1} op basis van figuur 8 en 9. Geef je antwoord in twee significante cijfers.



figuur 8 Een hardloper die met de voorvoet landt bij grondcontact (a) en van de tenen afzet (b).



figuur 9 Een hardloper die op de hiel landt bij grondcontact (a) en van de tenen afzet (b).

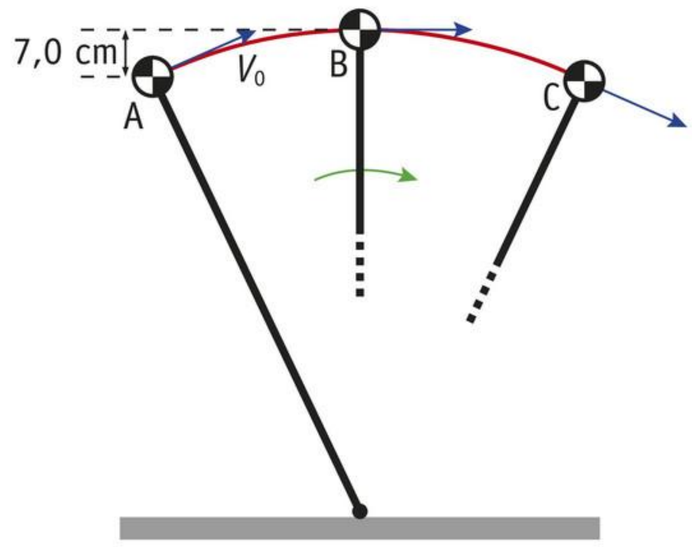
OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

6 Zwaartepunt

In figuur 10 beweegt het zwaartepunt in een boog van A via B naar C. De totale hoeveelheid mechanische energie ($E_k + E_z$) blijft constant (er ontstaat zo weinig warmte dat je die mag verwaarlozen).
In punt A beweegt het zwaartepunt schuin omhoog met een snelheid v_0.

a Bereken hoe snel het zwaartepunt beweegt in punt B, als $v_0 = 1{,}5\ \text{m s}^{-1}$.

b Bereken hoe groot v_0 op zijn minst moet zijn om punt B te bereiken.



figuur 10 Van E_k naar E_z en weer terug.

7 Maan

Zoek een video op YouTube waarin je kunt zien hoe Amerikaanse astronauten zich in 1971 of 1972 voortbewogen over het maanoppervlak. Gebruik als zoekterm 'moonwalk 1971 1972'.

a Beschrijf hoe hun manier van voortbewegen eruitziet en vergelijk die met lopen.

b Schat hoe groot hun getal van Froude is. Schrijf op hoe je aan je schatting komt.

c Had je met het getal van Froude hun manier van voortbewegen kunnen voorspellen? Licht je antwoord toe.

d Welke verschillen tussen lopen op de maan en lopen op de aarde kunnen ervoor zorgen dat je op de maan een ander getal van Froude hebt dan op aarde, ook al komen beide situaties verder helemaal overeen?

★ 8 Vermogen

In de biofysica wordt het energieverbruik per kilogram (lichaamsmassa) en per meter (afgelegde afstand) aangegeven met de grootheid E_w. Het vermogen per kilogram (lichaamsmassa) wordt aangegeven met de grootheid P_w.

a Wat is het verband tussen E_w en P_w? Kies uit de volgende formules. Hierin is s de afgelegde afstand, v de snelheid waarmee die afstand werd afgelegd en t de tijd die daarvoor nodig was.

A $P_w = E_w \cdot s$

B $P_w = \frac{E_w}{s}$

C $P_w = E_w \cdot v$

D $P_w = \frac{E_w}{v}$

E $P_w = E_w \cdot t$

F $P_w = \frac{E_w}{t}$

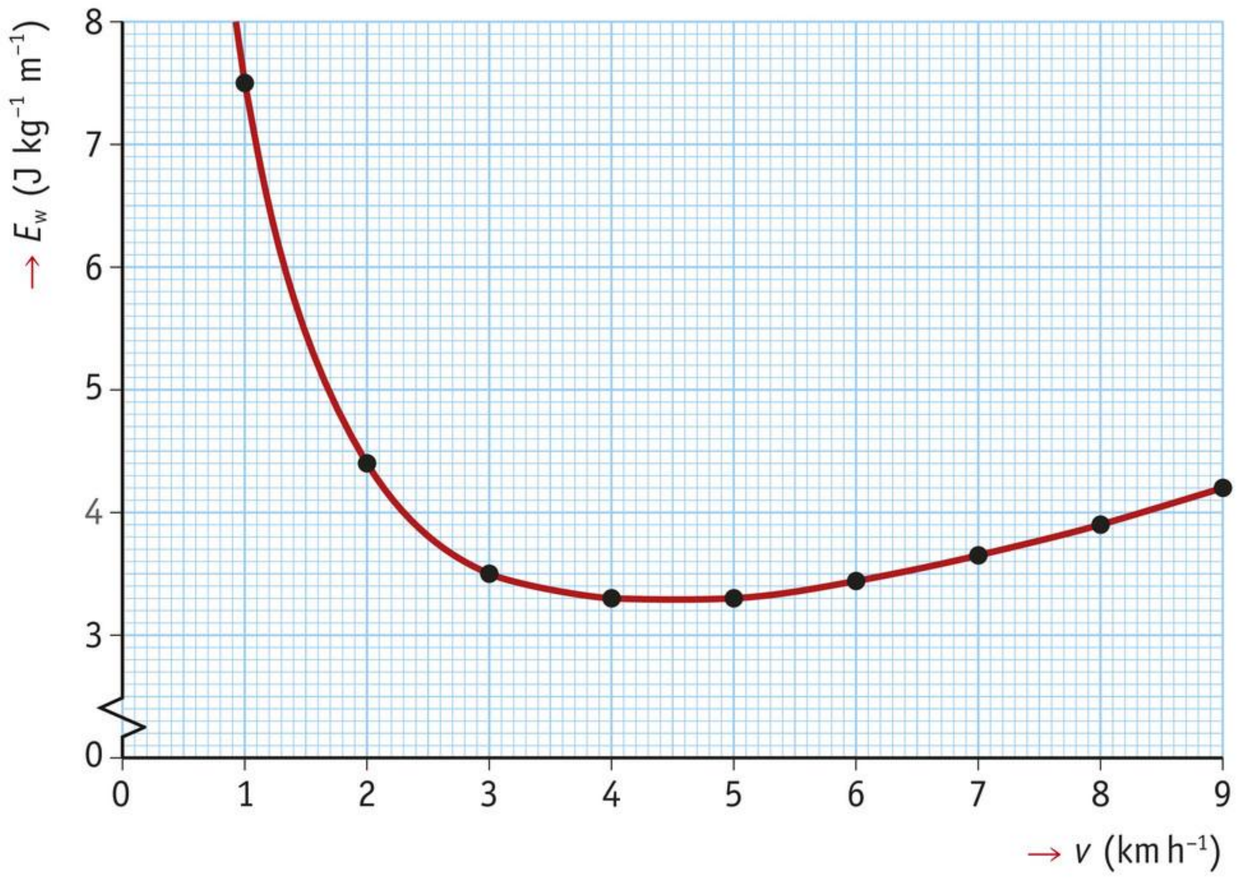
b Vul tabel 1 in. Lees de waarden van E_w af uit figuur 11. Bereken P_w met de formule die je bij opdracht a hebt gekozen.

tabel 1 Het verband tussen P_w en v.

v (km h^{-1})	v (m s^{-1})	E_w (J m^{-1} kg^{-1})	P_w (W kg^{-1})
1,0			
2,0			
3,0			
4,0	1,1	3,3	3,7
5,0			
6,0			
7,0			
8,0			
9,0			

c Teken een diagram waarin je P_w uitzet tegen v.

d Wat voor soort verband bestaat er tussen P_w en v? Licht je antwoord toe.



figuur 11 Energieverbruik per kilogram per meter, als functie van de snelheid.

EVENWICHT: HET ZESDE ZINTUIG

Leerdoelen

K1.2.1 Je kunt uitleggen welke rol zwaartepunt en steunvlak spelen bij het bewaren van evenwicht.

K1.2.2 Je kunt uitleggen hoe het evenwichtsorgaan detecteert hoe je beweegt.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN	
	K1.2.1	K1.2.2
Onthouden		
Begrijpen	9, 10ab, 13a	11, 12a, 17cf
Toepassen	10c, 13b, 14a	12b, 13c, 14b, 15, 16b, 17abde
Analyseren		16a

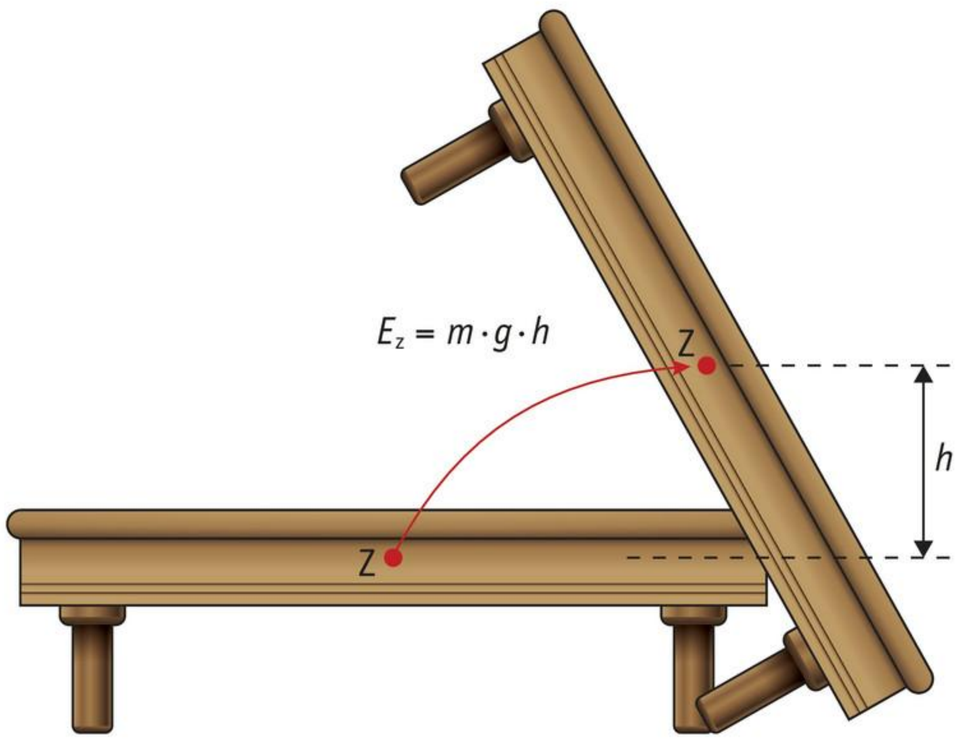
De manier waarop je je evenwicht bewaart, is intensief onderzocht. Daarbij spelen technieken uit de biofysica een belangrijke rol. Daarmee kon worden achterhaald hoe het evenwichtsorgaan van gewervelde organismen, zoals de mens, functioneert.

JE EVENWICHT BEWAREN

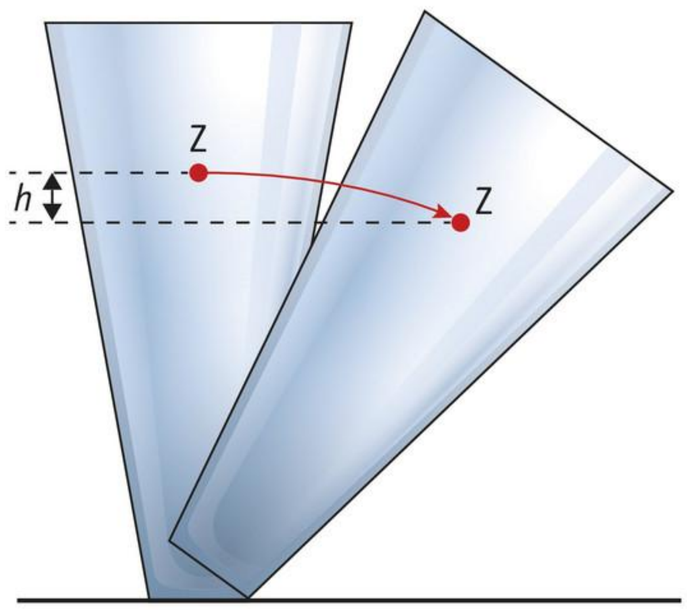
Een voorwerp is in evenwicht als de krachten die op het voorwerp werken elkaar opheffen. Dat is het geval als een voorwerp stilstaat op een ondergrond. Het zwaartepunt bevindt zich dan boven het steunvlak.
Hoe **stabiel** (moeilijk te verstoren) het evenwicht is, hangt af van drie factoren:

- de afmetingen van het steunvlak
- de plaats van het zwaartepunt
- de zwaartekracht op het voorwerp

Een zwaar voorwerp met een groot steunvlak en een laag en centraal gelegen zwaartepunt is erg stabiel. In figuur 12 zie je hoe dat komt. Er is veel energie nodig om zo'n voorwerp zo ver te roteren dat het zwaartepunt zich niet meer boven het steunvlak bevindt. Een licht voorwerp met een klein steunvlak en een hoog of niet-centraal gelegen zwaartepunt is weinig stabiel. Bij zo'n voorwerp, zoals de vaas in figuur 13, is er maar weinig energie nodig om het evenwicht te verstoren.



figuur 12 Een stabiele tafel.



figuur 13 Een instabiele vaas. Het kost minder energie om de vaas te kantelen dan de tafel in figuur 12.

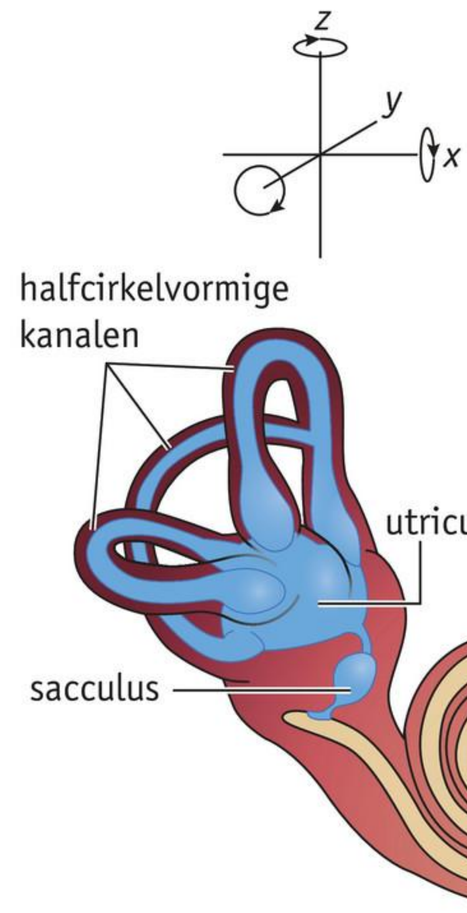
Bij een voorwerp met een vaste vorm, zoals een tafel of een stoel, ligt het zwaartepunt op een vaste plaats. Bij mensen is dat anders. Als je rechtop stilstaat, verschuift je zwaartepunt voortdurend een klein beetje, doordat je lichaamsdelen kleine bewegingen maken. Door spieren samen te trekken of juist te ontspannen, voert je lichaam kleine correcties uit, zodat het zwaartepunt niet te ver beweegt van de ideale positie, midden boven het steunvlak.

STABILITEIT BIJ LOPEN

Als je loopt, is je lichaam vrijwel geen moment in evenwicht. Dat komt doordat je zwaartepunt zich maar zelden recht boven het steunvlak bevindt. Het gevolg is dat je lichaam steeds aan het vallen is: naar voren en naar opzij. Maar doordat je telkens op het juiste moment een voet neerzet, wordt de valbeweging onderbroken en kun je aan een volgende stap beginnen. Het is dus belangrijk dat je lichaam snel afwijkingen detecteert en automatisch een correctie uitvoert tijdens het lopen. Hiervoor is het evenwichtsorgaan een belangrijke informatiebron.

HET EVENWICHTSORGAAN

Het **evenwichtsorgaan** bestaat uit twee helften, één in het linker- en één in het rechterbinnenoor. Het ligt naast de cochlea (slakkenhuis), die geluidstrillingen aan de gehoorzenuw doorgeeft. Beide helften van het evenwichtsorgaan hebben dezelfde opbouw, met drie halfcirkelvormige kanalen en twee statolietorganen, de utriculus en de sacculus (figuur 14). In de **halfcirkelvormige kanalen** zit een gel die bij een draaibeweging vertraagd meebeweegt en haren in beweging brengt. Op deze wijze detecteren de halfcirkelvormige kanalen of het hoofd een rotatie uitvoert rond de *x*-, de *y*- of de *z*-as.

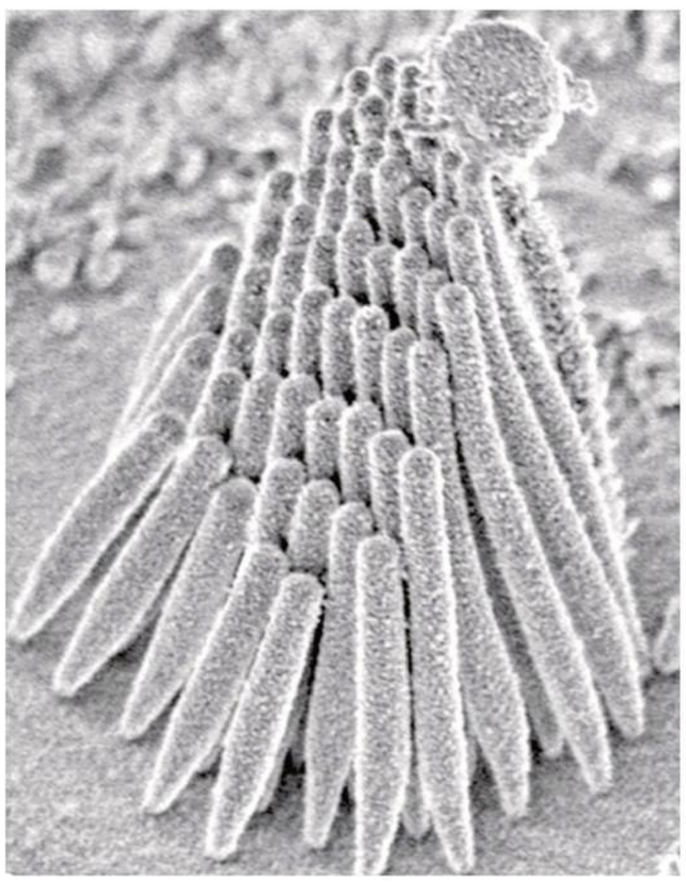


figuur 14 Het evenwichtsorgaan en de cochlea (deel van het gehoororgaan).

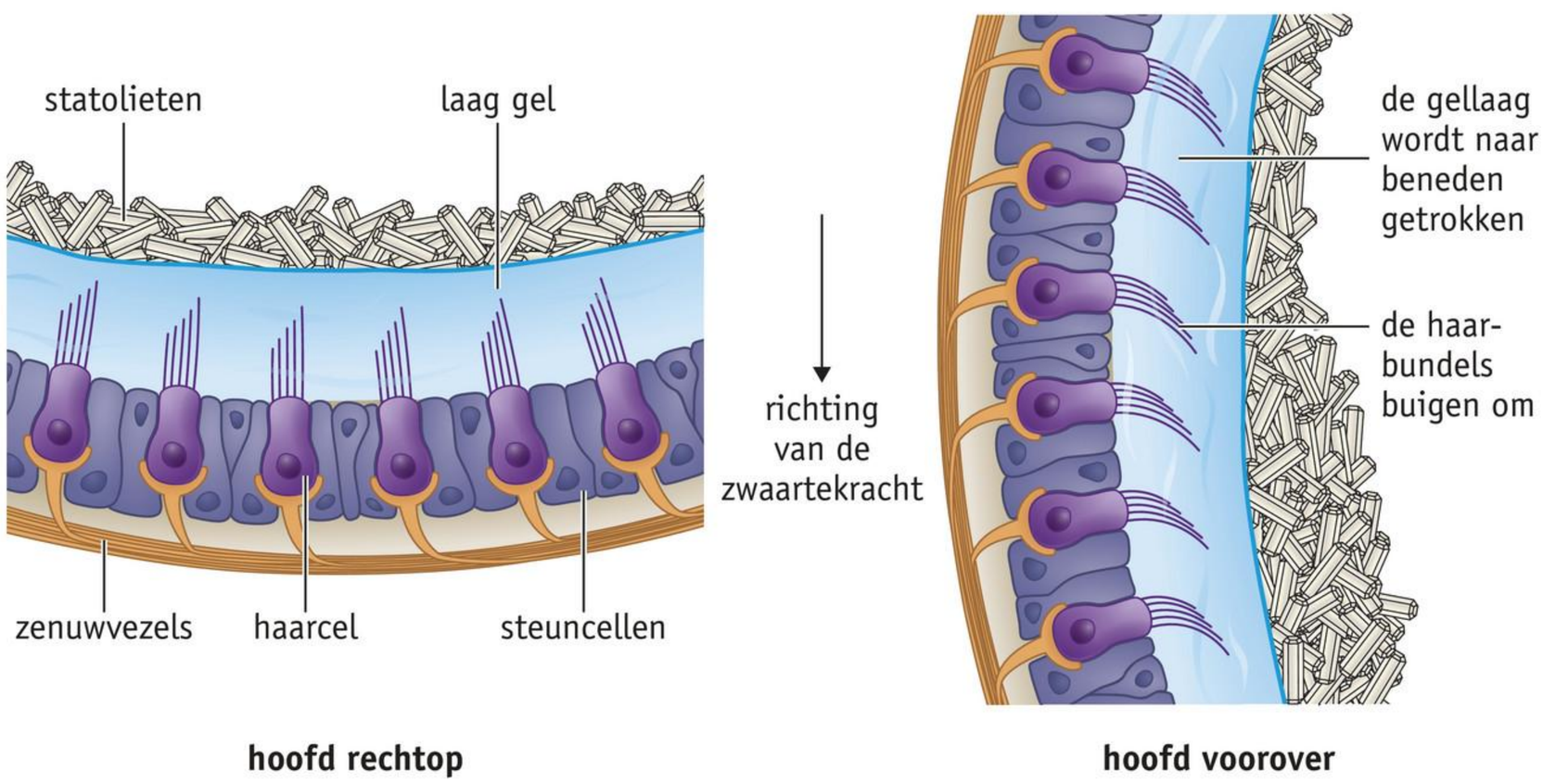
De **statolietorganen** stellen vast in welke richting de zwaartekracht werkt en nemen lineaire versnellingen waar (versnellingen langs een rechte lijn, zoals in een lift of in een optrekkende auto). Deze informatie wordt vervolgens door zenuwen doorgegeven aan de hersenen. De hersenen combineren deze informatie met gegevens over de stand en de beweging van je overige lichaamsdelen en met de beelden die je ogen leveren. Op basis van alle informatie stuurt het centrale zenuwstelsel de spieren in het lichaam aan, vaak zonder dat je je daarvan bewust bent.

HAARCELLEN EN STATOLIETEN

Je evenwichtsorgaan bevat zintuigcellen die uiterst kleine verplaatsingen kunnen waarnemen. Deze cellen worden **haarcellen** genoemd, omdat uit elke cel een bundel met tientallen haren steekt (figuur 15). Als zo'n haarbundel ombuigt, genereert de haarcel een elektrisch signaal. Een uitwijking van 100 picometer is daarvoor al voldoende.
In figuur 16 is een deel van de utriculus getekend, een van de twee statolietorganen. Net als bij de halfcirkelvormige kanalen zijn de haarbundels ingebed in een laag gel. Aan de buitenkant van deze laag gel bevinden zich grote aantallen statolieten (oorsteentjes): kristallen calciumcarbonaat die een veel grotere dichtheid hebben dan het omringende materiaal.
Als de stand van het hoofd verandert, verandert de richting van de zwaartekracht ten opzichte van het hoofd. De relatief zware statolieten worden een eindje in de nieuwe richting getrokken en nemen de bovenste laag gel mee, waardoor de haarbundels in de gel ombuigen. De haarcellen zorgen er vervolgens voor dat er een elektrisch signaal naar de hersenen wordt gestuurd.
Wanneer het hoofd versneld beweegt, gebeurt iets vergelijkbaars. Door hun relatief grote traagheid blijven de statolieten achter bij de omringende weefsels. De laag gel waar ze aan vastzitten, vervormt hierdoor en de haarbundels buigen mee met deze vervorming.



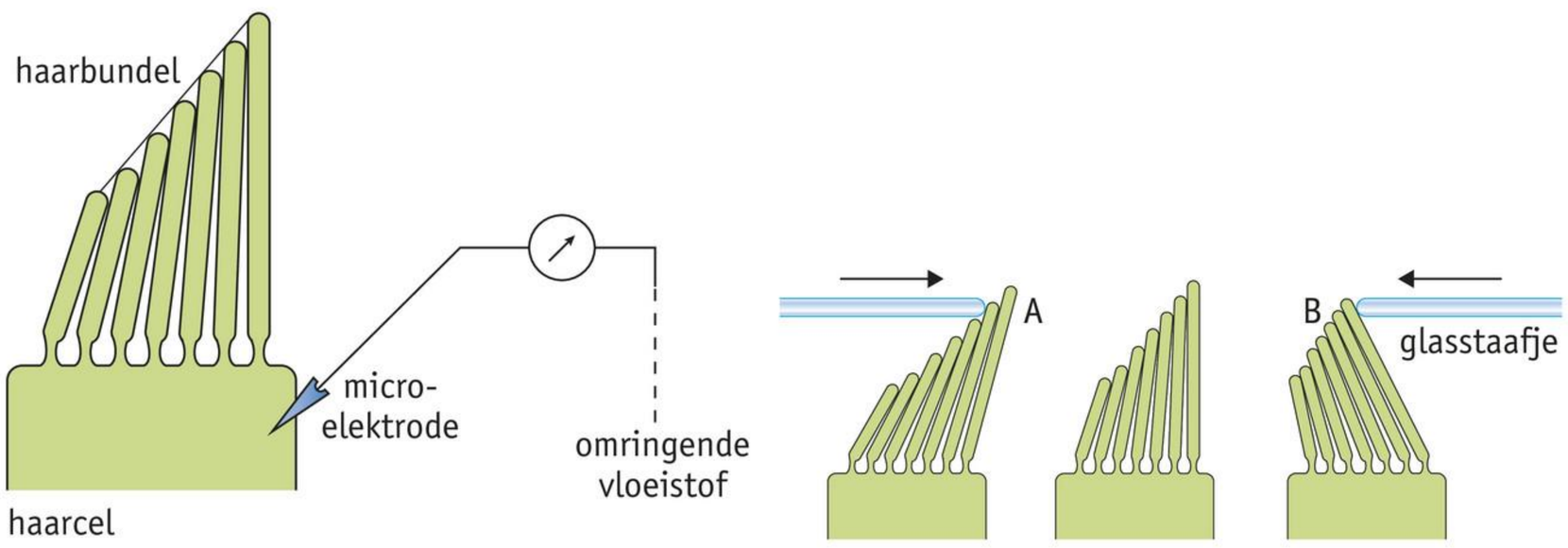
figuur 15 Haarbundel in de sacculus van een brulkikker.



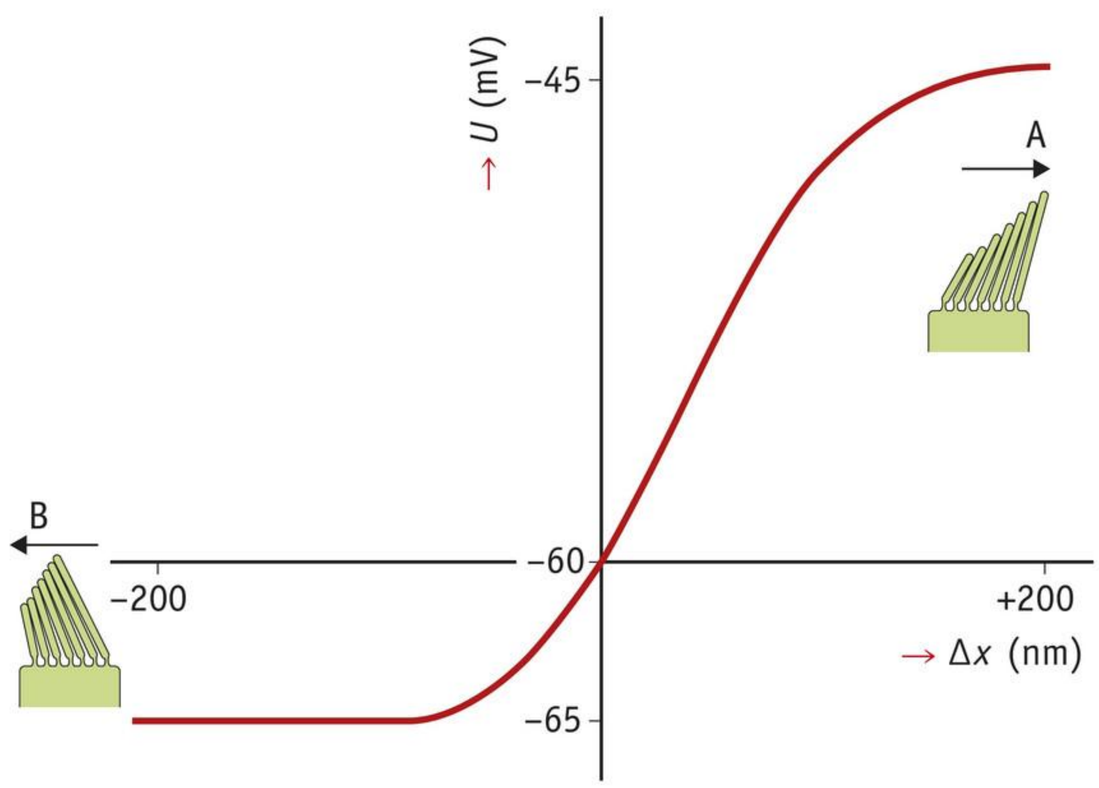
figuur 16 Zo detecteert het evenwichtsorgaan de stand van het hoofd.

METEN AAN HAARCELLEN

Biofysici hebben apparatuur ontwikkeld waarmee ze metingen kunnen uitvoeren aan individuele haarcellen. Hiervoor worden haarcellen gebruikt die afkomstig zijn van proefdieren. Een onderzoeker maakt de haarcellen vrij, legt ze in een zoutoplossing en plaatst het preparaat onder een microscoop. Met een computergestuurd glasstaafje wordt daarna één haarbundel heen en weer bewogen. Tegelijkertijd wordt de spanning over het celmembraan met een micro-elektrode gemeten (figuur 17).
Op deze manier kun je onderzoeken hoe een haarcel reageert op bewegingen van de haarbundel. In figuur 18 zie je enkele meetresultaten van zo'n proef. Zolang de haarbundel niet buigt, is de spanning over het celmembraan −60 mV. Als de haarbundel in de richting A wordt geduwd, stijgt de spanning tot −45 mV. Je zegt dan dat de haarcel **depolariseert**. Als je de haarbundel in de richting B duwt, daalt de spanning tot −65 mV. De haarcel **hyperpolariseert**.
Als je de haarbundel in een richting duwt die loodrecht op AB staat, gebeurt er niets. De spanning over het celmembraan verandert dan niet. Duw je de haarbundel in een willekeurige richting, dan wordt alleen de component langs AB geregistreerd. Uit dit soort proeven blijkt dat haarcellen sterk richtingsgevoelig zijn. Verplaatsingen in de richting AB worden waargenomen, verplaatsingen loodrecht daarop worden genegeerd.



figuur 17 Proef met een haarcel van een brulkikker.



figuur 18 Depolarisatie (A) en hyperpolarisatie (B).

Onthoud

- Een voorwerp is in evenwicht als het zwaartepunt zich recht boven het steunvlak bevindt. Het zwaartepunt van je lichaam verandert voortdurend, doordat je lichaamsdelen kleine bewegingen maken.
- Het evenwichtsorgaan levert informatie over de stand van het hoofd en de manier waarop het hoofd beweegt; het detecteert zowel rotaties als lineaire versnellingen.
- De zintuigcellen in je evenwichtsorgaan geven signalen door aan de hersenen, waardoor je je evenwicht kunt bewaren.
- Een haarcel depolariseert als zijn haarbundel een bepaalde richting op beweegt, en hyperpolariseert als zijn haarbundel de tegenovergestelde richting op gaat.

OPDRACHTEN ▸ Basis

P 9

Kunstbeen

Mensen met een geamputeerd been krijgen vaak een conventioneel kunstbeen met een andere massa en massaverdeling dan hun geamputeerde been. Met dit kunstbeen moeten ze opnieuw leren om hun evenwicht te bewaren tijdens het staan en lopen.

a Benoem twee redenen waarom een kunstbeen invloed heeft op het evenwicht houden.

b Leg uit waarom het gemakkelijker is om te leren lopen met een bionisch kunstbeen dan met een conventioneel kunstbeen.

10

Hond

Een mens staat minder stabiel dan een hond met een even grote massa.

a Welke twee factoren zijn verantwoordelijk voor het verschil in stabiliteit?

b In welke richting is een hond het meest stabiel: in zijn lengte of in zijn breedte?

c Hoe komt het dat een hond niet in beide richtingen even stabiel is? Licht je antwoord toe.

11

Statoliet

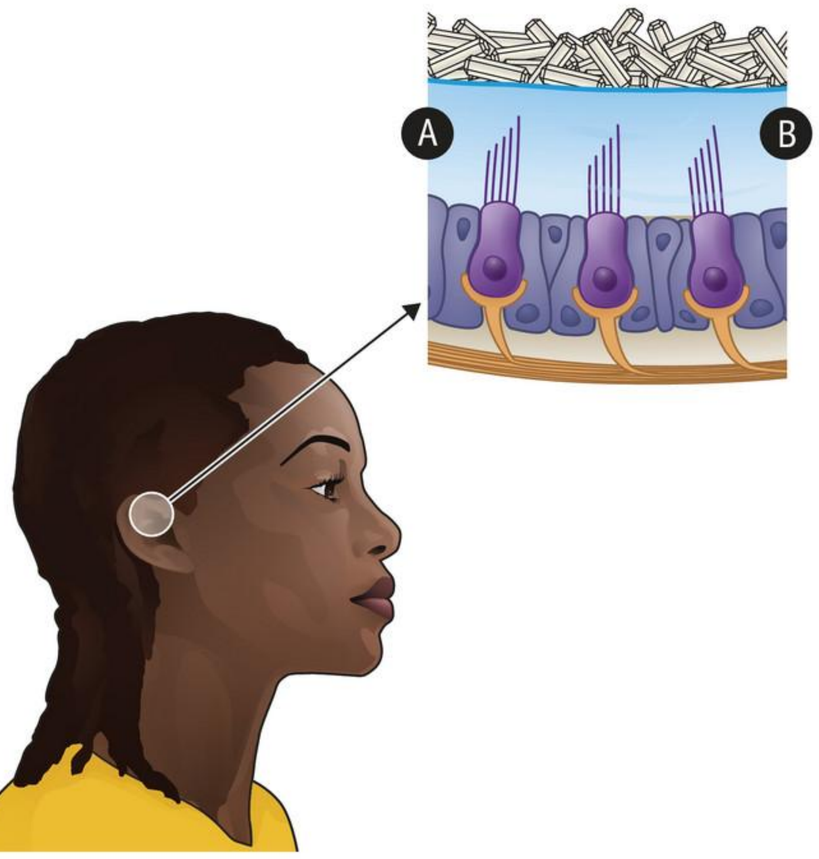
De dichtheid van calciumcarbonaat, het materiaal waaruit de statolieten bestaan, is bijna drie keer zo groot als die van het omringende weefsel.
Leg uit dat die grotere dichtheid noodzakelijk is voor een goede werking van het evenwichtsorgaan.

12 Gas geven

Hamila kijkt recht voor zich uit, terwijl ze autorijdt. In figuur 19 is haar hoofd getekend, met daarnaast – sterk vergroot – enkele haarcellen in haar rechterutriculus.

a Waaraan kun je zien dat Hamila op dit moment met een constante snelheid rijdt?

b In welke richting (A of B) bewegen de haarbundels als Hamila het gaspedaal flink intrapt?



figuur 19 Autorijden met een constante snelheid.

13 Koffer

Als je aan één hand een zware koffer draagt, pas je automatisch je houding aan.

a Beschrijf hoe je houding er dan uitziet, vergeleken met de situatie zonder koffer.

b Leg uit dat deze aanpassing nodig is om stabiel te kunnen staan. Gebruik de woorden 'zwaartepunt' en 'steunvlak' in je uitleg.

Je loopt met je koffer op een loopband op het vliegveld. Je stapt flink door en hebt door de loopband een snelheid van 7,0 km h^{-1}. Wanneer je aan het einde van de loopband afstapt, loop je verder met een snelheid van 5,5 km h^{-1}.

c Leg uit wat er dan gebeurt in je gehoororgaan.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

14 Ballet

Een arabesque is een houding bij klassiek ballet, zoals weergegeven in figuur 20. Je moet bij deze houding je been naar achteren omhoogtillen en je evenwicht bewaren. Het is hierbij belangrijk dat je als balletdanser niet alleen lenig bent, maar ook sterke buikspieren hebt.

a Leg uit waarom buikspieren belangrijk zijn om je evenwicht te bewaren bij het uitvoeren van een arabesque.



figuur 20 Een arabesque.

Als mensen ouder worden, wordt het behouden van de balans moeilijker door spierverlies en verminderde werking van het evenwichtsorgaan. Onderzoek toont aan dat oudere balletdansers, door training, beter hun evenwicht bewaren dan anderen. Hun hersenen onderdrukken bepaalde signalen van het evenwichtsorgaan, zodat balletdansers bijvoorbeeld niet duizelig worden wanneer ze draaien.

b Leg uit welk signaal uit het evenwichtsorgaan bij een balletdanser die een draaiende beweging uitvoert onderdrukt wordt en waarom dit ervoor zorgt dat balletdansers niet duizelig worden.

15 Liggen

Wanneer je op je rug ligt, worden de haarcellen in je statolietorganen op dezelfde manier geprikkeld als wanneer je versneld vooruit beweegt.

a Leg uit hoe het komt dat je hersenen deze twee situaties niet van elkaar kunnen onderscheiden.

Andere zintuigen helpen je lichaam om dat onderscheid wel correct te maken.

b Noem twee zintuigen die daarbij een rol kunnen spelen.

16 Depolariseren

Onderzoekers hebben het mechanisme ontdekt waardoor een haarcel depolariseert. Het ombuigen van een haarbundel opent kanaaltjes in het celmembraan, waardoor ionen uit de omringende vloeistof de haarcel kunnen binnenkomen.

De omringende vloeistof bevat zowel positieve ionen (zoals K^+) als negatieve ionen (zoals Cl^-).

a Hoe komt het dat positieve ionen de cel binnengaan als de poriën worden geopend, terwijl negatieve ionen buiten blijven?

b Hoe verandert de spanning over het celmembraan onder invloed van deze instroom?

★ 17 Evenwichtsorgaan

In het leerboek *Keel-neus-oorheelkunde en hoofd-halschirurgie* staat over het evenwichtsorgaan:

Het *evenwichtsorgaan* (het zesde zintuig) vormt de primaire sensor voor het meten van de stand en bewegingen van ons hoofd in de ruimte. Het detecteert de hoofdstand ten opzichte van de zwaartekracht binnen een halve graad nauwkeurig en meet hoofdversnellingen groter dan 0,5 cm s^{-2} (rotaties) en 2 cm s^{-2} (translaties).

a Leg uit hoe de draaibeweging van het hoofd verandert bij een versnelling van 1 cm s^{-2}.

b Geef een voorbeeld van een situatie waarin zo'n versnelling kan optreden.

c Door welk deel van het evenwichtsorgaan wordt zo'n versnelling gemeten?

d Leg uit hoe de beweging van het hoofd verandert bij een versnelling van 5 cm s^{-2}.

e Geef een voorbeeld van een situatie waarin zo'n versnelling kan optreden.

f Door welk deel van het evenwichtsorgaan wordt zo'n versnelling gemeten?

3 MOLECULAIRE MOTOREN

Leerdoelen

K1.3.1 Je kunt uitleggen welke rol zweepstaartmotoren hebben bij de beweging van bacteriën.

K1.3.2 Je kunt uitleggen dat een bacterie een *biased random walk* uitvoert.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN				
	K1.3.1	K1.3.2	3.7.4*	4.1.3*	4.1.5*
Onthouden					
Begrijpen	18	19cd			
Toepassen	20, 21c, 23, 24	19abe, 21ab	22d	22ab	22c
Analyseren					

* Dit leerdoel vind je in een ander hoofdstuk of is een algemeen leerdoel.

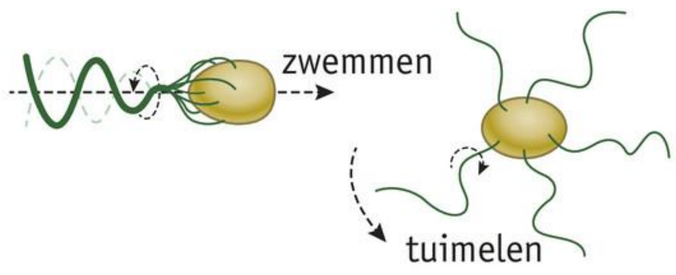
Een motor is een machine die chemische of elektrische energie gebruikt om een beweging in gang te zetten en te houden. Je komt motoren niet alleen tegen in apparaten die door mensen zijn gemaakt, ze zitten ook in levende wezens. Een voorbeeld is de motor die de zweepstaart van bacteriën aandrijft. Biofysici hebben technieken ontwikkeld om de prestaties van deze extreem kleine motoren te bepalen.

ZWEMMEN EN TUIMELEN

*E. coli*bacteriën (voluit *Escherichia coli*) komen in grote aantallen in je darmen voor. Ze worden vaak voor onderzoek gebruikt, omdat je ze gemakkelijk in het laboratorium kunt kweken. Biofysici hebben onderzoek gedaan naar de manier waarop dit micro-organisme (lengte exclusief zweepstaarten 2 µm, doorsnede 1 µm) zich voortbeweegt.

E. colibacteriën zijn goede zwemmers. Ze kunnen zich, zoals veel soorten bacteriën, op eigen kracht verplaatsen door de vloeistof waarin ze leven. De bacterie wordt daarbij voortgestuwd door **zweepstaarten** (flagellen) van 5-10 µm die op verschillende plaatsen uit de cel steken. De spiraalvormige zweepstaarten werken als een soort scheepsschroef: door te draaien genereren ze de stuwkracht die voor de beweging nodig is.

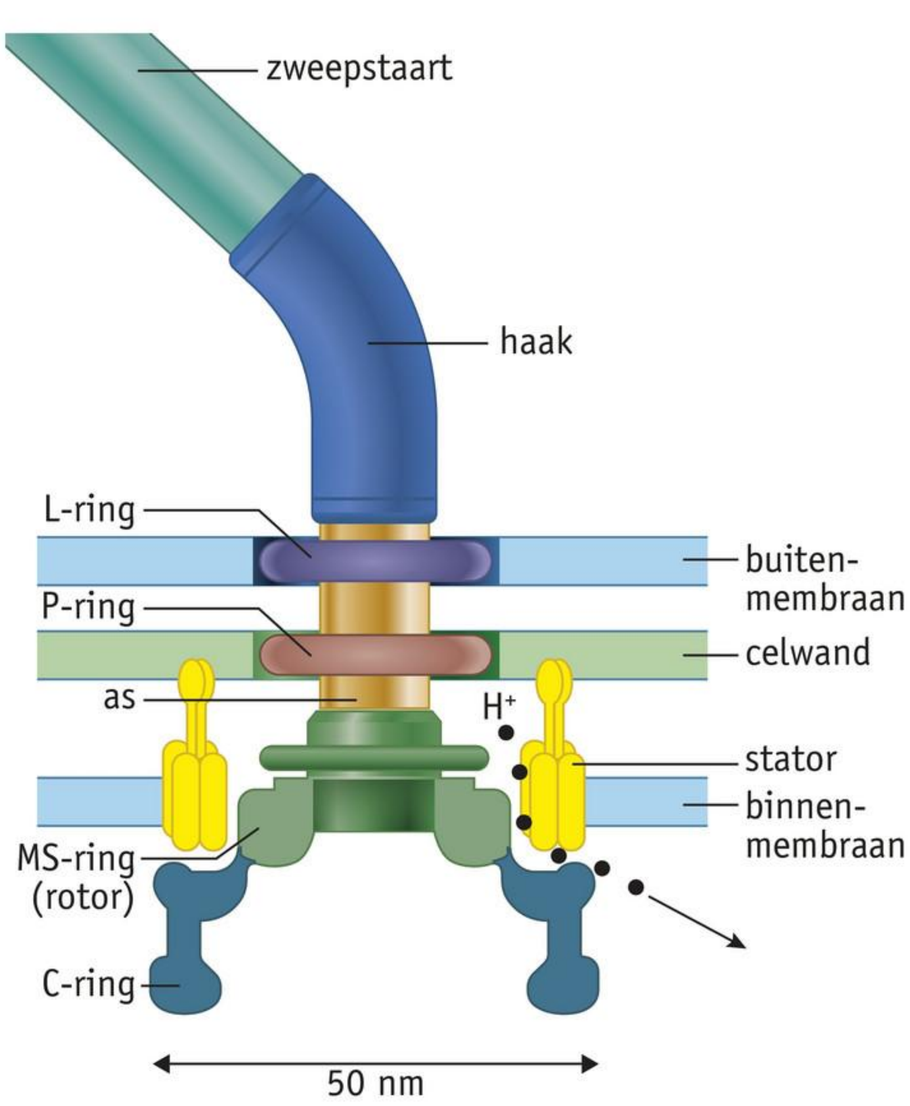
De zweepstaarten draaien afwisselend met de wijzers van de klok mee en ertegenin. Als ze tegen de wijzers van de klok in draaien, vormen ze een bundel die de bacterie in één richting voortstuwt. Dit noem je **zwemmen** (figuur 21). De bacterie kan hierbij een snelheid bereiken van 50 µm s^{-1}, dat is wel 25× de eigen lichaamslengte per seconde. Als de zweepstaarten met de wijzer van de klok mee draaien, ontwart de bundel en gaan de zweepstaarten alle kanten op staan. De bacterie draait dan in een cirkel rond. Dit noem je **tuimelen**.



figuur 21 Tegen de klok in (links) en met de klok mee (rechts).

DE ZWEEPSTAARTMOTOR

Elke zweepstaart wordt aangedreven door een moleculaire motor die is verankerd in de celwand van de bacterie. De motor heeft een doorsnede van 50 nm en is opgebouwd uit tientallen verschillende moleculen. In figuur 22 zijn de belangrijkste onderdelen getekend. De motor draait als gevolg van de wisselwerking tussen de (stilstaande) stator en de (draaiende) rotor, net als een 'gewone' elektromotor.



figuur 22 Dwarsdoorsnede van een zweepstaartmotor.

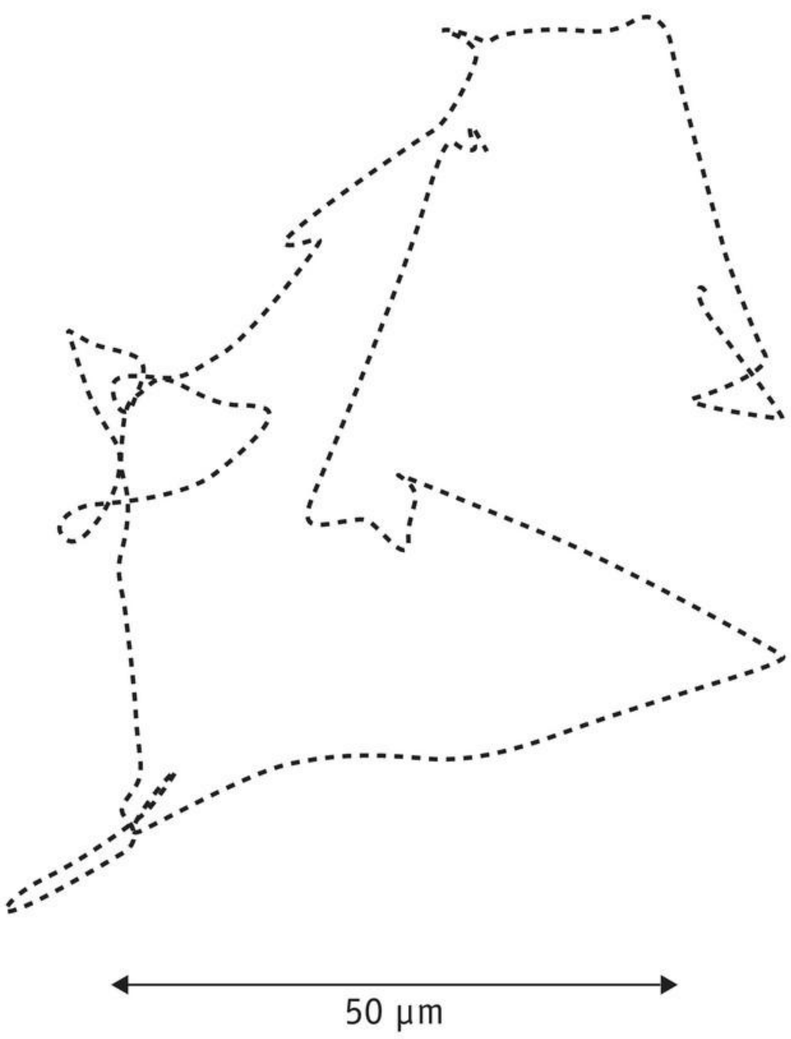
Zoals elke elektromotor heeft ook de zweepstaartmotor elektrische energie nodig. De bacterie zorgt daarvoor door positief geladen ionen uit de cel te 'pompen'. Hierdoor ontstaat een elektrochemische spanning over het membraan. Binnen in de cel is de spanning circa 170 mV lager dan daarbuiten. Onder invloed hiervan stromen protonen (H^+) langs een stator de cel binnen. Bij het passeren van de stator brengen ze de rotor in beweging.

Biofysisch onderzoek heeft veel kennis over de zweepstaartmotor opgeleverd. Een aantal cijfers:

- Bij elke omwenteling van de motor stromen circa 1200 protonen de cel binnen.
- Het toerental van de motor varieert van 0 tot 200 Hz (omwentelingen per seconde).
- Het rendement van de motor is erg hoog, 90-100%, bij toerentallen tot 200 Hz. Bij hogere toerentallen neemt het rendement sterk af.

BIASED RANDOM WALK

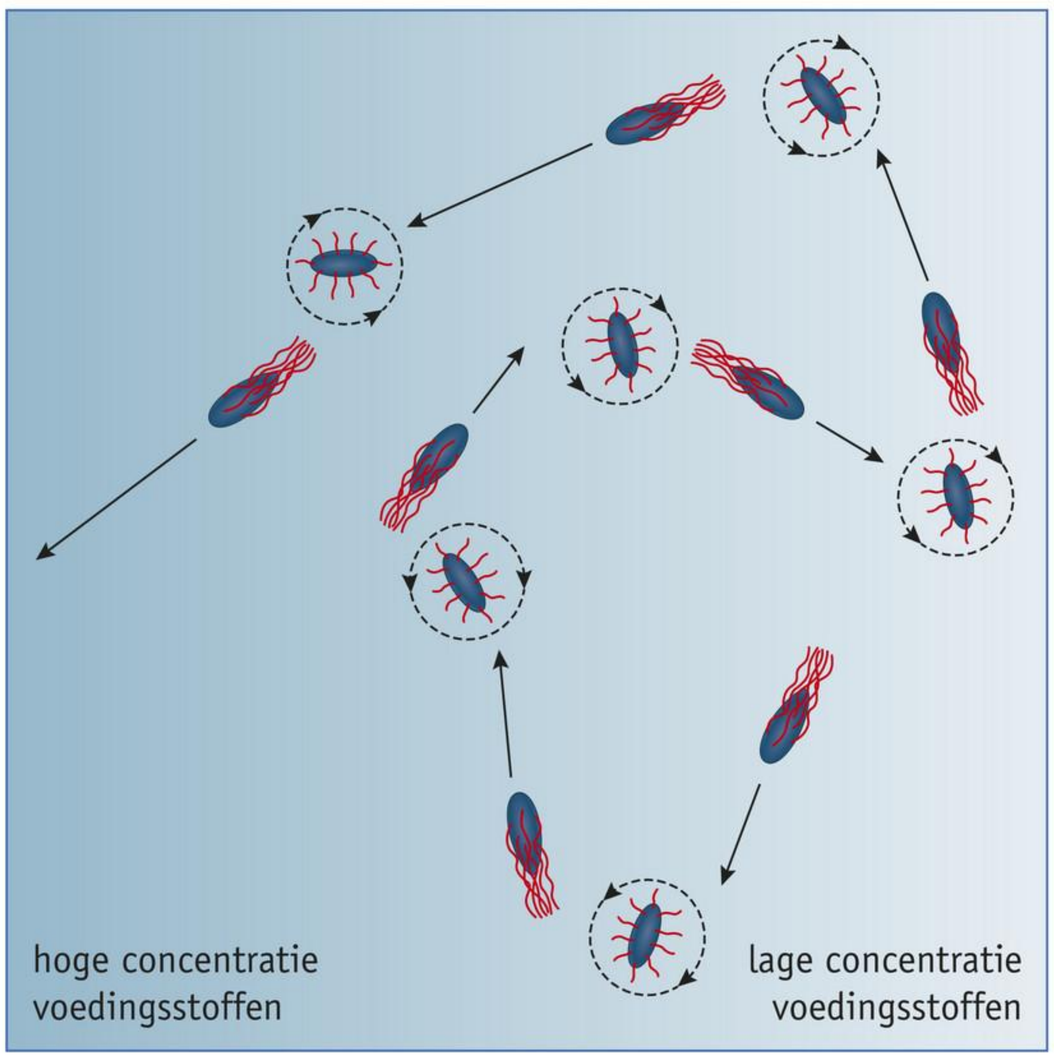
Een bacterie kan maar enkele seconden rechtuit zwemmen. Dat komt doordat de bacterie wordt omringd door moleculen die er steeds tegenaan botsen. Soms komen er toevallig meer moleculen vanuit de ene richting dan vanuit de andere, dan wordt de bacterie uit koers geslagen.
Een E. colibacterie beweegt zich via een grillig traject (figuur 23). Met behulp van een microscoop en een camera is de plaats van de bacterie vastgelegd met tussentijden van 0,1 s. De bacterie zwemt steeds 1 à 2 seconden min of meer rechtuit en tuimelt daarna circa 0,1 s lang. Na een tuimeling zwemt de bacterie weg in een nieuwe richting. De bacterie kan die richting niet zelf kiezen: die is helemaal van het toeval afhankelijk.



figuur 23 *Biased random walk* van een E. colibacterie.

Toch beweegt een bacterie al zwemmend en tuimelend wel een bepaalde kant op. Dat komt doordat de bacterie de lengte van de zwemperiode afstemt op de kwaliteit van de omgeving.
Als de concentratie gunstige stoffen toeneemt of de concentratie schadelijke stoffen afneemt, zwemt de bacterie zo lang mogelijk door. Als het omgekeerde het geval is, stopt de bacterie algauw met zwemmen en probeert een – willekeurige – nieuwe richting uit. Hierdoor beweegt de bacterie geleidelijk in de richting waar de omstandigheden het best zijn (figuur 24).
Het resultaat is een traject dat wiskundigen een ***biased random walk*** noemen: een toevalswandeling met een voorkeursrichting. Bij een echte ***random walk*** wordt alles aan het toeval overgelaten: de richtingsverandering en de lengte van elke zwemperiode. Bij een *biased random walk* krijgt één richting een voorkeursbehandeling.

PRACTICUM 2 Simulatie van een *biased random walk*



figuur 24 Zo beweegt een bacterie onder invloed van een concentratieverschil.

Onthoud

- Een E. colibacterie (orde van grootte 1 µm) kan zich door een vloeistof bewegen met behulp van zweepstaarten die werken als een scheepsschroef.
- Als de zweepstaarten tegen de wijzers van de klok in draaien, 'zwemt' de bacterie in één richting. Als de zweepstaarten met de wijzers van de klok meedraaien, 'tuimelt' de bacterie in een cirkel rond.
- Elke zweepstaart wordt aangedreven door een moleculaire motor (50 nm). De rotor van deze motor wordt in beweging gebracht door protonen (H^+) die via de stator de cel binnenstromen.
- Een E. colibacterie voert al zwemmend en tuimelend een *biased random walk* uit die ondanks abrupte richtingsveranderingen naar betere leefomstandigheden voert.

OPDRACHTEN ▸ Basis

18 **Zwemmen**

Een redelijk getrainde zwemmer (geen topatleet) haalt een zwemsnelheid van circa 1 m s^{-1} (3,6 km h^{-1}).

a Vergelijk de zwemsnelheid in m s^{-1} van een mens met die van een E. colibacterie, zoals vermeld in de theorie. Wat valt op?

b Bepaal de zwemsnelheid in lichaamslengte per seconde van een mens en vergelijk de uitkomst met de zwemprestaties van een E. colibacterie. Wat valt op?

c Hoe snel zou een mens bewegen als hij ook een snelheid kon halen van 25 lichaamslengten per seconde?

19 *Biased random walk*

In figuur 23 is de plaats van een E. colibacterie vastgelegd met tussenpozen van 0,1 s. Je ziet hierbij dat de bacterie het zwemmen in rechte lijn afwisselt met tuimelen.

a Leg uit hoe het kan dat een bacterie al zwemmend en tuimelend wel een bepaalde kant op beweegt.

Zoek in figuur 23 een (min of meer) rechtlijnig deel van de beweging.

b Bepaal de snelheid die de bacterie over dit traject haalt.

c Bepaal de verplaatsing tussen het startpunt en het eindpunt van de gehele beweging van de E. colibacterie.

d Schat de tijd die de bacterie nodig heeft om van het startpunt naar het eindpunt te komen.

e Gebruik de antwoorden op opdracht c en d om te berekenen hoe groot de gemiddelde snelheid van de bacterie is.

20 Rendement

Bij een experiment bepaal je het opgenomen vermogen en het nuttig geleverde vermogen van een zweepstaartmotor. Bij één meting is het opgenomen vermogen $3{,}1 \cdot 10^{-15}$ W en het nuttig vermogen $2{,}7 \cdot 10^{-15}$ W.
Bereken het rendement van de zweepstaartmotor.

C 21 Beweging door stroperige vloeistoffen

In tegenstelling tot wat je zou verwachten, verplaatsen bacteriën zich sneller door stroperige vloeistoffen dan door waterachtige vloeistoffen. In figuur 25 zie je de beweging in beide soorten vloeistof.

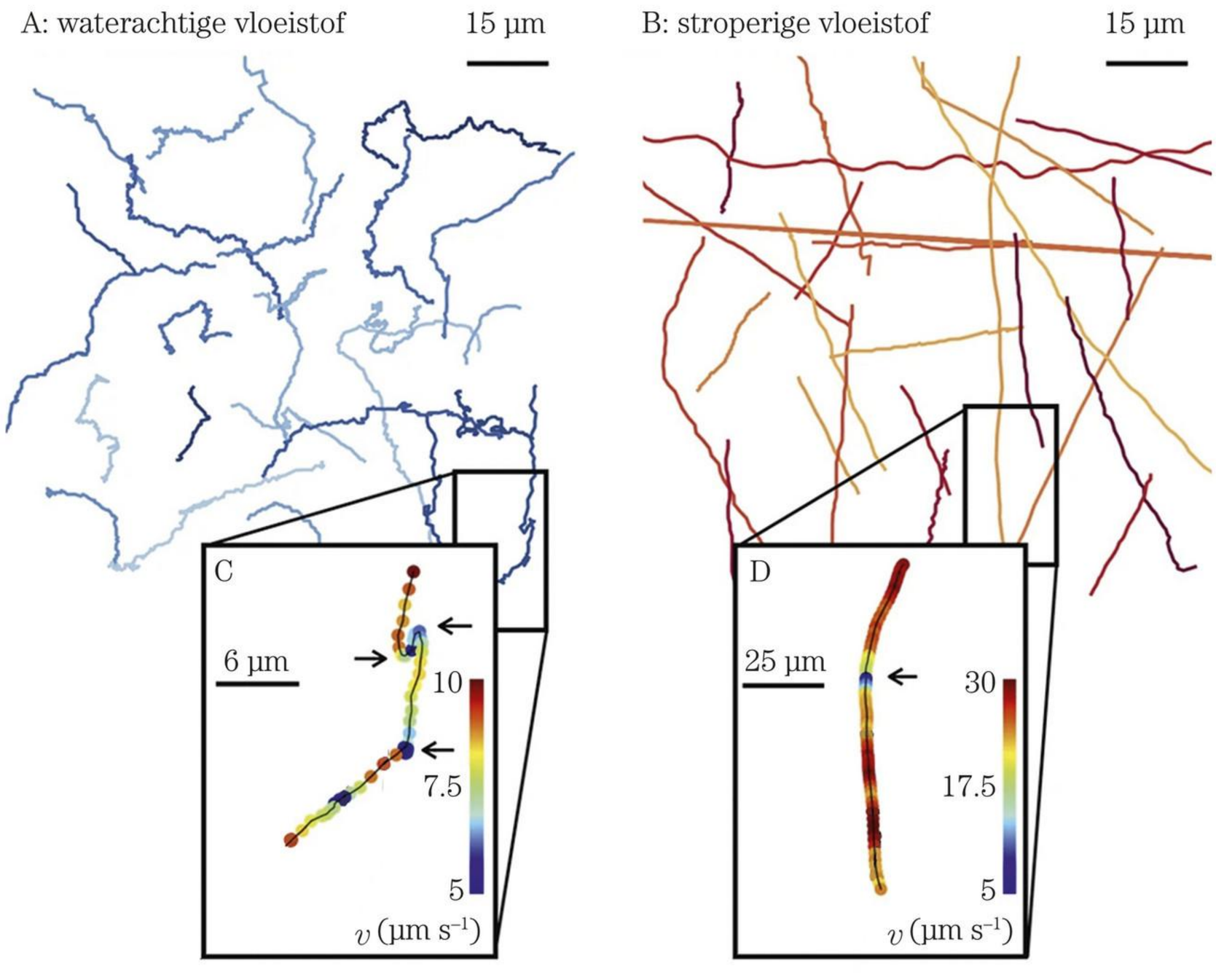
a Leg uit hoe je in figuur 25 kunt aflezen dat bacteriën zich sneller voortbewegen door vloeistof B.

Onderzoekers dachten dat deze snellere beweging komt door de polymeren in de stroperige vloeistof B. Deze polymeren zijn moleculen die bestaan uit lange ketens. De onderzoekers dachten dat de polymeren een langwerpig netwerk vormen dat bacteriën sneller door de vloeistof heen leidt. Door het netwerk wordt de beweging van de bacteriën een *biased random walk.*

b Leg uit hoe een netwerk van polymeren kan leiden tot een snellere snelheid van de bacteriën.

Onderzoek heeft aangetoond dat niet alleen polymeren, maar ook andere grote onoplosbare deeltjes in een vloeistof de beweging van bacteriën versnellen. Hierdoor werd duidelijk dat de snelheid van de bacteriën niet wordt veroorzaakt door de langwerpige netwerken, maar door botsingen tussen de bacteriën en de grote deeltjes of polymeren. Deze botsingen beïnvloeden de zweepstaartmotor.

c Leg op basis van figuur 25 uit dat deze botsingen vooral invloed hebben op het tuimelen van de bacterie.



figuur 25 De beweging van *E. coli* in een waterachtige vloeistof A en een stroperige vloeistof B.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

22 Stuwkracht

Bij elke omwenteling van de zweepstaartmotor stromen circa 1200 protonen de cel binnen, onder invloed van een spanning van 170 mV.

a Hoe groot is de totale lading die dan de cel instroomt?

b Bereken de stroom door de motor bij een toerental van 100 Hz.

c Bereken het elektrisch vermogen van de motor.

Een E. colibacterie kan zich voortbewegen met een snelheid van 50 µm s^{-1}.

d Hoe groot is dan de stuwkracht van de motor?

23 Dronkemanswandeling

Een dronken persoon zet stappen in een willekeurige richting: hij voert een *random walk* uit.

Bedenk een situatie waarbij dit een *biased random walk* is.

★ 24 Draaien

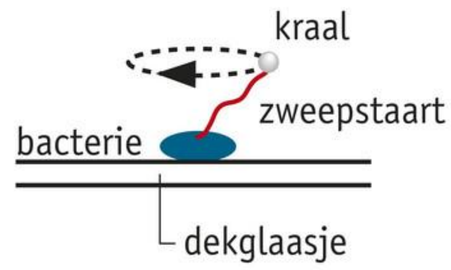
Biofysici voeren experimenten uit waarbij ze de zweepstaart van een bacterie afbreken en een kunststof microkraal aan het overgebleven stompje plakken. Vervolgens meten ze de positie van de kraal, terwijl die door de zweepstaart in een cirkel wordt rondgeslingerd (figuur 26).
Bij een meting maakt de kraal 100 omwentelingen per seconde. De kraal beschrijft bij elke omwenteling een cirkel met een straal van 800 nm.

a Bereken de snelheid van de kraal in $m\ s^{-1}$.

b Bereken de wrijvingskracht op de kraal met de formule $F_w = -b \cdot v$. De constante b is bij deze meting gelijk aan $9{,}4 \cdot 10^{-9}\ kg\ s^{-1}$.

Bij een constant toerental is de kracht die de zweepstaart op de kraal uitoefent even groot als de wrijvingskracht (maar tegengesteld gericht).

c Leg uit waarom dat het geval is.



figuur 26 Experiment waarbij een bacterie een microkraal rondslingert.

4 NANOWETENSCHAP

Leerdoelen

K1.4.1 Je kunt uitleggen op welke twee manieren moleculen en ionen cellen in- en uitgaan.

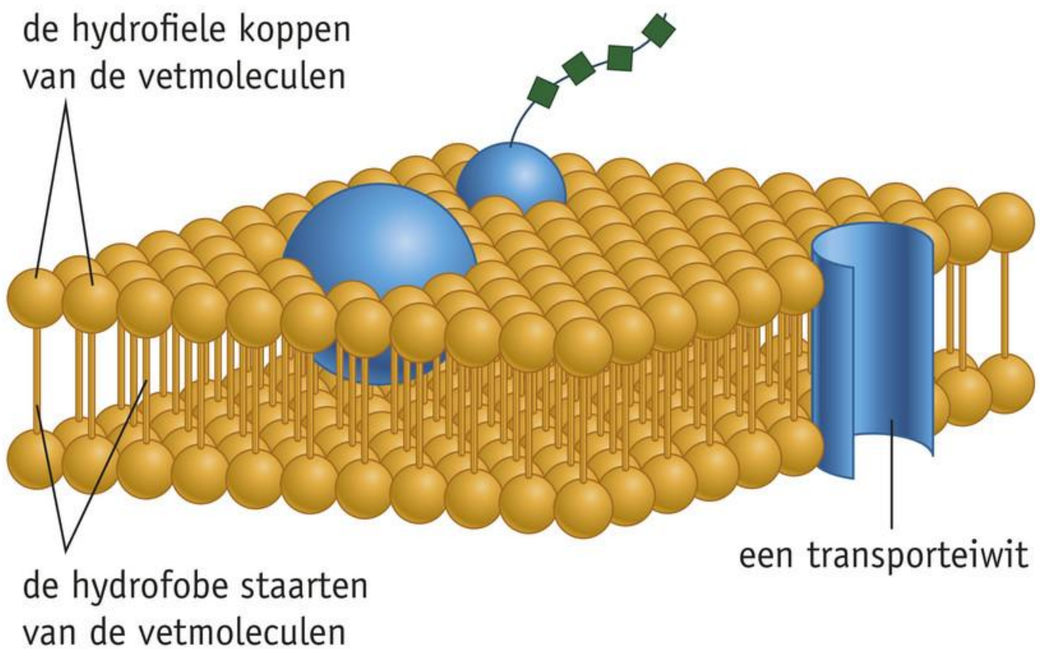
K1.4.2 Je kunt enkele methoden uitleggen waarmee transport van DNA wordt onderzocht.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN	
	K1.4.1	K1.4.2
Onthouden		
Begrijpen	25, 28	29ab, 31d
Toepassen	31a	26, 27, 29cd, 30, 31bcef
Analyseren		31g

Veel verschijnselen die voor biofysici interessant zijn, spelen zich af op nanoschaal: een factor 10^9 kleiner dan een mens, een hond, een fiets of een stoel. Dat is de schaal waarop de processen in een cel zich afspelen. Wil je weten hoe het leven werkt, dan moet je onderzoeken hoe de wereld er op nanoschaal uitziet.

HET CELMEMBRAAN

Het menselijk lichaam bestaat naar schatting uit 10^{14} cellen. Al die cellen hebben een celmembraan: een 5 nm dik vlies dat de inhoud van de cel – het cytoplasma – scheidt van de wereld buiten de cel. Het celmembraan is opgebouwd uit een dubbele laag vetmoleculen waarvan de niet-waterafstotende (hydrofiele) koppen naar buiten wijzen en de waterafstotende (hydrofobe) staarten naar binnen (figuur 27).

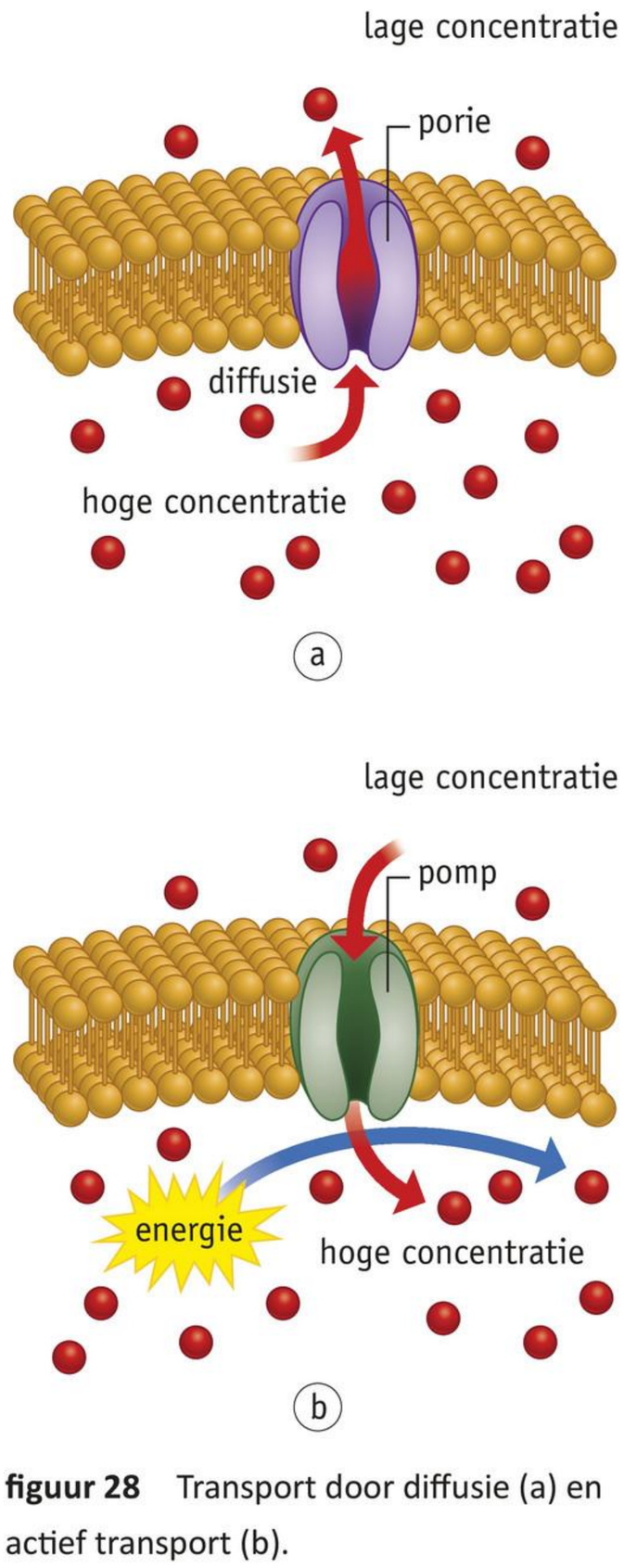


figuur 27 Het celmembraan.

De krachten tussen de vetmoleculen zijn zo groot dat andere moleculen zich er moeilijk tussen kunnen dringen. Alleen enkele kleine moleculen, zoals zuurstof (O_2) en koolstofdioxide (CO_2), kunnen het celmembraan op eigen kracht passeren. Om het transport van andere moleculen mogelijk te maken, bevat het membraan speciale transporteiwitten die poriën en pompen genoemd worden.

Een **porie** is een transporteiwit dat functioneert als een kanaal: een buisje dat op maat is gemaakt voor een of meer soorten moleculen. Als de concentratie van deze moleculen buiten de cel hoger is dan daarbinnen, stromen ze via dit kanaal de cel in. In het omgekeerde geval stromen ze via dezelfde opening de cel uit. Dat gaat vanzelf: doordat moleculen onophoudelijk bewegen, verspreiden ze zich vanzelf van de plek met de hoogste naar de plek met de laagste concentratie. Je noemt dit **passief transport** of transport door **diffusie** (figuur 28a).

Een **pomp** is een transporteiwit dat moleculen in de tegenovergestelde richting vervoert: van de plaats met de laagste naar de plaats met de hoogste concentratie. Dit proces wordt **actief transport** genoemd, omdat deze beweging niet vanzelf gaat (figuur 28b). Het transporteiwit heeft chemische energie nodig om een molecuul te vervoeren tegen het concentratieverschil in (net zoals een waterpomp elektrische energie nodig heeft om water op te pompen van laag naar hoog).



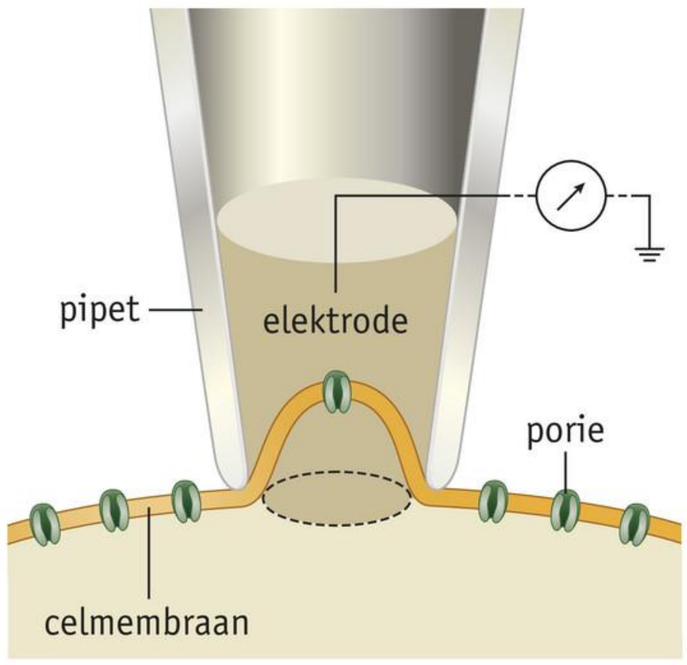
figuur 28 Transport door diffusie (a) en actief transport (b).

DIFFUSIE VAN IONEN

Voor de diffusie van moleculen is het concentratieverschil de enige bepalende factor. Voor ionen, die ook een belangrijke rol in de cel hebben, is dat anders. Denk bijvoorbeeld aan de H^+-ionen die de krachtbron voor de zweepstaartmotor vormen. De beweging van deze ionen wordt beïnvloed doordat ze een elektrische lading hebben. Daardoor is er bij de diffusie van ionen naast het concentratieverschil nog een tweede factor van belang: de elektrische spanning over het celmembraan.

Er staat een spanning over het celmembraan doordat transporteiwitten door actief transport positieve ionen zoals Na^+ de cel uit pompen. De vloeistof aan de buitenkant van het membraan is daardoor positiever dan de vloeistof aan de binnenkant van het membraan van de cel. Dat zorgt voor een elektrische kracht op de ionen: bij positieve ionen werkt die kracht de cel in, bij negatieve ionen de cel uit. Deze elektrische kracht kan ionen door poriën in het celmembraan laten bewegen, net zoals dat gebeurt door een concentratieverschil.

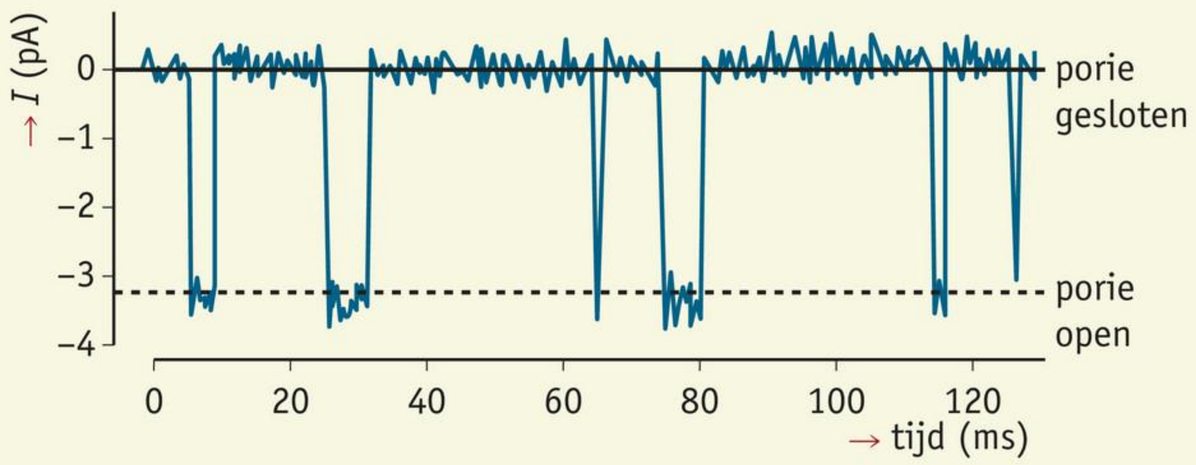
Onderzoekers hebben verschillende technieken ontwikkeld om het transport van ionen door het celmembraan te onderzoeken. Bij de *patch-clamp*techniek wordt een micropipet met een extreem dunne punt op het celmembraan gezet (figuur 29). Doordat er in de pipet een lichte onderdruk heerst, wordt het membraan een eindje de pipet ingezogen. Onder de opening in de pipet bevindt zich dan een klein stukje membraan met een of hoogstens enkele poriën. Met behulp van een elektrode in de pipet kan de onderzoeker vervolgens de ionenstroom door de poriën meten.



figuur 29 De ionenstroom meten met een *patch clamp*.

Voorbeeldopdracht 1

In figuur 30 zie je een grafiek van de ionenstroom door een porie in het membraan van een spiercel. Je ziet dat de porie niet de hele tijd openstaat, maar afwisselend open- en dichtgaat. De ionenstroom bestaat uit positieve ionen met een lading van $+e$.
Schat hoeveel ionen per seconde de porie passeren.



figuur 30 Ionenstroom door één enkele porie.

Uitwerking

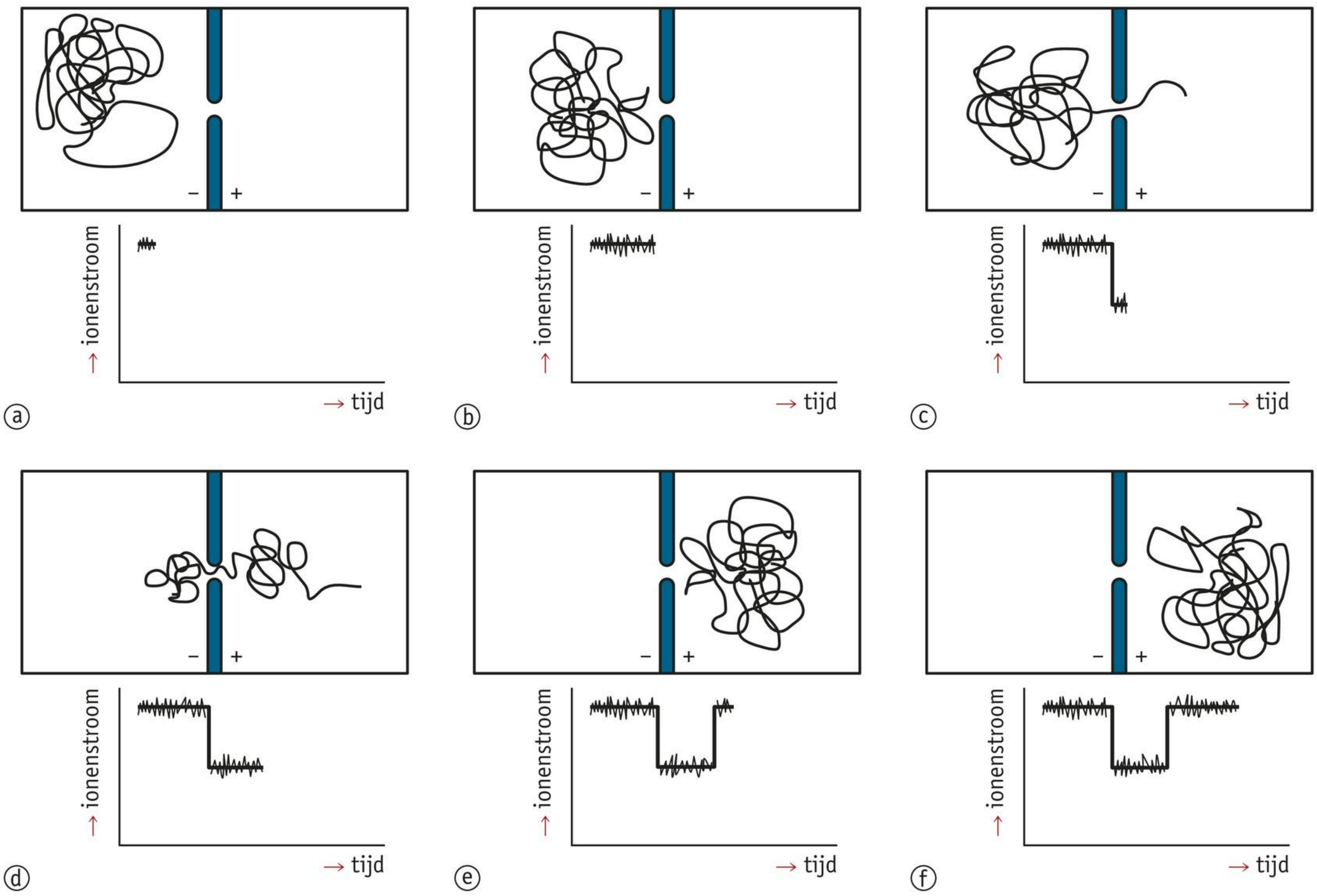
Als een porie openstaat, is de stroomsterkte −3,2 pA = $-3{,}2 \cdot 10^{-12}$ A (het minteken voor 3,2 geeft alleen de richting van de stroom aan; je mag het in het vervolg negeren). Als de porie steeds open zou staan, zou het aantal ionen per seconde uitkomen op: $\frac{3{,}2 \cdot 10^{-12}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}} = 2{,}0 \cdot 10^{7}$

De porie staat circa 15% van de tijd open (geschat op basis van figuur 30). Er bewegen dus 15% van $2{,}0 \cdot 10^{7} = 3{,}0 \cdot 10^{6}$ ionen per seconde door de porie.

NANOPORIËN EN DNA

Biofysici hebben zich door het celmembraan laten inspireren om experimenten te doen met kunstmatige membranen. In figuur 31 zie je een voorbeeld van zo'n experiment. De onderzoekers hebben een 20 nm dik membraan gemaakt van siliciumnitride (SiN), een materiaal dat sterk en taai genoeg is om er zo'n dun vlies van te maken. Daarna hebben ze een gaatje in het membraan gemaakt met een dunne bundel elektronen. Het resultaat is een **nanoporie**: een kleine opening met een doorsnede

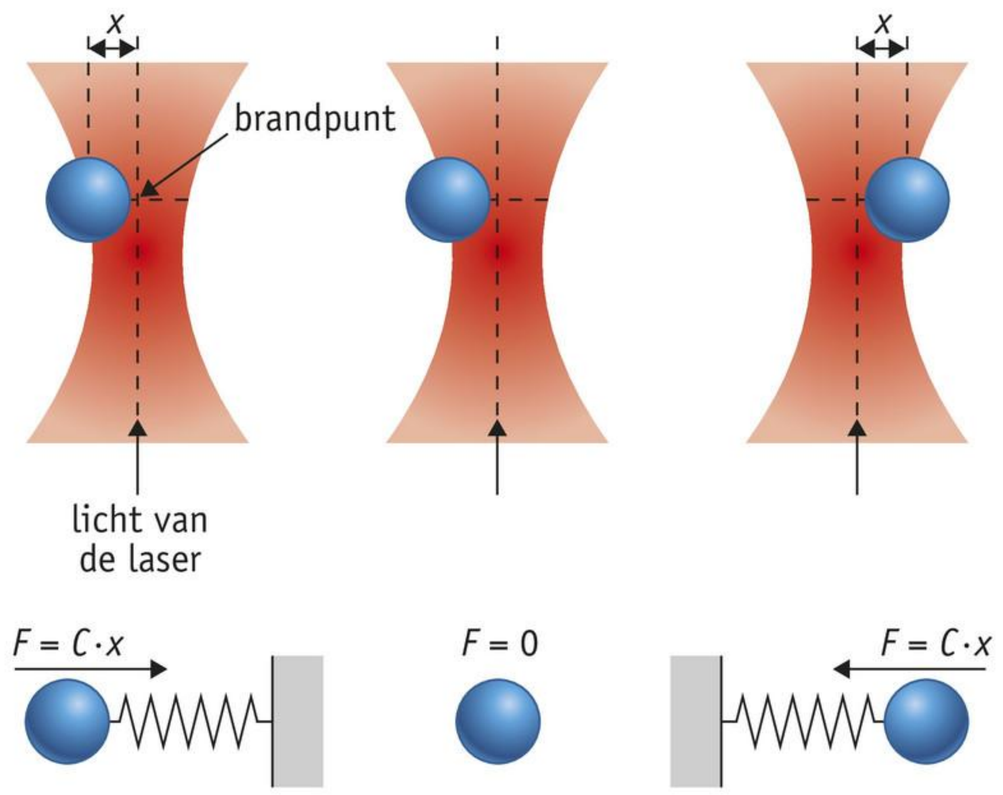
van enkele nanometers die je kunt gebruiken om DNA te onderzoeken (in figuur 31 niet op schaal getekend).
De onderzoekers hebben de ruimten aan weerszijden van het membraan gevuld met een geleidende oplossing. Met twee elektroden is een spanning over het membraan gelegd. Daardoor stromen er voortdurend ionen door de nanoporie heen. De grootte van de elektrische stroom wordt continu gemeten. De oplossing bevat verder nog een aantal negatief geladen DNA-moleculen die als lange verwarde slierten in de vloeistof zweven.
Als een sliert DNA in de buurt van de nanoporie komt, wordt hij door elektrische krachten in de opening getrokken (figuur 31a-c). Hierdoor wordt de nanoporie gedeeltelijk geblokkeerd, wat resulteert in een afname van de ionenstroom door de porie. Het DNA-molecuul beweegt vervolgens door de nanoporie heen, naar de andere kant van het membraan (figuur 31c-e). Uit de veranderingen in de ionenstroom tijdens dit proces kunnen de onderzoekers eigenschappen van het DNA-molecuul afleiden. De techniek is bijvoorbeeld gebruikt om de plaatsen te vinden waar eiwitten aan het DNA binden.



figuur 31 Experiment waarbij DNA door een nanoporie wordt getrokken.

MOLECULEN MANIPULEREN MET EEN OPTISCH PINCET

Het is mogelijk om een DNA-molecuul vast te maken aan een microkraal: een glazen of kunststof bolletje met een diameter van 1-5 µm. Zo'n microkraal kun je beetpakken en verplaatsen met een apparaat dat een optisch pincet wordt genoemd (figuur 32). Op die manier kun je een DNA-molecuul gecontroleerd door een nanoporie heen laten bewegen. Ook is het mogelijk om de krachten op het DNA-molecuul te meten, terwijl het door de nanoporie heen beweegt.



figuur 32 Optisch pincet.

Een optisch pincet produceert een intense, sterk gefocuste lichtbundel. In het brandpunt van zo'n lichtbundel kun je een klein, doorzichtig voorwerp gevangen houden. Als zo'n voorwerp bij het brandpunt vandaan beweegt, oefent het licht een kracht uit die het voorwerp weer terug laat bewegen, naar het brandpunt toe. De kracht F op het voorwerp is evenredig met de afstand x tot het brandpunt: $F = C \cdot x$. Het lijkt daarom alsof het voorwerp vastzit aan een veer die uitrekt als het voorwerp bij het brandpunt vandaan beweegt (figuur 32).
De lichtbundel van een optisch pincet kun je heel nauwkeurig sturen. Een onderzoeker kan een microkraal in stappen van enkele nanometers laten bewegen, naar een nanoporie toe of daarbij vandaan. Om de plaats van de microkraal vast te stellen, wordt gebruikgemaakt van laserlicht dat door de kraal wordt gereflecteerd naar een microscoop. Op basis van de reflecties kun je nagaan waar de kraal met het daaraan vastgemaakte DNA-molecuul zich bevindt.

Onthoud

- Het celmembraan bevat twee soorten transporteiwitten: poriën waardoor passief transport plaatsvindt (door diffusie) en pompen waardoor actief transport plaatsvindt.
- Bij diffusie verplaatsen moleculen zich door hun beweging 'vanzelf' van de plaats met de hoogste naar de plaats met de laagste concentratie.
- Voor de diffusie van ionen in een vloeistof is niet alleen het concentratieverschil van belang (zoals bij moleculen), maar ook de elektrische spanning over het celmembraan.
- Biofysici gebruiken kunstmatige membranen met nanoporiën om de eigenschappen van moleculen zoals DNA te onderzoeken.
- Met een optisch pincet kan DNA gecontroleerd door een nanoporie bewegen. Het DNA wordt hiervoor bevestigd aan een microkraal die zich in het brandpunt van een intense lichtbundel bevindt. De kracht op deze microkraal is evenredig met de afstand x tot het brandpunt: $F = C \cdot x$

OPDRACHTEN ▸ Basis

25 Pomp

Voor veel biologische processen is het van belang dat de Na^+-concentratie in de cel lager is dan daarbuiten. Het celmembraan bevat daarom een transporteiwit dat dit concentratieverschil in stand houdt: de natrium-kaliumpomp.

a Leg uit waarom een concentratieverschil wel in stand kan worden gehouden door een pompeiwit, maar niet door een porie-eiwit.

b In welke richting vervoert de natrium-kaliumpomp de Na^+-ionen: van binnen de cel naar buiten of van buiten de cel naar binnen? Licht je antwoord toe.

In 1960 werd ontdekt dat de natrium-kaliumpomp vijf ionen tegelijk vervoert: voor elke drie Na^+-ionen die de ene kant op worden gebracht, bewegen er twee K^+-ionen in de tegenovergestelde richting.

c Wat is het netto-effect van dit transport op de spanning over het celmembraan?

26 Stroom

Bij een experiment bewegen twee soorten ionen door een nanoporie. Per seconde stromen $2{,}1 \cdot 10^8$ ionen met een lading van $-e$ van links naar rechts en $4{,}2 \cdot 10^8$ ionen met een lading van $+2e$ van rechts naar links.

a Bereken de totale stroomsterkte door de porie in pA.

In de natuurkunde loopt een elektrische stroom per definitie van plus naar min, ook al bewegen de ladingdragende deeltjes vaak net de andere kant op.

b Hoe zit dat in het experiment in deze opdracht: loopt de stroom van links naar rechts of van rechts naar links?

27 Optisch pincet

Een optisch pincet wordt in het Engels *optical tweezers* of een *optical trap* (optische val) genoemd. Onderzoekers moeten voor elke meting eerst de *trap stiffness* bepalen: dat is C in de formule $F = C \cdot x$. De *trap stiffness* C geeft aan hoe stug de denkbeeldige veer is die de gebruikte microkraal terugtrekt naar het brandpunt.
Bij een experiment wordt een optisch pincet gebruikt met een *trap stiffness* van 250 pN per µm.

a Bereken hoe groot de kracht op de kraal wordt als die 100 nm bij het brandpunt vandaan wordt bewogen.

b Bereken hoe groot de afstand tot het brandpunt is als het optisch pincet een kracht van 50 pN op de kraal uitoefent.

C 28 Zuurstof bij lopen

Als je loopt, verbruik je zuurstof bij de chemische reacties in je cellen. Toch krijgen de cellen geen gebrek aan zuurstof, zolang het weefsel rondom de cellen zuurstofrijk blijft.

a Welk natuurkundig proces zorgt ervoor dat zo'n cel voortdurend vanuit de haarvaten in het omringende weefsel van nieuwe zuurstof wordt voorzien?

b Hoe komt het dat dit proces 'vanzelf' verloopt, zonder dat de cel hieraan energie hoeft te besteden?

C 29 Nanoporie

Bij het experiment in figuur 31 beweegt er met tussenpozen een DNA-molecuul door de nanoporie. Om het passeren van zo'n molecuul te detecteren, wordt de ionenstroom door de nanoporie voortdurend gemeten.

a Hoe kun je aan de meetresultaten zien dat er een DNA-molecuul door de porie beweegt?

b Hoe kun je aan de meetresultaten zien hoelang het DNA-molecuul zich in de porie bevindt?

Een onderzoeker kan eiwitten op bepaalde plaatsen aan een DNA-molecuul laten binden. Je krijgt dan slierten DNA met hier en daar verdikkingen op de plaatsen waar een eiwit aan het DNA vastzit.

c Hoe kun je aan de meetresultaten zien waar de eiwitten zich aan het DNA hebben gebonden?

Soms gebeurt het dat twee uiteinden van een DNA-molecuul tegelijk de nanoporie worden ingetrokken. Het molecuul passeert de porie dan in gedeeltelijk dubbelgeslagen toestand.

d Hoe kun je dat aan de meetresultaten zien?

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

30 Kraal

In figuur 33 zie je een experiment met een dubbele streng RNA die aan één kant vastzit aan een microkraal. De kraal bevindt zich in situatie a in het brandpunt van een optisch pincet. Het RNA wordt daarna door elektrische krachten een nanoporie ingetrokken. De kraal beweegt daardoor een eindje in de richting van de nanoporie. In situatie b is er evenwicht ontstaan en bewegen het RNA en de microkraal niet meer.

a Welke twee krachten houden elkaar in situatie b in evenwicht?

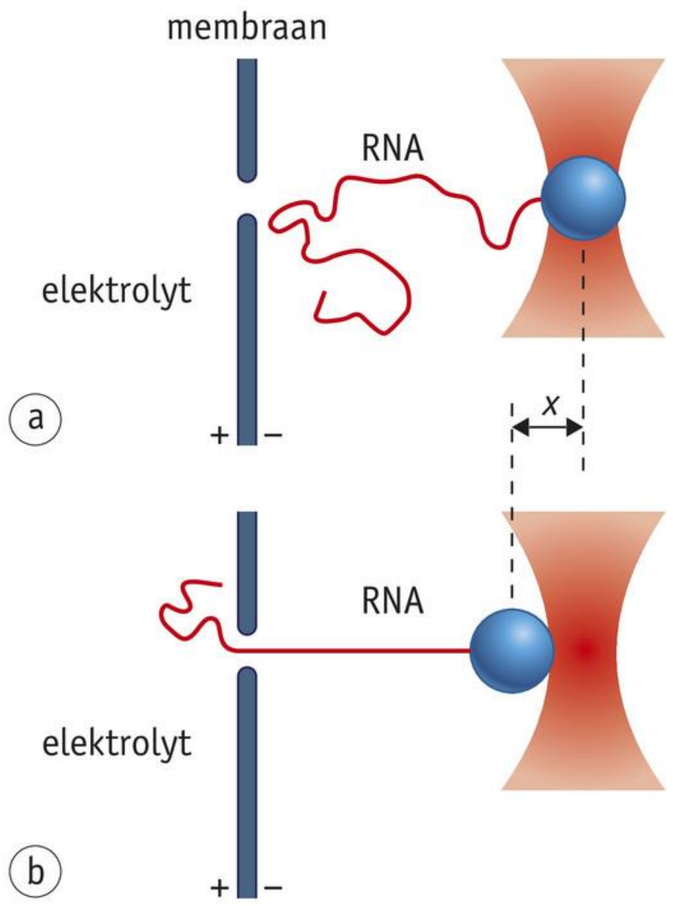
In situatie b bevindt de kraal zich op een afstand x = 64 nm van het brandpunt. Het optisch pincet heeft een *trap stiffness* van 135 pN per µm.

b Bereken de kracht die het optisch pincet in deze situatie op de kraal uitoefent.

c Wat kun je in situatie b zeggen over de grootte en de richting van de elektrische kracht op het RNA-molecuul?

Over het membraan staat in situatie b een spanning van 100 mV.

d Beschrijf wat er zal gebeuren als de onderzoeker de spanning terugbrengt tot 75 mV.



figuur 33 Experiment met RNA.

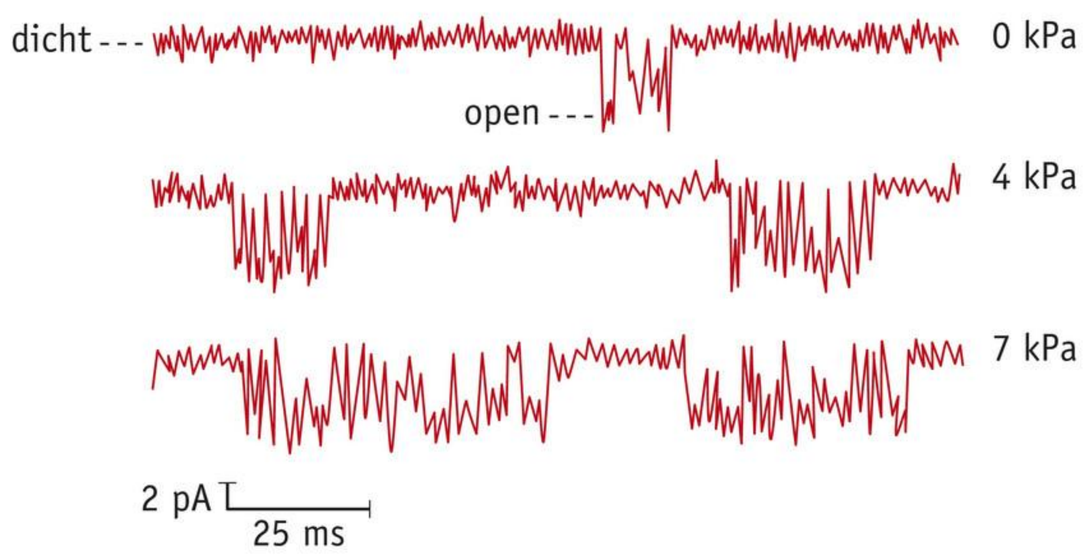
★ 31 Rek

In skeletspieren bevinden zich zintuigcellen die de rek van de spier kunnen waarnemen. Deze cellen reageren op de rekspanning in de spier. Hoe groter die rekspanning, des te langer staan bepaalde poriën in het celmembraan open.
In figuur 34 zie je de grafieken van drie metingen waarbij de ionenstroom door zo'n porie werd gemeten.

a Leg uit waardoor deze ionenstroom ontstaat.
b Hoeveel ms duurde het weergegeven deel van de metingen?
c Bij welke meting was de spier het verst uitgerekt? Waaraan zie je dat?
d Schat voor alle drie de metingen afzonderlijk hoeveel procent van de tijd de porie openstond.

Als een porie openstaat, loopt er uiteraard meer stroom doorheen dan wanneer de porie dicht is. Toch gaat de grafiek bij een open porie naar beneden in plaats van omhoog.

e Leg uit waar dat aan ligt.
f Hoeveel wordt de stroomsterkte lager als de porie openstaat?
g Welke conclusie kun je trekken over de manier waarop de zintuigcel werkt?



figuur 34 Drie metingen aan een porie in het celmembraan van een zintuigcel.

AFSLUITING

In dit hoofdstuk heb je geleerd hoe natuurkundige principes worden gebruikt in biofysisch onderzoek. Maak de eindopdrachten en bereid je voor op de toets.

Eindopdrachten

32 **Myosine**

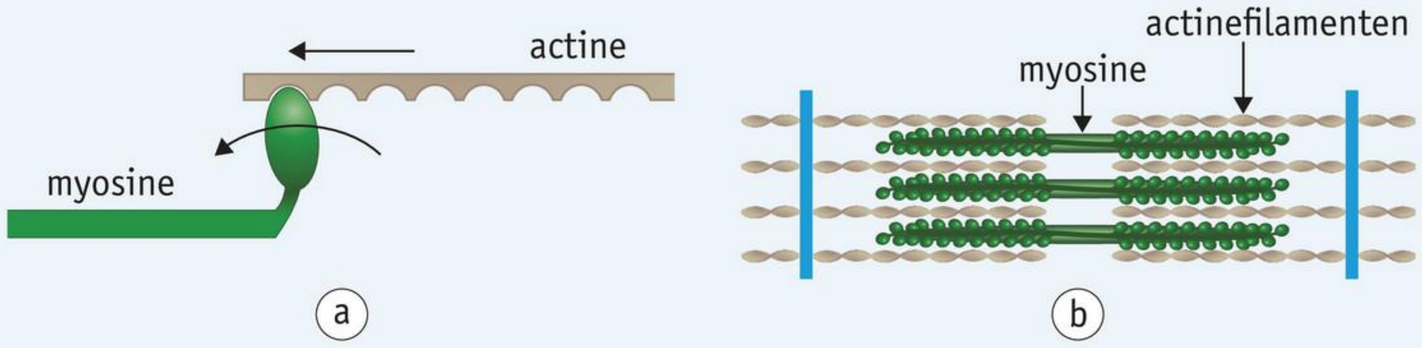
Myosine is een voorbeeld van een moleculaire motor in het menselijk lichaam. Myosine is een eiwit dat chemische energie omzet in bewegingsenergie en onder andere zorgt voor het samentrekken van spieren.

a Geef een voorbeeld van een andere motor die chemische energie omzet in bewegingsenergie.

Myosine is een molecuul dat eruitziet als een golfclub, met een staart en een kop. Meerdere myosinemoleculen vormen samen een lange draad, een myosinefilament. Het kan zich bewegen langs dunne draden in de spiervezels, de actinefilamenten. Door een chemisch proces hecht de kop van myosine zich aan actine en trekt het actinefilament naar zich toe (figuur 35a). Een spiervezel bevat meerdere myosine- en actinefilamenten (figuur 35b).

b Leg uit hoe dit principe kan leiden tot het samentrekken van een spier.

figuur 35 Myosine trekt aan een actinefilament.



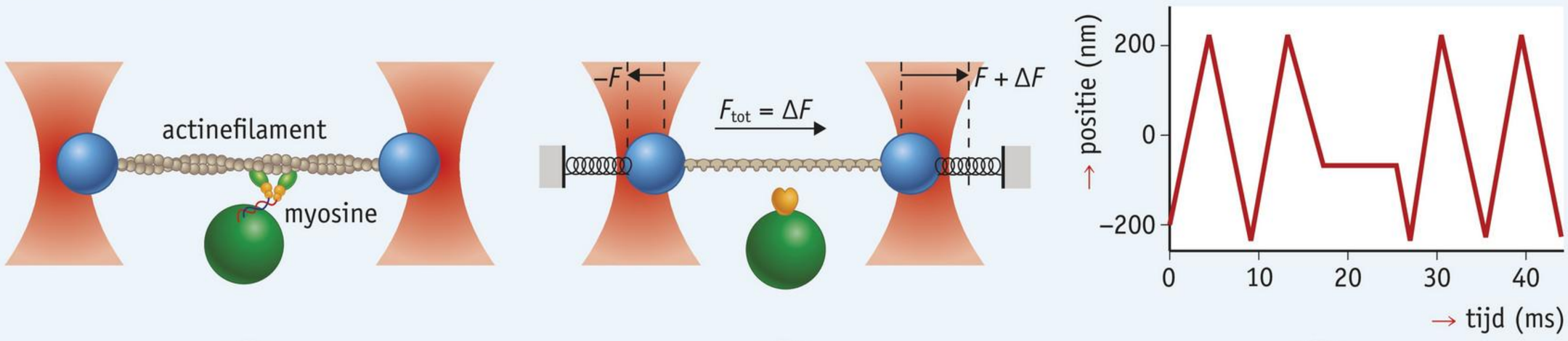
Onderzoek met behulp van optische pincetten heeft veel kennis opgeleverd over de beweging van myosine over actinefilamenten.

c Leg uit wat de rollen zijn van de drie optische pincetten in figuur 36a.

Een schets van de meetmethode is te zien in figuur 36b. Er wordt door de twee optische pincetten een continu van richting veranderende kracht uitgeoefend op het actinefilament. Hierdoor beweegt het actinefilament heen en weer. Wanneer de myosine aan het actinefilament hecht, wordt de kracht overgedragen op de myosine en stopt de beweging van het actinefilament.

d Bepaal aan de hand van figuur 36c hoelang de myosine zich aan het actinefilament heeft gehecht.

figuur 36 Myosine-onderzoek met optische pincetten.



P 33 Orthese

Mensen die te weinig spierkracht in hun benen hebben, kunnen gebruikmaken van speciale hulpmiddelen die de werking van de benen ondersteunen. Zo'n hulpmiddel noem je een orthese.

In figuur 37 zie je een experimentele orthese die veerenergie opslaat en op het juiste moment weer afgeeft. De orthese heeft een mechanisme (*clutch*) dat het bovenste uiteinde van de veer afwisselend vergrendelt en weer vrijgeeft.

a Wanneer wordt het uiteinde van de veer vergrendeld?

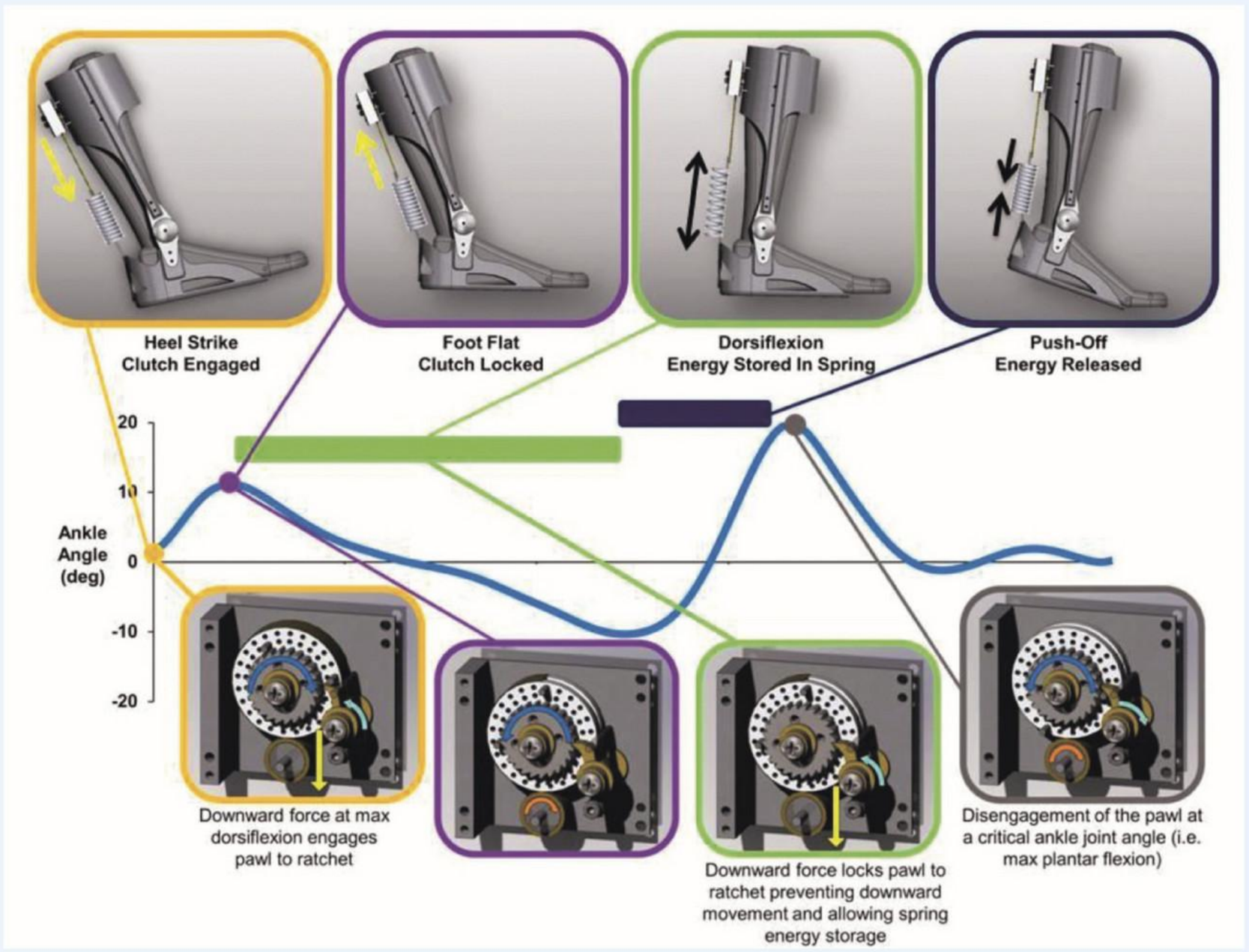
b Leg uit waarom dat juist op dat moment gebeurt.

c Wanneer wordt het uiteinde van de veer weer vrijgegeven?

d Leg uit waarom dat juist op dat moment gebeurt.

Inmiddels is er een orthese ontwikkeld met een elektromotor op de plaats van het vergrendelingsmechanisme. Zo'n elektromotor (zie het onderste gedeelte van figuur 37) kan de kracht tijdens de afzet groter maken, zonder dat je daarvoor iets aan de veer hoeft te veranderen.

e Leg uit wat zo'n elektromotor daarvoor tijdens elke fase van de beweging moet doen. De elektromotor kan linksom en rechtsom draaien, vergrendelen en 'in zijn vrij staan'.



figuur 37 Een experimentele orthese.

BEREID JE VOOR OP DE TOETS

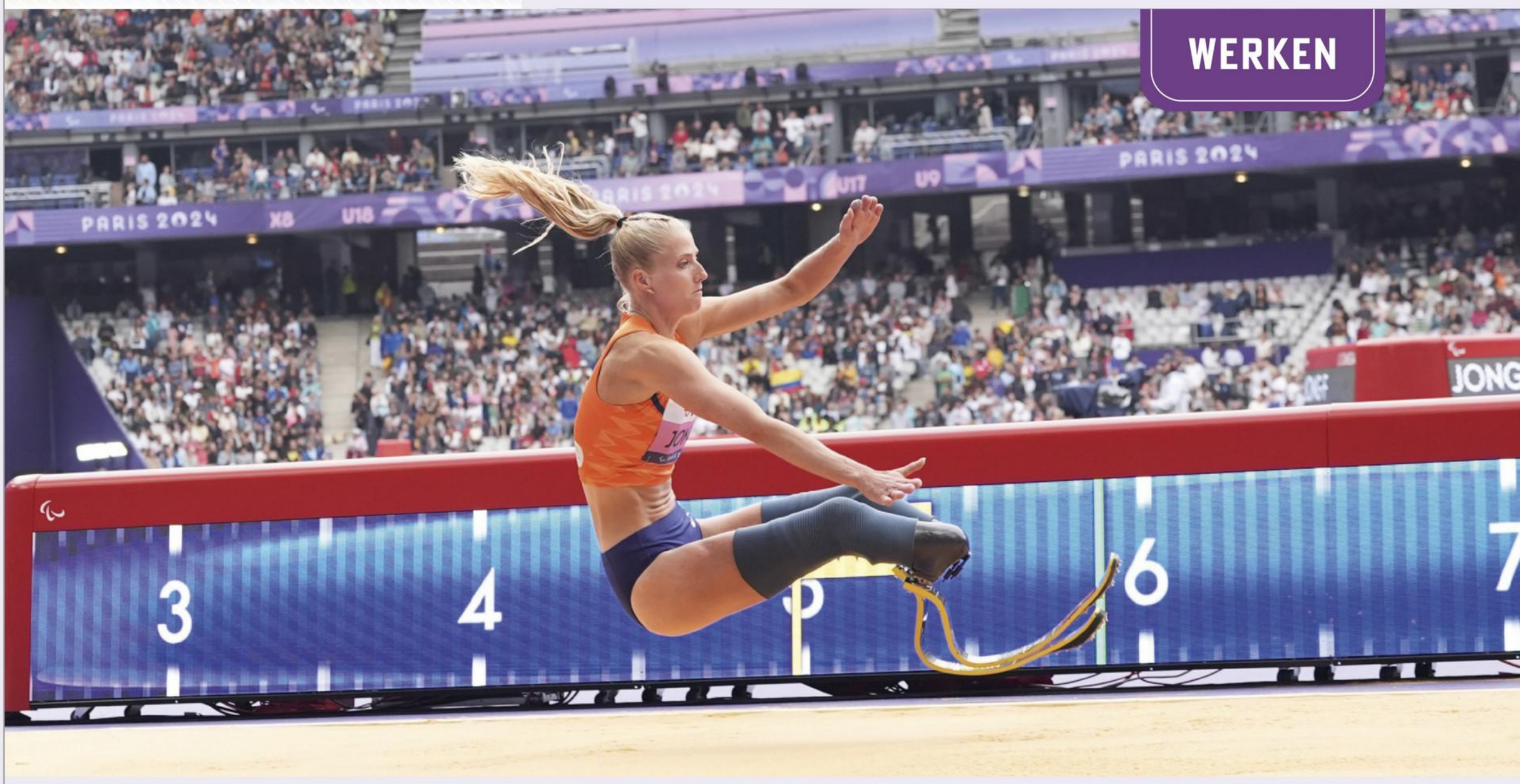
BOEK

- ☐ Neem 'Onthoud' door.
- ☐ Maak de eindopdrachten.
- ☐ Maak de opdrachten die je lastig vond nog een keer.
- ☐ Bestudeer de voorbeeldopdrachten.

BEREID JE ONLINE VOOR OP DE TOETS

ONLINE

- ☐ Test je begrip met Test jezelf.
- ☐ Oefen de begrippen met Flitskaarten.



ORTHOPEDISCH INGENIEUR

Mensen die een lichaamsdeel kwijtraken, hebben vaak jaren nodig om lichamelijk en geestelijk met dit verlies om te gaan. Ze moeten zich aanpassen aan hun nieuwe situatie en leren hoe ze een prothese kunnen gebruiken die het geamputeerde lichaamsdeel vervangt. Voor deze mensen is het belangrijk dat ze zo gewoon mogelijk kunnen leven.

Orthopedisch ingenieurs spelen hierbij een belangrijke rol. Ze ontwerpen prothesen waarmee gebruikers hun dagelijks leven weer kunnen oppakken. Hierbij ligt de focus in de eerste plaats op functionaliteit: de prothese moet de functie van het ontbrekende lichaamsdeel zo goed mogelijk overnemen. In het ideale geval kan iemand weer alles wat hij of zij voor de amputatie ook kon.

Daarnaast is esthetiek belangrijk. Veel mensen willen dat hun prothese er zo onopvallend mogelijk uitziet. Ze willen niet dat anderen meteen zien dat ze een arm of een been missen. Voor sportprothesen, zoals de blades van atleten zoals paralympisch kampioen verspringen Fleur Jong, ligt de nadruk op prestaties. Daardoor mag het ontwerp best opvallend zijn. Dankzij hun werk verbeteren orthopedisch ingenieurs zowel functionaliteit van prothesen als de levenskwaliteit van hun cliënten.

PRACTICA

ONLINE

Bij dit hoofdstuk horen practica, een onderzoek en een praktische opdracht. Deze staan online.

PRACTICA

De practica kun je zelfstandig uitvoeren of onder begeleiding van je docent.

PRACTICUM 1 Stapfrequentie bij een loopbeweging
Hoe beïnvloedt de loopsnelheid de stapfrequentie tijdens het lopen?

PRACTICUM 2 Simulatie van een *biased random walk*
Hoe verschilt een *biased random walk* (een toevalswandeling met voorkeursrichting) van een echte *random walk* (zonder voorkeursrichting)?

ONDERZOEKEN EN ONTWERPEN

OPEN ONDERZOEK Getal van Froude
Bepaal zo zorgvuldig mogelijk bij welk getal van Froude overgeschakeld wordt van lopen op rennen.

PRAKTISCHE OPDRACHT

PRAKTISCHE OPDRACHT Videometing van een loopbeweging
Je kunt video's van lopende mensen gebruiken om de loopbeweging te analyseren. Bij dit experiment voer je zelf zo'n onderzoek uit. Je kunt de beelden analyseren met Coach of een gratis programma zoals Tracker. De opnamen kun je zelf maken of opzoeken op internet, met zoekwoorden als 'walking cycle' of 'gait cycle'.



G2 GEOFYSICA

KEUZE

DOMEIN: G Leven en aarde ▶ **SUBDOMEIN:** G2 Geofysica

Geofysica is de wetenschap die met natuurkundige methoden de aarde bestudeert. Op die manier kun je veel te weten komen over allerlei natuurlijke verschijnselen in en op planeet aarde.

In dit hoofdstuk maak je kennis met enkele geofysische meetmethoden. In verschillende beroepspraktijken worden deze toegepast. Geofysici doen bijvoorbeeld onderzoek naar de mogelijkheid om CO_2 op te slaan in de bodem. Of ze werken voor bedrijven die delfstoffen winnen. Ze doen onderzoek om zo gemakkelijk mogelijk bij deze voorraden te komen.
Ook kunnen geofysici zorgen voor meer veiligheid, bijvoorbeeld door het voorspellen van vulkaanuitbarstingen en de mate waarin de zeespiegel stijgt.

Op kleinere schaal zijn geofysische methoden belangrijk voor bouwbedrijven. Zij moeten bijvoorbeeld weten of de ondergrond stevig genoeg is voor een gebouw of dat heipalen nodig zijn. Geofysica is dus een mix van onderzoek met praktisch nut en onderzoek dat voortkomt uit nieuwsgierigheid naar de aarde waarop wij leven.



BOEK

PRAKTIJK

Onderzoek aan een gletsjer | 50

THEORIE

Voorkennis | 52

1 Het inwendige van de aarde | 54
2 Zwaartekrachtmetingen | 60
3 Seismologie en seismiek | 67
4 Warmte | 75
5 Elektromagnetische meetmethoden | 80

Afsluiting | 85

MAATSCHAPPIJ

Studeren: Aardwetenschappen | 88

ONLINE

LESSTOF

Alle teksten, voorbeelden en opdrachten staan ook online in MAX.

OEFENEN

- Test jezelf
- Flitskaarten

AANVULLEND

- Practica, onderzoek en praktische opdracht



ONDERZOEK AAN EEN GLETSJER

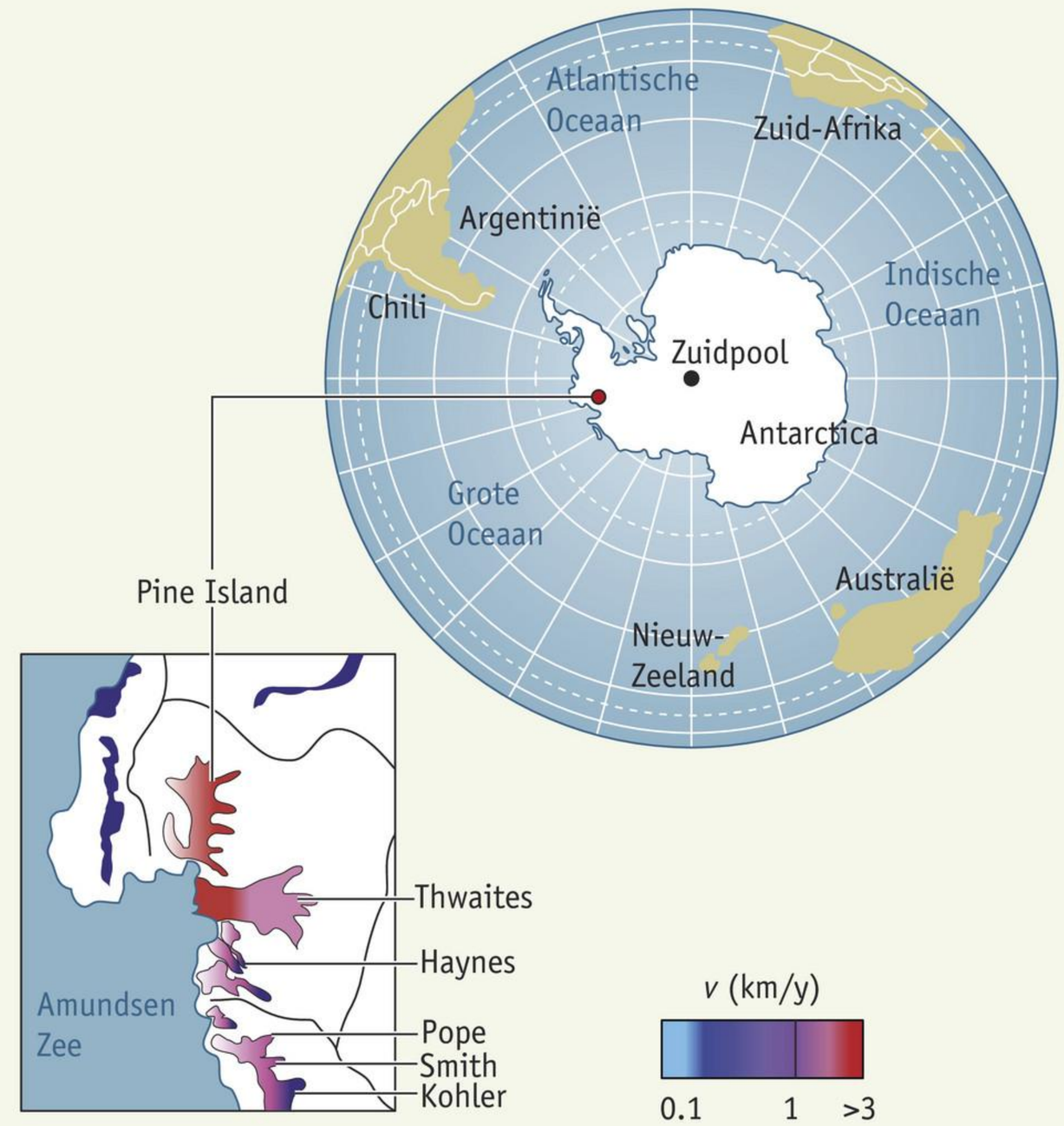
De West-Antarctische ijskap is aan het instorten en smelten. Op een mensenleven voltrekt dit proces zich langzaam: modelberekeningen komen uit op 200 tot 500 jaar. Maar wetenschappers denken dat het proces onomkeerbaar is. Dit kan zorgen voor een zeespiegelstijging van meters.

PINE ISLAND-GLETSJER

De Pine Island-gletsjer is een van de grootste van de honderden gletsjers van de West-Antarctische ijskap (figuur 1). Het ijs van alleen deze gletsjer, zo'n 400 000 km^3, kan al voor een zeespiegelstijging van ongeveer 70 cm zorgen. De gletsjer wordt sinds de jaren 1960 onderzocht. Uit radarmetingen vanuit satellieten blijkt dat hij vanaf 1973 75% sneller is gaan stromen, waardoor steeds meer ijs in zee belandt.

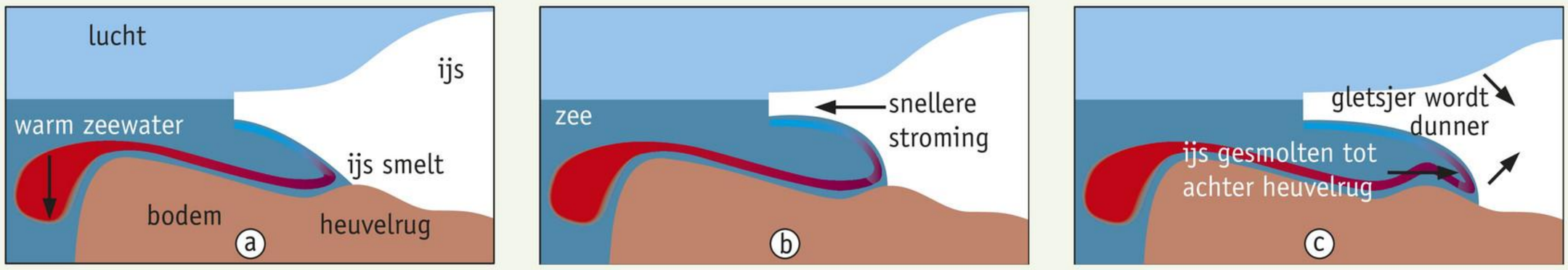
RIVIEREN VAN IJS

Gletsjers bestaan uit dikke lagen sneeuw die door hun eigen gewicht worden samengeperst tot ijs. Hoewel ijs vast is, kunnen gletsjers stromen. Gletsjers zijn dus een soort rivieren van ijs. Wanneer de hoeveelheid gletsjerijs die in zee terechtkomt even groot is als de hoeveelheid sneeuw die



figuur 1 Stroomsnelheden van de Pine Island- en andere gletsjers die in de Amundsen Zee uitkomen: hoe roder, hoe hoger de stroomsnelheid.

figuur 2 De gletsjer wordt eerst tegengehouden door de heuvelrug (a), maar als het ijs aan de onderkant wegsmelt (b), wordt een punt bereikt waarbij de gletsjer over de heuvelrug heen drijft (c).

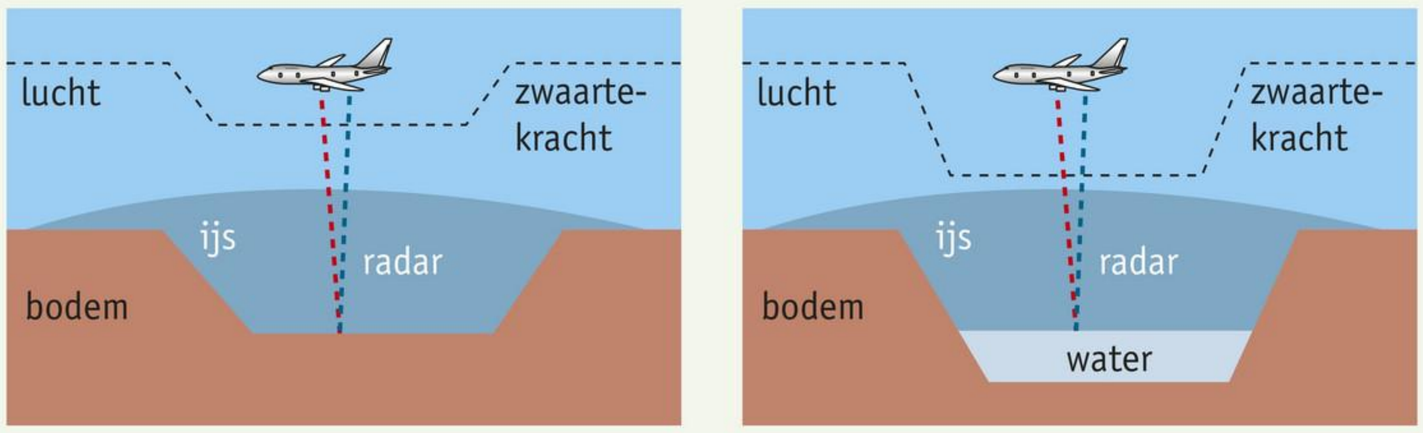


op het land valt, is de gletsjer in evenwicht: hij blijft in omvang gelijk. Door verschillende oorzaken kan dat evenwicht verstoord raken. Het grootste deel van de Pine Island-gletsjer bestaat uit landijs van ruim 2 km dik. Het uiteinde drijft in de Amundsen Zee. Het punt waar de gletsjer loskomt van de ondergrond heet de *grounding line*. De positie van de grounding line speelt een belangrijke rol in de versnelling van de laatste jaren. Warm oceaanwater onder de gletsjer dringt door tot de grounding line, die zich daardoor verder landinwaarts terugtrekt (figuur 2).

VANAF DE GROND

Met verschillende methoden wordt de ondergrond van de Pine Island-gletsjer in kaart gebracht. Voor precisie is het nodig ter plaatse metingen te verrichten. Zo boren onderzoekers met een holle boor in ijskernen om te bepalen of er water zit tussen gletsjer en ondergrond. De aan- of afwezigheid van water heeft invloed op de stroomsnelheid van de gletsjer.
De ondergrond en de structuur van het ijs kun je verder bestuderen met geluidstrillingen die door explosies worden opgewekt. De trillingen worden door scheuren in het ijs of door de ondergrond gereflecteerd en door geofoons opgevangen. Met het signaal van meerdere geofoons kan een computer een beeld van het ijs en de ondergrond maken.

figuur 3 Zwaartekrachtmetingen vullen radarmetingen aan: hoe dieper de waterlaag onder het ijs, hoe kleiner de zwaartekracht.



VANAF GROTE HOOGTE

Met satellieten zijn de beweging en de afkalving van gletsjers gemakkelijk in beeld te brengen. Wat er aan de onderkant van de gletsjer gebeurt, is met satellieten echter niet te zien. Daarvoor gebruiken wetenschappers vliegtuigen die met radarapparatuur de dikte van het ijs meten.
Radar werkt met radiogolven die gedeeltelijk worden teruggekaatst door het oppervlak van ijs, maar gedeeltelijk ook door het ijs gaan en teruggekaatst worden aan de onderkant van een gletsjer. Uit de radarmetingen lees je af of het ijs op land rust of dat er water onder de gletsjer zit. De radarmetingen worden aangevuld met zwaartekrachtmetingen (figuur 3). Die zijn zo gevoelig dat ze het verschil in de valversnelling kunnen meten tussen een ondergrond van gesteente of een ondergrond van water, zodat je de dikte van de waterlaag kunt bepalen.

ONOMKEERBAAR?

Uit de radarmetingen is gebleken dat ter hoogte van de grounding line van de Pine Island-gletsjer zich een heuvelrug bevindt, die de gletsjer tegenhoudt. Daardoor ontstaat een instabiele situatie: als de grounding line eenmaal voorbij die heuvelrug is getrokken, gaat de gletsjer steeds sneller stromen. Een steeds groter deel van de gletsjer gaat drijven, waardoor meer warm zeewater steeds dieper onder de gletsjer kan komen. Dit kan verklaren waarom de gletsjer de afgelopen jaren sneller is gaan bewegen. Waarschijnlijk gaat dit proces door, ook als er een koudere periode aanbreekt. In welk tempo dat zal gaan is nog verre van zeker. Daarvoor is meer onderzoek nodig in dit gebied.

▶ **Aansluitende opdrachten bij ONDERZOEK AAN EEN GLETSJER: 9, 26, 36 en 45.**

VOORKENNIS

In de vorige leerjaren heb je al een aantal dingen over geofysica geleerd. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Neem voordat je aan dit keuzeonderwerp begint eerst hoofdstuk 2 Kracht en beweging en hoofdstuk 4 Elektrische systemen door.
Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Leerdoelen

1 Je kunt de zwaartekracht op een massa berekenen.
2 Je kunt de tweede wet van Newton toepassen.
3 Je kunt op basis van meetgegevens de veerconstante van een veer bepalen.
4 Je kunt berekeningen uitvoeren met de specificaties van een draad en de weerstand.
5 Je kunt beredeneren hoe spanning en stroom zich verdelen in serie- en parallelschakelingen.
6 Je kunt de dichtheid van een voorwerp bepalen.
7 Je kunt met behulp van een formule de SI-(basis)eenheid van een grootheid afleiden.

1 **Leerdoel 1**

Een tennisballenkanon schiet een tennisbal met een massa van 60 g weg.
Bereken de grootte van de zwaartekracht op de tennisbal.

De zwaartekracht op de tennisbal is ..... N.

2 **Leerdoel 2**

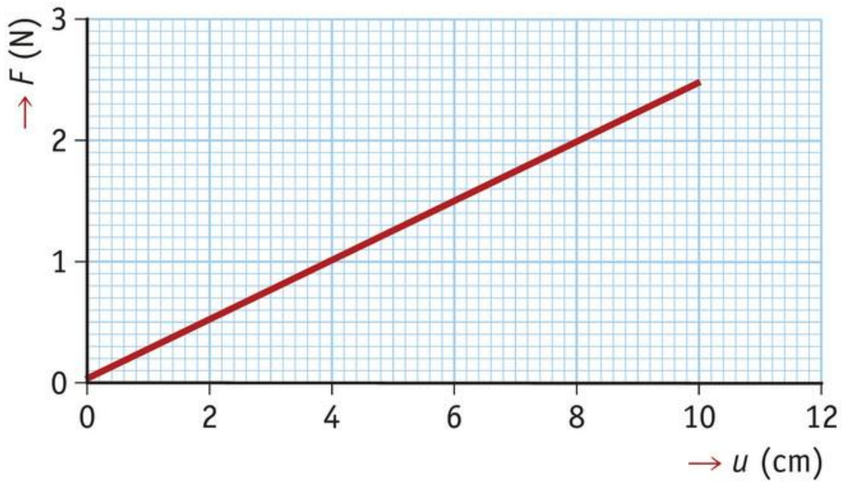
Een ruimtevaartuig van $2{,}0 \cdot 10^3$ kg wordt in een baan vlak boven het maanoppervlak gehouden. Op een bepaald moment gaat het ruimtevaartuig over een gebied waar de aantrekkingskracht van de maan 0,50 N kleiner is dan gemiddeld.
Bereken de grootte van de omhooggerichte versnelling die het ruimtevaartuig door deze nettokracht zal krijgen.
Het ruimtevaartuig zal een versnelling krijgen van

..... $\mathrm{m\,s^{-2}}$.

3 **Leerdoel 3**

Je ziet in figuur 1 de grafiek van een veer, waarbij de kracht is uitgezet tegen de uitrekking.
Bereken de veerconstante van de veer.

De veerconstante van de veer is ..... $\mathrm{N\,cm^{-1}}$.



figuur 1

4 **Leerdoel 4**

Een ronde draad van een onbekend materiaal heeft een lengte van 1,5 m en een diameter van 1,2 mm. Als je de draad op een spanningsbron van 2,5 V aansluit, loopt er een stroom van 4,2 A door de draad.
Bereken de soortelijke weerstand van het materiaal van de draad.

Die soortelijke weerstand is ..... Ω m.

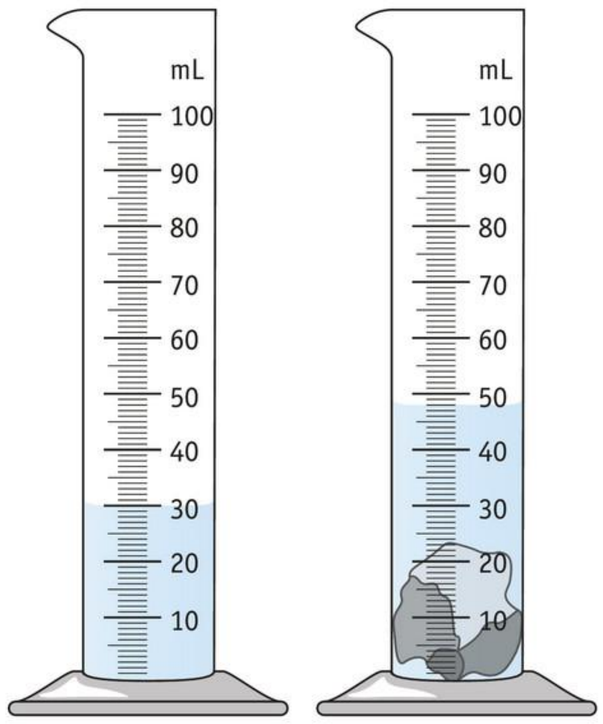
5 **Leerdoel 5**

Je hebt een lampje dat goed brandt op een batterij.
Wat gebeurt er als je een tweede lampje in serie aansluit?
Het eerste lampje gaat *feller* / *even fel* / *zwakker* branden.
Het tweede lampje brandt ook.
Het totale vermogen is dan *twee keer zo klein* / *gelijk* / *twee keer zo groot* vergeleken met de oorspronkelijke situatie.
De spanning over één lampje is namelijk *half zo groot* / *gelijk*, waardoor de stroom door een lampje ook *half zo groot* / *gelijk* is.

6 **Leerdoel 6**

Margot laat een steen in een maatcilinder met water glijden (figuur 2).
Ze heeft de steen gewogen: de massa is 45 g.
Bepaal de dichtheid van deze steensoort.
De dichtheid van deze steensoort is

..... kg m^{-3}.



figuur 2

7 **Leerdoel 7**

Om een holle cilinder met massa m en straal r met frequentie f te laten roteren om zijn as, is energie nodig.
Bepaal door naar de eenheden te kijken welke formule voor de rotatie-energie de juiste is. De frequentie f is gelijk aan het aantal rotaties per seconde.

○ A $E_{rotatie} = 2\pi^2 \cdot m \cdot r^2 \cdot f^2$
○ B $E_{rotatie} = 2\pi^2 \cdot m^2 \cdot r^2 \cdot f^2$
○ C $E_{rotatie} = 2\pi^2 \cdot m \cdot r \cdot f^2$
○ D $E_{rotatie} = 2\pi^2 \cdot m \cdot r^2 \cdot f$

1

HET INWENDIGE VAN DE AARDE

Leerdoelen

K2.1.1 Je kunt uitleggen hoe een geofysicus onderzoek doet naar de samenstelling van de aarde.

K2.1.2 Je kunt uitleggen uit welke lagen de aarde is opgebouwd, op basis van samenstelling en op basis van mechanische eigenschappen.

K2.1.3 Je kunt benoemen wat de toepassingen zijn van geofysisch onderzoek.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN		
	K2.1.1	K2.1.2	K2.1.3
Onthouden	1	3a	
Begrijpen		2, 3b, 5c	
Toepassen		3c, 6	4, 5ab, 7bc
Analyseren		7a, 8	

Het diepste boorgat in de aarde is gemaakt in Rusland op het schiereiland Kola: ruim twaalf kilometer diep. Vergeleken met de straal van de aarde (ongeveer 6000 km) stelt dat niet veel voor. Alleen gesteenten uit de buitenste dunne laag van de aarde kun je dus rechtstreeks onderzoeken. Onderzoekers bekijken op een *indirecte* manier de diepere lagen van de aarde.

GEOFYSISCHE METHODEN

Alleen door middel van boringen kan een geofysicus direct te weten komen welke gesteenten en mineralen zich op een bepaalde diepte bevinden (figuur 1). Het nadeel is dat boringen relatief duur zijn en dat je slechts van één bepaalde plaats het profiel van de bodem te weten komt. Meerdere boringen zijn nodig om een compleet beeld te krijgen.

Daarom meet een geofysicus vaak eerst met verschillende methoden de eigenschappen van de gesteenten onder het aardoppervlak, zoals de snelheid waarmee trillingen zich voortbewegen, de dichtheid en magnetische en elektrische eigenschappen. Deze gegevens worden gebruikt in computermodellen, die een beeld geven van hoe de bodem is opgebouwd en of er zich op een bepaalde diepte interessante mineralen bevinden.

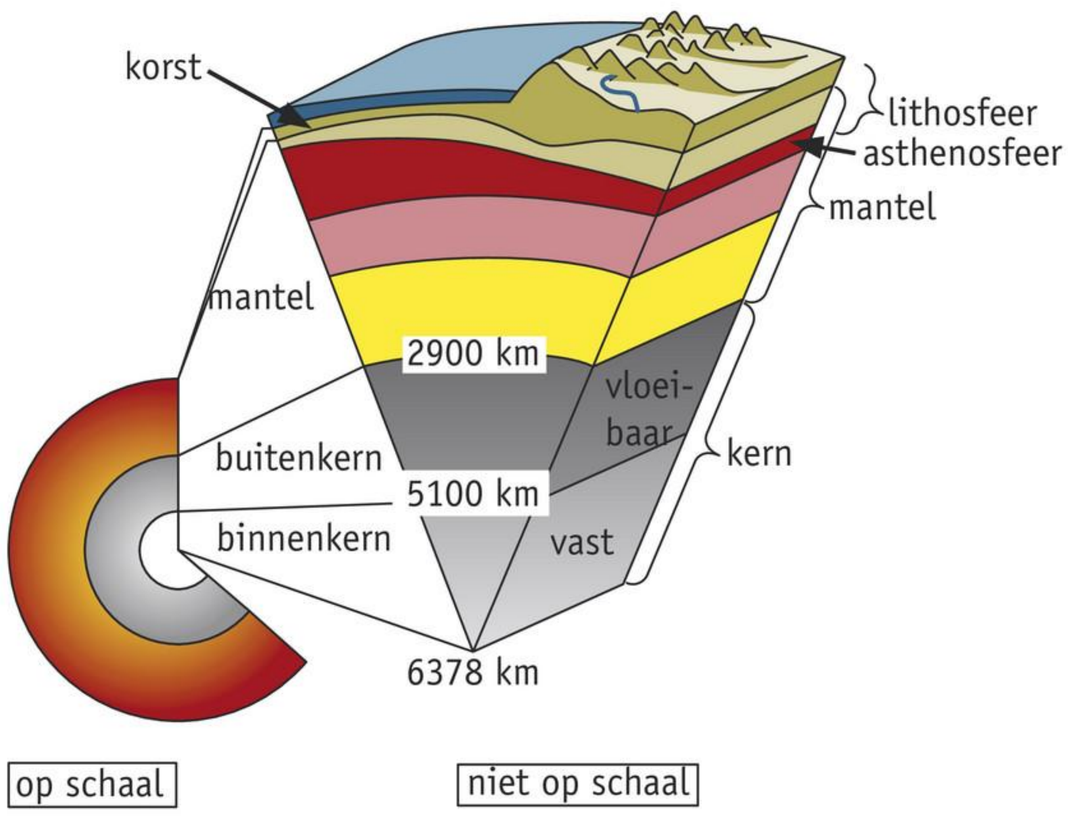


figuur 1 Een geoloog onderzoekt een deel van een boorkern.

LAGEN IN DE AARDE

Een veelgebruikte geofysische methode is **seismologie**: de studie naar trillingen in de aarde die ontstaan bij aardbevingen. Uit seismologisch onderzoek bleek dat de aarde uit verschillende lagen bestaat (figuur 2). De snelheid van seismische trillingen verandert abrupt tussen de ene en de andere laag. Vanaf het aardoppervlak zijn er de volgende lagen:

- **Aardkorst**. De buitenste laag van de aarde is vast en bestaat voornamelijk uit graniet en basalt. De aardkorst is dun: ongeveer 8 km onder oceanen en 32 km onder continenten. De aardkorst bestaat uit verschillende delen: de continentale platen. Die platen drijven als het ware op de volgende laag, de mantel.
- **Mantel**. De mantel is ongeveer 2900 km dik en grotendeels vervormbaar. Mantelgesteenten bestaan grotendeels uit silicaathoudende mineralen, zoals olivijn en pyroxeen.
- **Buitenkern**. De buitenkern is ongeveer 2200 km dik en bestaat voornamelijk uit vloeibaar ijzer en nikkel. Door de stromingen (convectie) in de buitenkern wordt een magneetveld opgewekt. De precieze werking is niet bekend, maar van belang is dat in nikkel en ijzer vrije elektronen voorkomen die door de stroming een magneetveld opwekken. Deze stroming kan in de loop van de tijd veranderen, waardoor het magneetveld kan variëren. Het blijkt dat in de geschiedenis van de aarde de richting van het magneetveld meerdere keren is omgedraaid.
- **Binnenkern**. Door de extreme druk op deze diepte is het binnenste deel van de aarde vast.

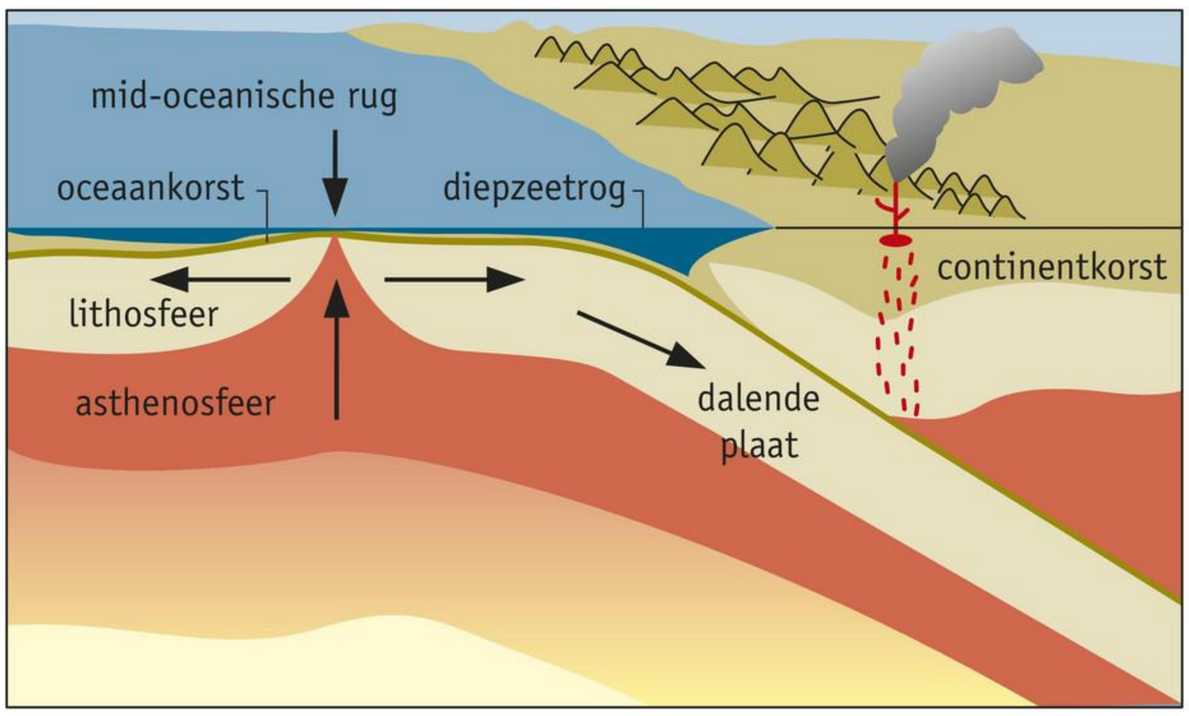


figuur 2 Het inwendige van de aarde.

Vaak gebruiken geofysici een andere indeling, op basis van mechanische eigenschappen:

- **Lithosfeer**. Dit is de aardkorst en het bovenste deel van de mantel. De lithosfeer bestaat uit voornamelijk vast gesteente, dat onder druk niet vervormt, maar breekt. De dikte varieert tussen 100 km onder oceanen en 400 km onder continenten.
- **Asthenosfeer**. Dit deel van de mantel is door de hoge temperatuur gemakkelijk te vervormen. De lithosfeer drijft als het ware op de asthenosfeer. Deze laag is ongeveer 100 km dik.
- De rest van de mantel. De rest van de mantel is vast, maar kan nog wel iets vervormen.
- De laatste twee lagen zijn dezelfde als bij de indeling hierboven: de buitenkern en de binnenkern.

Er wordt nog steeds onderzoek gedaan naar deze opbouw, bijvoorbeeld naar de beweging van gesteenten in de mantel. Daar treedt **convectie** op, zoals in een pan soep op het vuur. Warme gesteenten die zich diep in de mantel bevinden, stijgen op en koudere gesteenten dalen. Deze bewegingen en de uitwisseling van warmte vormen de motor achter de bewegingen van de platen in de lithosfeer, waardoor bijvoorbeeld de verschillende continenten ten opzichte van elkaar bewegen (figuur 3).



figuur 3 Bewegingen van continentale platen.

TOEPASSINGEN VAN GEOFYSISCH ONDERZOEK

Geofysische metingen worden voor verschillende praktische toepassingen gebruikt. Bijvoorbeeld voor het opsporen van olie, gas en andere delfstoffen en voor het zoeken naar plaatsen waar CO_2 kan worden opgeslagen. Oliemaatschappijen gebruiken vooral seismische methoden. Omdat deze methoden duur zijn, worden vaak eerst zwaartekrachtmetingen of magnetische metingen vanuit een vliegtuig gedaan. Zo kun je relatief gemakkelijk een groot gebied onderzoeken. Voor het opsporen van metaalertsen kun je, naast seismische methoden, elektrische, magnetische en zwaartekrachtmetingen gebruiken.

Op kleinere schaal worden geofysische methoden ingezet bij bouwprojecten, om de stabiliteit van de ondergrond te bepalen. Ook archeologisch onderzoek maakt tegenwoordig gebruik van deze methoden. Zo kun je overblijfselen van oude culturen in de bodem ontdekken zonder dat daarvoor een opgraving nodig is.
Veel geofysisch onderzoek wordt gedaan naar de kans op aardbevingen. Door de bewegingen in de platen in de lithosfeer ontstaan er op sommige plekken in de aardkorst mechanische spanningen. Deze bewegingen worden nauwkeurig bijgehouden om te bepalen in welke gebieden er een grotere kans op aardbevingen is. Helaas is het nog lang niet mogelijk om het tijdstip en de kracht van aardbevingen te voorspellen.
Vulkanisme is beter voorspelbaar. Als gesmolten gesteente omhoogkomt, zal het een weg naar de oppervlakte zoeken. De lithosfeer is vast, waardoor het gesmolten gesteente alleen omhoog kan komen als er barsten in het omringende gesteente ontstaan. Als het gesteente barst, ontstaan trillingen die meetbaar zijn. Deze geven een indicatie van de hoeveelheid gesmolten gesteente die opstijgt. Zo komen geologen erachter bij welke vulkanen er een verhoogd risico is op een uitbarsting. Ze gebruiken daarvoor ook andere gegevens, zoals een plaatselijke opzwelling van het aardoppervlak of de samenstelling van gassen die vrijkomen in een vulkanisch gebied.

Onthoud

- Onderzoek naar het inwendige van de aarde wordt grotendeels gedaan met indirecte meetmethoden op basis van natuurkundige eigenschappen van gesteenten, zoals de snelheid waarmee trillingen zich voortbewegen, de dichtheid en magnetische en elektrische eigenschappen.
- Op grond van de samenstelling wordt de aarde opgedeeld in een (aard)korst, mantel, buiten- en binnenkern.
- Op grond van mechanische eigenschappen onderscheiden geofysici de lithosfeer (vast) en asthenosfeer (vervormbaar).
- Geofysische metingen worden onder andere gebruikt bij de opsporing van delfstoffen, bij bouwprojecten, bij archeologisch onderzoek en bij onderzoek naar vulkanisme en aardbevingen.

OPDRACHTEN ▸ Basis

1 **Seismologie**

Seismologie houdt zich bezig met onderzoek naar het inwendige van de aarde met behulp van trillingen.
Waardoor ontstaan de natuurlijke trillingen die worden gebruikt voor het onderzoek naar de diepste structuren in de aarde?

2 Lithosfeer en asthenosfeer

Het onderste deel van de lithosfeer en de asthenosfeer horen beide bij de mantel.

a Noem het belangrijkste verschil tussen de lithosfeer en de asthenosfeer.

b Noem de belangrijkste overeenkomst tussen het onderste deel van de lithosfeer en de asthenosfeer.

3 Lagen in de aarde

De aarde bestaat uit verschillende lagen.

a Noem de laag waarin het aardmagneetveld wordt opgewekt.

b Leg uit welke twee eigenschappen van deze laag het mogelijk maken om een magneetveld op te wekken.

Je maakt een model van de aarde ter grootte van een voetbal waarin je de vier aardlagen (aardkorst, mantel, buiten- en binnenkern) op schaal weergeeft.

c Bereken de dikte die elke laag moet hebben. Een voetbal heeft een diameter van 22 cm.

4 Geofysische methoden

In de theorie worden vijf verschillende geofysische methoden genoemd.

Leg voor de volgende drie situaties uit welke geofysische methode het meest geschikt is.

I onderzoek naar de aanwezigheid van giftige stoffen in de bodem

II onderzoek naar breuklijnen en scheuren in een rotsformatie

III lokaliseren van oude metalen leidingen in de bodem

5 Geodata

Er bestaan bedrijven die zijn gespecialiseerd in ‘geodata’. Opdrachtgevers zijn bouwbedrijven en de energie-industrie. Dergelijke bedrijven doen onder andere grondboringen en seismisch onderzoek. Bouwbedrijven willen weten hoe diep onder het oppervlak zich een zandlaag bevindt, waarop je kunt bouwen.

a Leg uit of het nuttig is boringen te doen bij onderzoek naar de grond onder een bouwplaats.

Bedrijven die op zoek zijn naar aardgas of naar een plek om CO_2 op te slaan vinden aardlagen die bestaan uit poreus gesteente interessant.

b Leg uit welke twee eigenschappen geodatabedrijven kunnen gebruiken om een dergelijke laag te vinden.

c Hoe noem je de aardlaag waarin alle activiteiten van geodatabedrijven zich afspelen?

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

6 Mid-oceanische rug

In figuur 3 is te zien hoe bij een mid-oceanische rug de oceanische platen uit elkaar drijven, waardoor mantelgesteente uit de asthenosfeer naar boven kan komen.

a Geef een mogelijke oorzaak voor het opstijgen van mantelgesteente.

In figuur 3 duikt de oceanische plaat onder de continentale plaat.

b Wat kun je hieruit afleiden over de dichtheid van beide platen?

7 Lagenmodel

Bij elk onderdeel van de natuurkunde worden computermodellen gebruikt, ook in de geofysica. Voor het opstellen van een model dat moet verklaren hoe aardbevingsgolven zich verspreiden door de aarde, voert een onderzoeker de dikte in van de aardlagen die bestaan uit gesteente of ijzer en nikkel. Uitkomsten van modelberekeningen worden vergeleken met meetgegevens die worden verzameld als er een aardbeving is.

a Wat is de belangrijkste eigenschap van steen en van ijzer en nikkel die je moet opnemen in het model?

b Formuleer twee geofysische onderzoeksvragen die je kunt onderzoeken met dit model.

c Formuleer twee geofysische onderzoeksvragen die je *niet* kunt onderzoeken met dit computermodel.

★ 8 Kern van de maan

De maan heeft een mantel die wat samenstelling betreft lijkt op de mantel van de aarde. De dichtheid van de mantel van de maan bedraagt $3{,}3 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.

Gebruik gegevens uit *BiNaS* om te bepalen of de maan, net als de aarde, een ijzeren kern heeft. Ondersteun je antwoord door een berekening van de dichtheid van de maan als geheel.

2 ZWAARTEKRACHTMETINGEN

Leerdoelen

K2.2.1 Je kunt uitleggen welke oorzaken er zijn voor afwijkingen in de valversnelling.

K2.2.2 Je kunt correcties van zwaartekrachtmetingen berekenen.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN		
	K2.2.1	K2.2.2	V2.5*
Onthouden	9c, 13a		
Begrijpen	9a, 12a	10a	
Toepassen	9b, 12c, 14abdef, 15	10bc, 12b, 13b, 17a	11
Analyseren	14c, 16	17b	

* Dit leerdoel vind je in een eerdere paragraaf of is een algemeen leerdoel.

De zwaartekracht is niet overal op aarde even sterk, onder andere door de eigenschappen van verschillende gesteenten. Een snelle manier voor het in kaart brengen van plaatsen waar zich mogelijk delfstoffen bevinden is het uitvoeren van zwaartekrachtmetingen vanuit een vliegtuig.

DE VALVERSNELLING

De gemiddelde **valversnelling** g is in Nederland 9,81 m s^{-2} (*BiNaS* tabel 7A). In een vacuüm valt een veertje even snel als een blok lood: de valversnelling is dus onafhankelijk van de massa van het voorwerp dat je laat vallen. De valversnelling is een gevolg van de gravitatiekracht die massa's op elkaar uitoefenen.

Formule

De formule voor de valversnelling is:

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

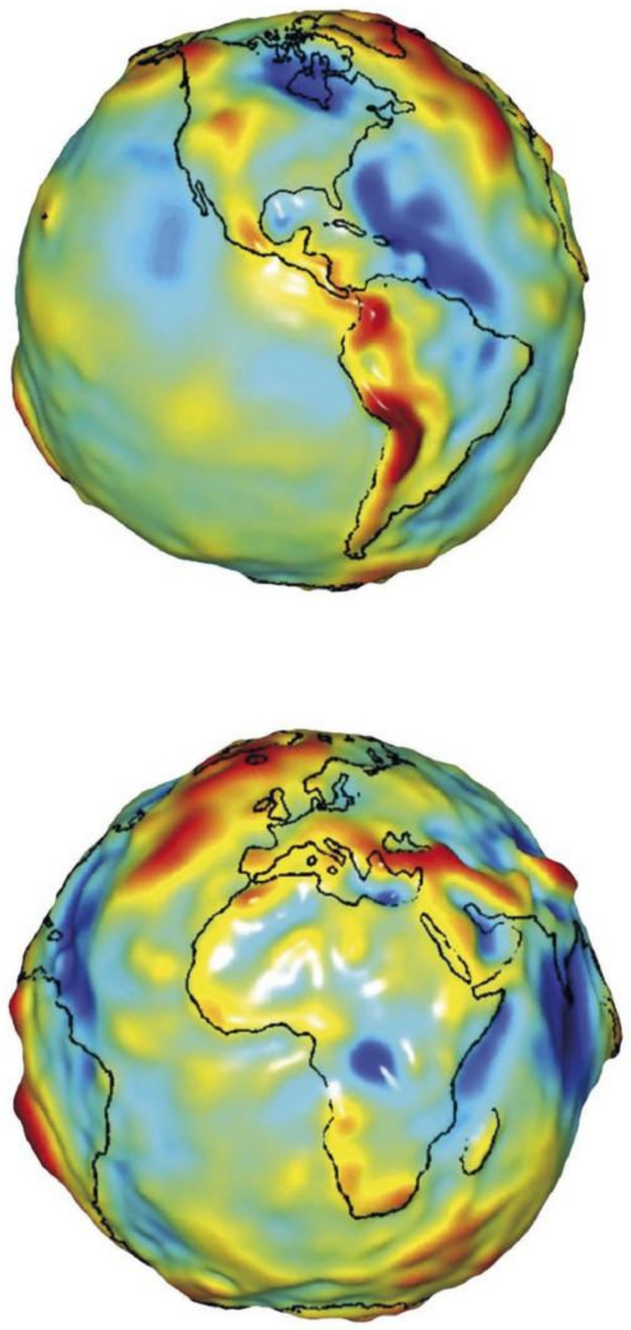
Hierin is:

- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- G de gravitatieconstante in newton keer meter kwadraat per kilogram kwadraat (N m^2 kg^{-2});
- M de massa van het lichaam dat het vallende voorwerp aantrekt (de aarde) in kilogram (kg);
- r de afstand van het vallende voorwerp tot het massamiddelpunt van het lichaam dat het voorwerp aantrekt in meter (m).

De aarde heeft een massa van $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg en de gemiddelde straal is $6{,}371 \cdot 10^{6}$ m (*BiNaS* tabel 31). G heeft een waarde van $6{,}674 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} (*BiNaS* tabel 7A). Als je deze waarden invult in de formule voor de valversnelling, dan vind je een waarde van 9,819 m s^{-2}. Deze waarde zou je meten wanneer de aarde een perfecte bol was, als er geen invloed was van de gravitatiekracht van de zon en de maan en als de aarde niet zou draaien.

VARIATIES IN DE VALVERSNELLING

In werkelijkheid zijn er grote variaties in de valversnelling op aarde. Zo kun je op de evenaar een waarde meten van 9,78 m s^{-2} en op de polen 9,83 m s^{-2}. Dat komt doordat de aarde geen perfecte bol is: de straal is bij de evenaar groter dan bij de polen. Bovendien draait de aarde om haar as. Beide effecten, verschil in straal en draaiing, zorgen voor een lagere valversnelling aan de evenaar.
De valversnelling hangt ook nog af van getijdenwerking, veroorzaakt door de draaiing van de maan om de aarde en van de aarde-maan om de zon. En wanneer je boven op een berg staat, dan zorgt de massa van de berg voor een extra aantrekking en zo een hogere valversnelling (figuur 4). Dat je hoger bent, en dus verder van het massamiddelpunt van de aarde, zorgt weer voor een lagere waarde, zoals volgt uit de formule voor de valversnelling.
Tot slot veroorzaken dichtheidsverschillen in de aarde afwijkingen in de valversnelling. Een geofysicus wil deze dichtheidsverschillen meten, om zo te onderzoeken uit welke gesteenten de ondergrond bestaat en of zich daar delfstoffen in bevinden. Een grote dichtheid duidt bijvoorbeeld op veel ijzer in de grond, een lage dichtheid op poreus gesteente dat gas kan bevatten. De gemeten verschillen in valversnelling moet je corrigeren voor alle andere afwijkingen. De gecorrigeerde meetwaarden zeggen iets over de dichtheid van het gesteente op die plaats.



figuur 4 Afwijkingen van de zwaartekracht. Rood geeft aan dat de zwaartekracht sterker is ten opzichte van de zwaartekracht van een geheel gladde aarde, blauw dat de zwaartekracht zwakker is.

METEN VAN DE VALVERSNELLING

Om dichtheidsverschillen te meten maakt een geofysicus eerst met een **gravimeter** (zwaartekrachtmeter) een gedetailleerde kaart van de grootte van de valversnelling. De metingen worden vervolgens gecorrigeerd voor de breedtegraad en de hoogte waarop de metingen zijn uitgevoerd en eventueel de massa van het gebergte. Uitgangspunt is het gemiddelde zeeniveau op aarde, dat is de gemiddelde afstand tot het massamiddelpunt van de aarde. Als je op een bepaalde hoogte boven dat zeeniveau de valversnelling meet, dan is de afstand tot het massamiddelpunt van de aarde groter en zul je dus een lagere waarde meten. Als de hoogte h waarop je je bevindt klein is ten opzichte van de straal R van de aarde, dan kun je de verandering van de valversnelling δg_{hoogte} op de volgende manier benaderen:

Formule

De formule voor het benaderen van de verandering van de valversnelling is:

$$\delta g_{\text{hoogte}} = -\frac{2 \cdot g \cdot h}{R}$$

Hierin is:

- δg_{hoogte} de verandering van de valversnelling ten gevolge van de hoogte in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- h de hoogte van de meting boven het gemiddelde zeeniveau in meter (m);
- g de valversnelling op zeeniveau voor een bolvormige aarde in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- R de straal van de aarde in meter (m).

De δ (kleine letter delta) geeft aan dat het om een kleine afwijking gaat. Voor δg_{hoogte} wordt meestal een standaardwaarde gebruikt gebaseerd op een perfect ronde, niet-roterende aarde. In dat geval geldt:
$\delta g_{\text{hoogte}} = -3{,}086 \cdot 10^{-6} \cdot h$

Als je in een gebergte de valversnelling meet, moet je rekening houden met de aantrekkingskracht van de 'extra' massa onder je van het gesteente waaruit het gebergte is opgebouwd. Dit zorgt ervoor dat de zwaartekracht sterker is. De correctie voor de gravitatiekracht van het gebergte kun je berekenen. Deze wordt de **bouguercorrectie δg_{B}** genoemd.

Formule

In dit hoofdstuk kun je steeds aannemen dat een gebergte uit graniet bestaat en het gebergte zich als een vlakke plaat oneindig ver uitstrekt. De formule voor de bouguercorrectie is dan:

$$\delta g_{\text{B}} = 1{,}119 \cdot 10^{-6} \cdot h$$

Hierin is:

- δg_{B} de bouguercorrectie in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- h de dikte van het gebergte boven het gemiddelde zeeniveau in meter (m).

Tot slot moet je nog corrigeren voor de breedtegraad waarop je je bevindt, de getijdenwerking en hoogteverschillen in het terrein (reliëf, dus afwijkingen van de vlakke plaat). Omdat die correcties ingewikkelder zijn, hoef je alleen te weten hoe je rekening houdt met de hoogte- en bouguercorrecties. De gecorrigeerde valversnelling g_{corr} bereken je dan als:
$g_{\text{corr}} = g_{\text{meting}} - \delta g_{\text{hoogte}} - \delta g_{\text{B}}$

Deze correctie moet je dus uitvoeren als je op het land een meting doet. De afwijking tussen de gecorrigeerde waarde en de waarde die je verwacht op basis van een homogene, bolvormige aarde geeft informatie over dichtheidsverschillen in de bodem.

Voorbeeldopdracht 1

Op een hoogvlakte op 1200 m boven het gemiddelde zeeniveau wordt een valversnelling gemeten van 9,803 547 m s^{-2}. De valversnelling op basis van een homogene, bolvormige aarde bedraagt 9,805 914 m s^{-2}.

a Bereken de gecorrigeerde valversnelling.

b Welke conclusie kun je trekken uit het verschil in de gecorrigeerde valversnelling en de valversnelling van een homogene, bolvormige aarde?

a **Gegeven** $h = 1200$ m

Formules

$$g_{corr} = g_{meting} - \delta g_{hoogte} - \delta g_B$$
$$\delta g_{hoogte} = -3{,}086 \cdot 10^{-6} \cdot h$$
$$\delta g_B = 1{,}119 \cdot 10^{-6} \cdot h$$

Uitwerking

$$\delta g_{hoogte} = -3{,}086 \cdot 10^{-6} \cdot h = -3{,}086 \cdot 10^{-6} \times 1200 = -3{,}703 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$$
$$\delta g_B = 1{,}119 \cdot 10^{-6} \cdot h = 1{,}119 \cdot 10^{-6} \times 1200 = 1{,}343 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$$
$$g_{corr} = g_{meting} - \delta g_{hoogte} - \delta g_B$$
$$= 9{,}803\,547 + 0{,}003\,703 - 0{,}001\,343$$
$$= 9{,}805\,907 \text{ m s}^{-2}$$

b De gecorrigeerde valversnelling is lager dan je zou verwachten op basis van een homogene, bolvormige aarde. Dat kun je verklaren door holtes die zich in de bodem van de hoogvlakte bevinden, of doordat de hoogvlakte uit materiaal bestaat met een lagere dichtheid dan graniet (waar de bouguercorrectie van uitgaat).

Onthoud

- De valversnelling is niet overal op aarde gelijk, doordat de aarde niet bolvormig is, doordat de aarde om haar as draait, door getijdenwerking, door hoogteverschillen en reliëf, en door verschillen in samenstelling van de aarde.
- Sommige gesteenten hebben een hogere dichtheid dan andere gesteenten. Dit kun je met zwaartekrachtmetingen detecteren.
- Als je de zwaartekracht op een bepaalde hoogte meet, moet je corrigeren voor de hoogte boven zeeniveau (δg_{hoogte}) en de massa van het gesteente tussen de meting en zeeniveau (δg_B, de bouguercorrectie). Daarnaast moet je corrigeren voor het reliëf, de breedtegraad en de getijdenwerking.

OPDRACHTEN ▸ Basis

P 9 Zwaartekrachtmetingen

Zwaartekrachtmetingen kun je gebruiken om de eigenschappen van een gesteente te bepalen.

a Leg uit welke eigenschap je uit deze metingen kunt afleiden.

Bij metingen vanuit een vliegtuig dat boven een gletsjer vliegt, meet je plotseling een kleinere valversnelling.

b Leg uit of je bij een gedeelte van de gletsjer bent gekomen waar land onder het ijs ligt, of juist boven een gedeelte met water onder de ijsmassa.

c Noem een stof die in de grond zou kunnen zitten en die je zou kunnen opgraven, als in een bepaald gebied de valversnelling iets *groter* is dan gemiddeld.

10 Correctiefactoren voor hoogte

De 'correctiefactoren' δg_{hoogte} en δg_{B} hebben een verschillend teken.

a Leg uit waarom het teken verschillend is voor deze twee correcties.

Deze twee correcties worden vaak gecombineerd.

b Leg uit dat dit wel mogelijk is bij metingen vanaf de grond en niet bij metingen vanuit een vliegtuig.

c Stel één formule op voor de combinatie van deze twee correcties.

11 Bouguercorrectie

In de formule voor de bouguercorrectie komt een constante voor.

Leid af welke eenheid deze constante moet hebben.

12 Gravitatieversnellingen op aarde

In *BiNaS* tabel 30B vind je metingen van de gravitatieversnelling voor verschillende plaatsen op aarde.

a Geef een verklaring voor het verschil tussen de waarde voor de polen en de evenaar.

b Bereken op basis van de formules uit de theorie de waarde van g zoals je die verwacht te meten in Johannesburg. In de tekst staat dat de valversnelling voor een bolvormige, niet-draaiende aarde gelijk is aan 9,819 m s^{-2}. Johannesburg ligt op een hoogte van 1755 m.

c Vergelijk je antwoord op opdracht b met de waarde in *BiNaS* tabel 30B en geef een verklaring voor een eventueel verschil.

13 Vergissing

Iemand doet een meting en vindt een lage waarde voor de valversnelling. Hij concludeert dat het bedrijf waarvoor hij werkt in dat gebied een goede kans heeft om een bepaalde stof in de bodem te vinden.

a Welke stof denkt deze persoon te kunnen winnen? Leg je antwoord uit.

Deze onderzoeker heeft iets over het hoofd gezien: eigenlijk komt de afwijking in de valversnelling doordat het gebied niet op het gemiddelde zeeniveau ligt.

b Beredeneer of de onderzoeker zich op een hoogvlakte bevindt of op een laagvlakte.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

14 Hoog en laag

Het reliëf op het aardoppervlak geeft ook een afwijking op de gemeten valversnelling, $\delta g_{\text{reliëf}}$.
Beredeneer wat het teken zal zijn van $\delta g_{\text{reliëf}}$ ten gevolge van:

a een hoge berg in de buurt van de meting;

b een diep dal in de buurt van de meting.

De top van de Chimborazo in Ecuador ligt 6384,4 km van het middelpunt van de aarde. Die afstand is groter dan de afstand van het middelpunt van de aarde tot de top van Mount Everest, hoewel die berg op zich hoger is.

c Leg uit hoe dat kan. Tip: de naam van het land waar de Chimborazo ligt, is een aanwijzing.

d Bereken de waarde van de valversnelling op de top van de Chimborazo met behulp van de formule: $g = \frac{G \cdot M}{r^2}$

De allerlaagste waarde voor g die op aarde wordt gemeten is niet op de Chimborazo, maar op de Huascarán in Peru:
$g = 9{,}763\ 92\ \text{m s}^{-2}$

e Leg uit hoe het kan dat de waarde daar lager is dan op de Chimborazo, hoewel de top minder ver verwijderd is van het middelpunt van de aarde.

Op Wikipedia vind je dat de hoogste waarde voor de valversnelling wordt gemeten op het wateroppervlak van de Noordelijke IJszee.

f Leg uit waarom het logisch is dat dit op het wateroppervlak is en niet hoger. Leg ook uit waarom deze hoogste waarde zich op de Noordelijke IJszee bevindt.

15 Gravimeter

Een gravimeter werkt met een bekende massa die aan een veer is opgehangen (figuur 5). Als de zwaartekracht op deze massa groter is, zal de veer iets verder uitrekken. Door deze uitrekking zo nauwkeurig mogelijk te meten, kun je de valversnelling berekenen.

De massa van M in figuur 5 is 1,00 kg. Bij $g = 9{,}81\ \text{m s}^{-2}$ is de uitrekking van de veer 30,0 cm.

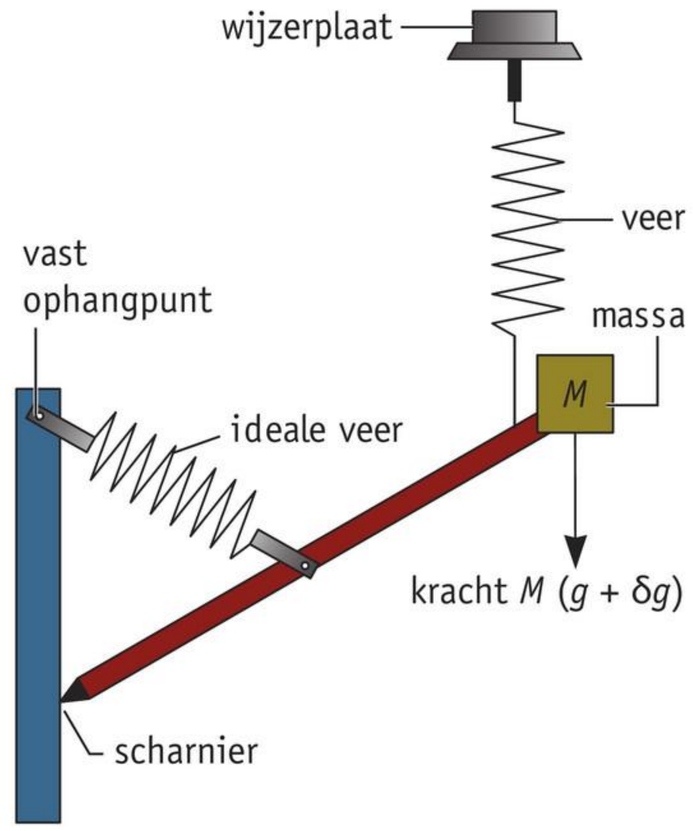
a Bereken de uitrekking van de veer als $g = 9{,}78\ \text{m s}^{-2}$. Neem aan dat de veer voldoet aan de wet van Hooke. Negeer het effect van de extra veer in figuur 5.

Moderne gravimeters kunnen een verschil van $1{\cdot}10^{-7}\ \text{m s}^{-2}$ meten.

b Bereken de uitrekking van de gravimeter in figuur 5 bij $g = 9{,}810\ 000\ 1\ \text{m s}^{-2}$.

De bij opdracht b gevonden uitwijking van de veer is te klein om waar te nemen.

c Bedenk een mechanisme om de uitwijking van de veer te vergroten zodat je deze wel kunt aflezen.



figuur 5 Principe van een gravimeter.

16 Zoeken en vinden?

Een manier om te zoeken naar delfstoffen is met een vliegtuig over een terrein vliegen en de valversnelling meten.

a Leg met behulp van een formule uit dat het vliegtuig het best laag kan vliegen, omdat dan de invloed van bijvoorbeeld een grote hoeveelheid ijzerhoudend gesteente relatief groot is en goed meetbaar.

b Leg uit dat er twee redenen zijn waarom je op deze manier niet kunt onderzoeken of ergens veel diamant in de bodem zit.

★ 17 Invloed van de breedtegraad

Om te corrigeren voor de vorm en de draaiing van de aarde wordt de volgende formule gebruikt:

$g_\lambda = 9{,}780\ 318 \times (1 + 0{,}005\ 302\ 4 \cdot \sin^2 \lambda - 0{,}000\ 005\ 9 \cdot \sin^2 2\lambda)$

Hierin is λ de breedtegraad.

a Gebruik de gegeven formule om de waarden voor g in *BiNaS* te controleren voor de evenaar en de noordpool.

b Gebruik alle in deze paragraaf besproken correcties om de waarde voor g_λ in Johannesburg te controleren. Geef een verklaring voor een mogelijk verschil.

3 SEISMOLOGIE EN SEISMIEK

Leerdoelen

K2.3.1 Je kunt uitleggen hoe met seismologie onderzoek wordt gedaan naar het inwendige van de aarde.

K2.3.2 Je kunt uitleggen dat er bij aardbevingen verschillende trillingen ontstaan met verschillende eigenschappen en kunt berekeningen uitvoeren met de verschillende golfsnelheden.

K2.3.3 Je kunt uitleggen hoe met seismiek onderzoek wordt gedaan naar de structuur van de bodem en de aanwezigheid van delfstoffen.

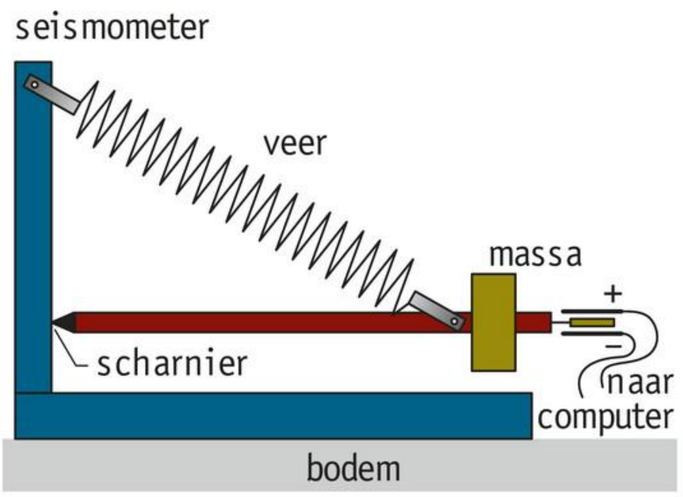
TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN		
	K2.3.1	K2.3.2	K2.3.3
Onthouden	18a	18b	
Begrijpen	19, 21a, 24a	21b	18c, 21c
Toepassen	23a	20, 22, 25, 26ac	24b
Analyseren	23b	26bd, 27	24c

Door te meten hoe trillingen zich in de aarde voortplanten kunnen geofysici het inwendige van de aarde bestuderen. Vaak maken ze gebruik van de trillingen die afkomstig zijn van aardbevingen. Geofysici kunnen ook zelf trillingen opwekken om onderzoek te doen aan de bodem.

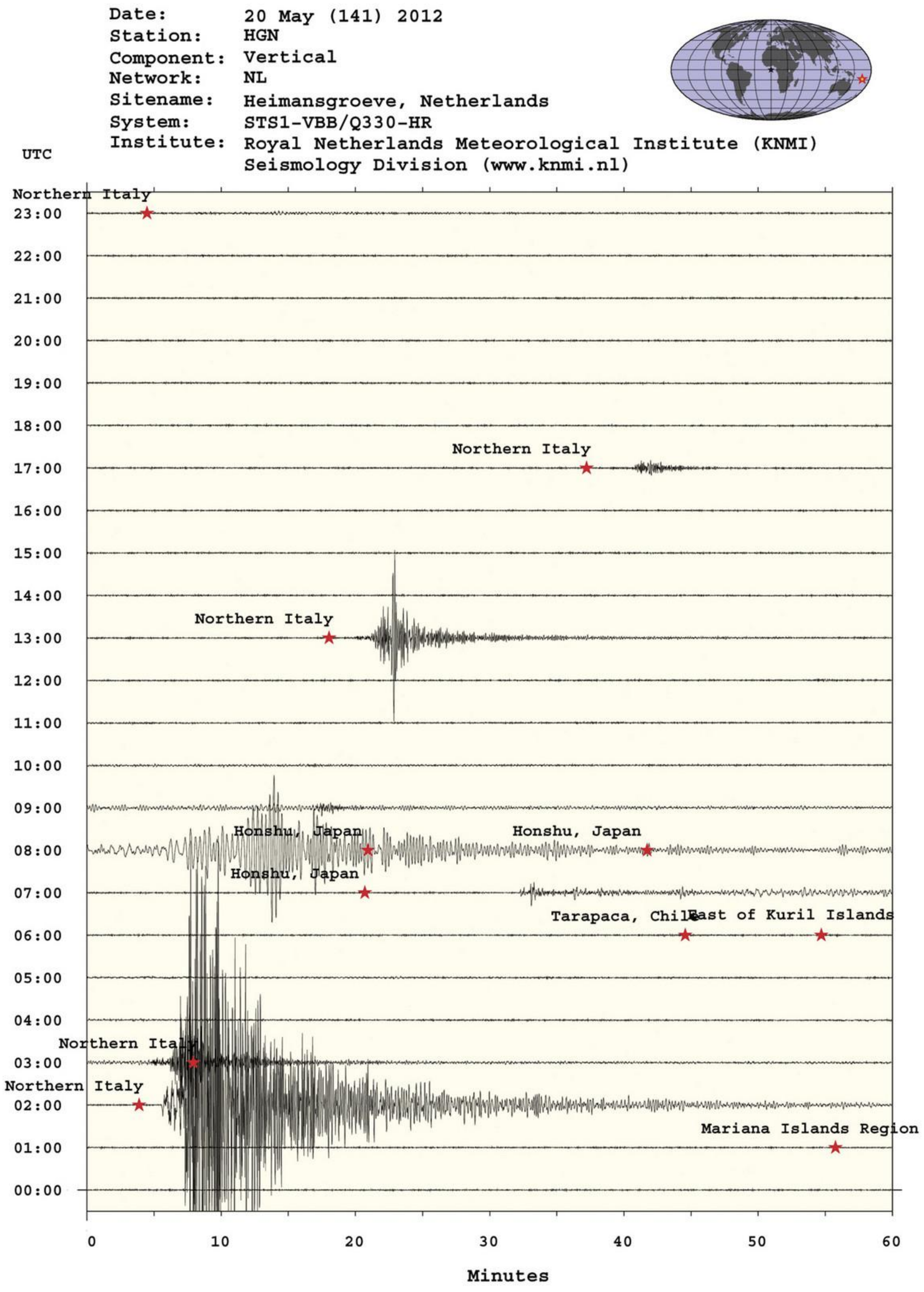
SEISMOLOGIE

Dagelijks vinden er in de aarde vele aardbevingen plaats. De meeste aardbevingen zijn licht en veroorzaken weinig of geen schade, zodat ze niet in het nieuws komen. De trillingen die door een aardbeving worden opgewekt, bewegen zich als golven door de aarde en kun je op andere plekken met seismometers meten. Dit wordt seismologie genoemd.

Een **seismometer** bestaat uit een massa die los van het aardoppervlak hangt (figuur 6). Door de traagheid blijft de massa op dezelfde plek, terwijl de rest van de seismometer met het aardoppervlak meebeweegt. Door het meten van de beweging van de massa ten opzichte van de rest van de seismometer krijg je een **seismogram**, dat de beweging van het aardoppervlak laat zien (figuur 7).



figuur 6 Bouw van een seismometer.

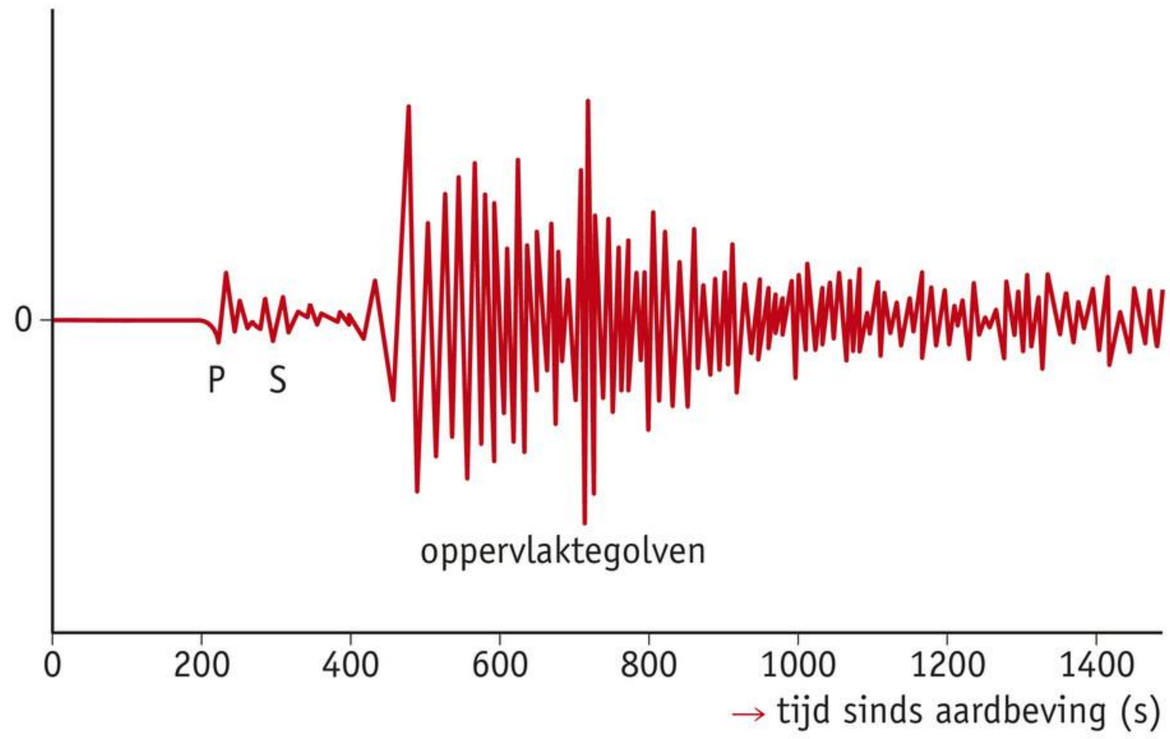


figuur 7 Voorbeeld van een seismogram dat is gemaakt in Zuid-Limburg.

SOORTEN TRILLINGEN

De trillingen die door een aardbeving worden opgewekt, bestaan uit verschillende soorten golven. De belangrijkste zijn: P-golven, S-golven en oppervlaktegolven. **P-golven** hebben de grootste snelheid en worden in een seismogram het eerst gedetecteerd. De P staat voor *primary*, ofwel eerste. **S-golven** hebben een kleinere snelheid en komen later aan. S staat voor *secondary*, ofwel tweede. Uit het tijdsverschil tussen de aankomst van de P- en de S-golven kun je een indicatie krijgen van de afstand tot de aardbeving. P-golven en S-golven gaan dwars door de aarde heen. Naarmate de afstand groter is, neemt de sterkte van de trillingen af.

Oppervlaktegolven verplaatsen zich door de aardkorst. Daardoor neemt de sterkte van de trillingen minder sterk af dan bij P- en S-golven. In het seismogram komen ze als laatste aan en geven de grootste uitwijking (figuur 8). Het zijn de oppervlaktegolven die voor de schade zorgen bij aardbevingen.



figuur 8 Detail van een seismogram waarin een aardbeving wordt geregistreerd.

Voorbeeldopdracht 2

P-golven hebben in de aardkorst een gemiddelde snelheid van $v_P = 6{,}0 \cdot 10^3$ m s^{-1}. S-golven hebben een gemiddelde snelheid van $v_S = 3{,}5 \cdot 10^3$ m s^{-1}. In een seismogram komen de S-golven 20 s later aan dan de P-golven.
Bereken op welke afstand de aardbeving plaatsvond.

Uitwerking

Neem aan dat de P-golven aankomen na een tijd t_P. De S-golven komen dan aan op $t_S = t_P + \Delta t$, met $\Delta t = 20$ s. De P-golven hebben een afstand afgelegd van $6{,}0 \cdot 10^3 \cdot t_P$.
De S-golven hebben een afstand afgelegd van $3{,}5 \cdot 10^3 \cdot (t_P + 20)$. Deze twee afstanden moeten gelijk zijn:

$6{,}0 \cdot 10^3 \cdot t_P = 3{,}5 \cdot 10^3 \cdot (t_P + 20)$

Oplossen geeft:

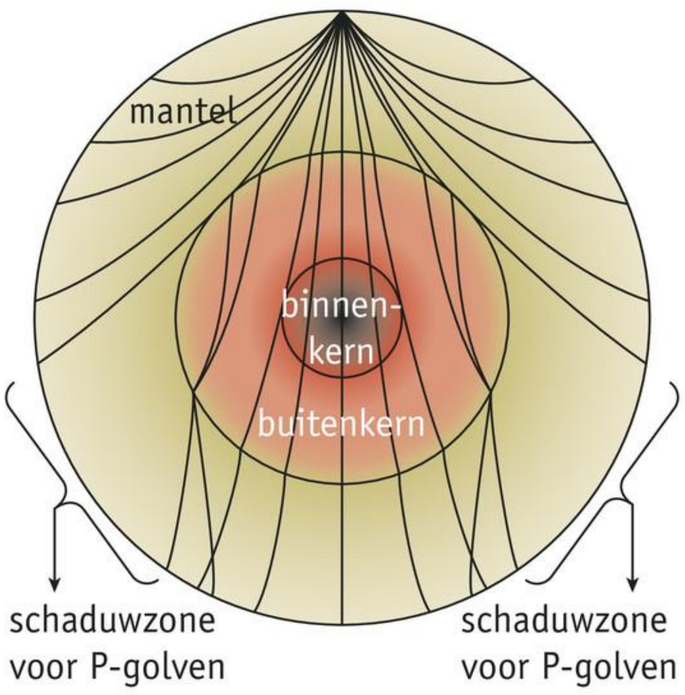
$(6{,}0 \cdot 10^3 - 3{,}5 \cdot 10^3) \cdot t_P = 3{,}5 \cdot 10^3 \times 20$

$$t_P = \frac{3{,}5 \cdot 10^3 \times 20}{6{,}0 \cdot 10^3 - 3{,}5 \cdot 10^3} = 28 \text{ s}$$

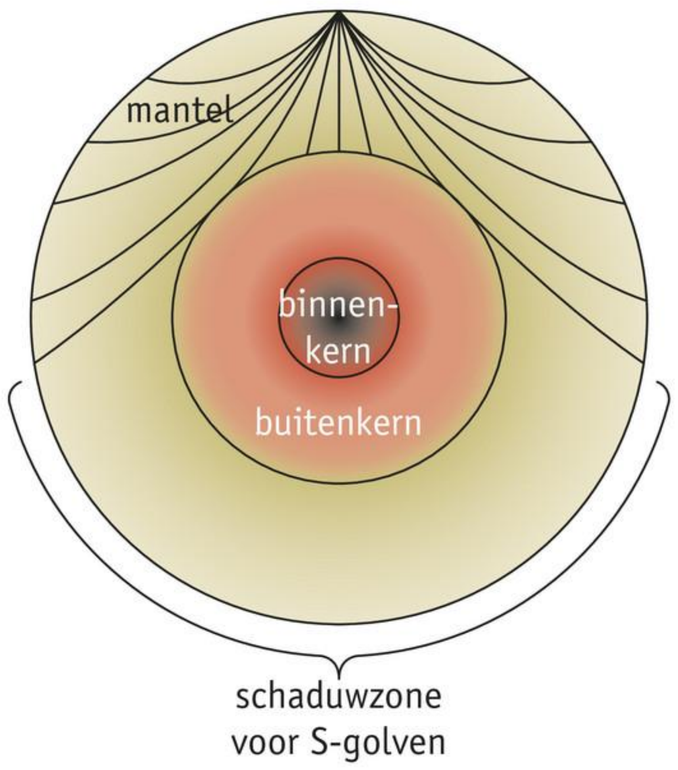
De afstand tot de aardbeving is dan: $s = v_P \cdot t_P = 6{,}0 \cdot 10^3 \times 28 = 1{,}7 \cdot 10^5$ m

PADEN VAN SEISMISCHE GOLVEN

De dichtheid van de gesteenten in de aarde neemt toe als je dieper komt. Daardoor wordt de snelheid van seismische golven groter met toenemende diepte. De seismische golven volgen daardoor een pad dat gebogen is. Hetzelfde verschijnsel vindt plaats bij licht, waarbij breking optreedt bij de overgang van bijvoorbeeld lucht naar water.
De buitenkern is vloeibaar en de snelheid van P-golven is daar een stuk lager dan in de mantel, die vast is. Het gevolg is dat P-golven sterk breken op de overgang van mantel naar buitenkern (figuur 9). Daardoor ontstaat een zogenoemde **schaduwzone** waar geen rechtstreekse P-golven van een aardbeving terechtkomen. S-golven gaan helemaal niet door een vloeistof heen. Ze komen dus niet door de vloeibare buitenkern heen. De schaduwzone voor S-golven is daarom groter dan die voor P-golven (figuur 10).
Naast breking ontstaan er bij abrupte overgangen, zoals van de mantel naar de buitenkern, ook reflecties. De golven worden daar zoals licht op een spiegel weerkaatst. De breking en reflectie van trillingen door de aarde kun je samen gebruiken om een beeld te maken van het inwendige van de aarde.



figuur 9 Ontstaan van een schaduwzone voor P-golven.



figuur 10 Ontstaan van een schaduwzone voor S-golven.

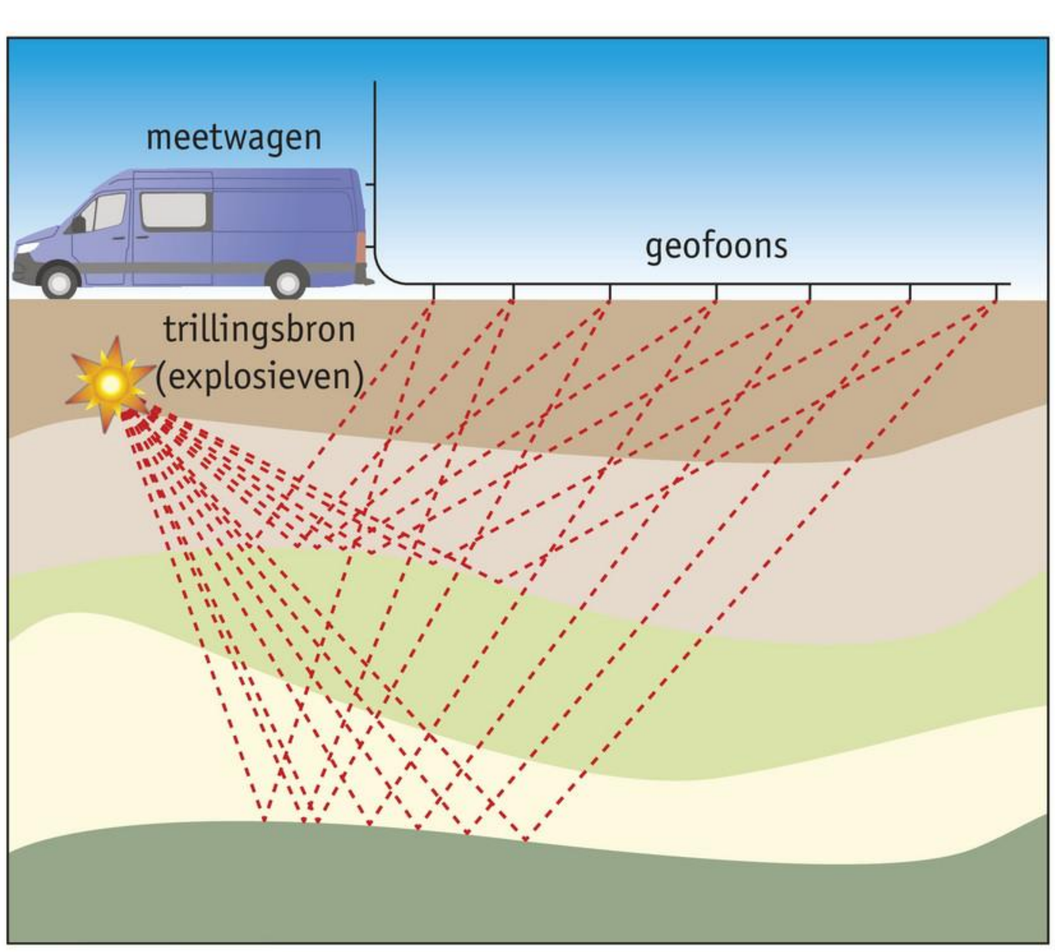
SEISMIEK

Bij **seismiek** worden kunstmatig trillingen opgewekt om de structuur van de bodem te bepalen. Voor het opsporen van olie- en gasvelden wordt bijvoorbeeld gebruikgemaakt van trillingen die met explosieven worden opgewekt, of met behulp van speciale, zware vrachtwagens. Tussen de voor- en achterwielen van deze vrachtwagens zit een trilplaat (figuur 11). Met een pneumatisch systeem wordt de vrachtwagen opgetild, zodat hij op de trilplaat steunt. Door vervolgens de hele vrachtwagen te laten trillen, worden via die plaat trillingen de grond in gestuurd. In sommige gevallen kan worden volstaan met trillingen die worden opgewekt door met een moker op een plaat te slaan.

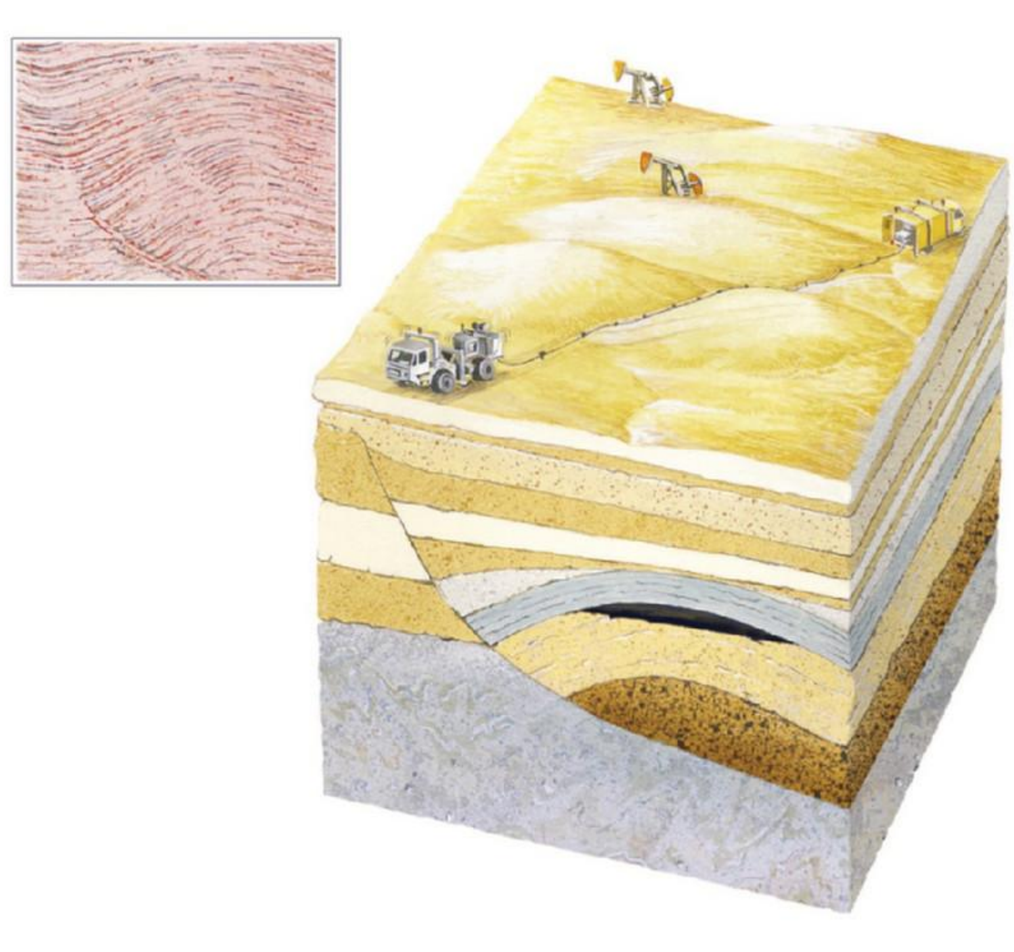


figuur 11 De trilplaat veroorzaakt seismische trillingen.

De trillingen worden vervolgens opgevangen met zogenoemde **geofoons**, seismometers die je gemakkelijk kunt verplaatsen (figuur 12). De trillingen worden deels gereflecteerd en deels afgebogen. Door de signalen van meerdere geofoons met elkaar te vergelijken, kun je een beeld samenstellen van de structuur van de bodem (figuur 13). Het gaat hier om de bovenste lagen van de bodem, die van belang zijn voor de vraag of je ergens kunt bouwen, of er olie en gas zijn te vinden, of bijvoorbeeld ijzer.



figuur 12 Hoe reflecties aankomen bij geofoons.



figuur 13 Links: het beeld zoals dat van de geofoons komt; rechts: interpretatie van de ligging van lagen in de bodem.

PRACTICUM 1 Trillingen meten met een versnellingsmeter

Onthoud

- Seismologie is het onderzoek naar aardbevingen en de trillingen die daardoor worden veroorzaakt.
- Bij een aardbeving ontstaan P-golven, S-golven en oppervlaktegolven. De P-golven hebben de grootste snelheid, de oppervlaktegolven de kleinste. Uit het verschil in aankomsttijd tussen de P- en de S-golven kun je de afstand tot de aardbeving afleiden.
- Door buiging ontstaat er een schaduwzone voor P-golven. S-golven kunnen niet door een vloeistof heen en hebben daardoor een nog grotere schaduwzone.
- Seismiek is een methode waarbij geofysici trillingen opwekken en daarmee de structuur van de bodem onderzoeken.
- Voor onderzoek naar de structuur van de ondergrond wordt gekeken naar reflecties van seismische trillingen die worden opgevangen met geofoons.

OPDRACHTEN ▸ Basis

18 Begrippen

Kies steeds de juiste term.

a De trillingsbron bij seismologie is een *aardbeving* / *explosie* / *trillende vrachtwagen*.

b Bij aardbevingen wordt de meeste schade veroorzaakt door *P-golven* / *S-golven* / *oppervlaktegolven*.

c Met seismiek zoek je naar een laag die een hoge dichtheid heeft.
Welke stof kun je in zo'n laag aantreffen? *aardgas* / *ijzer*

19 Seismometer

In een seismometer bevindt zich een blok met een grote massa.

a Leg uit waarom dit blok vrij moet kunnen bewegen.

b Leg uit waarom het blok het best een zo groot mogelijke massa heeft.

20 Afstand tot aardbeving

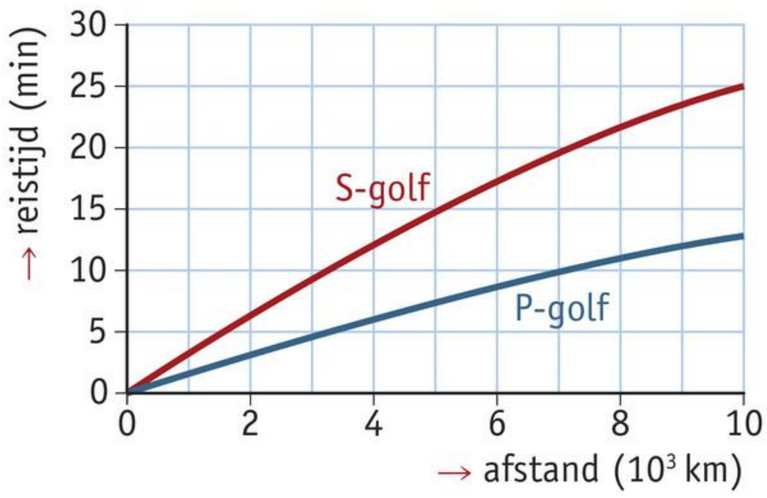
In een seismogram komt de S-golf 350 s later binnen dan de P-golf.

a Bereken de afstand tot de aardbeving op de manier van voorbeeldopdracht 2.

b Gebruik figuur 14 om de afstand tot de aardbeving te bepalen.

Bij opdracht a is de afstand kleiner dan bij opdracht b. Dat komt doordat je rekent met de gemiddelde snelheid van de golven in de aardkorst. Dat is niet de juiste snelheid als de golven grote afstanden afleggen.

c Leg uit waarom de eigenlijke snelheid groter is.



figuur 14 Reistijden van P- en S-golven voor een bepaalde afstand langs het aardoppervlak.

21 Seismiek

a Leg uit of het bij seismiek van belang is dat de binnenkern van de aarde vloeibaar is.

b Welk type golf gaat door de binnenkern heen?

c Welke eigenschap van golven door poreus gesteente is juist?

A Golven gaan niet door zulk gesteente.

B Golven hebben in zulk gesteente een lage snelheid.

C Golven hebben in zulk gesteente een hoge snelheid.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

22 Snelheid van S- en P-golven

S- en P-golven hebben een verschillende snelheid die bovendien verandert met de diepte.
Bepaal met behulp van figuren 9, 10 en 14 of P- en S-golven dieper in de aarde een hogere of juist lagere snelheid hebben.

23 Seismogram

Bij een seismogram, zoals in figuur 13, zijn de trillingen gemeten door een groot aantal geofoons die naast elkaar staan. De trillingen die door één geofoon zijn opgevangen staan verticaal. De horizontale as geeft de positie van de geofoons weer. Je krijgt daardoor een beeld van de lagen die de golven reflecteren. De verticale as lijkt overeen te komen met de diepte, maar in feite wordt er een andere grootheid gemeten.

a Welke grootheid wordt gemeten en moet dus langs de verticale as staan?

b Leg uit wat het verschil is met een profiel waar werkelijk de diepte langs de verticale as staat.

24 Gas zoeken

Twee kenmerken van een vindplaats voor gas zijn dat er een laag is waarin het gesteente holtes bevat en dat daarboven een ondoordringbare laag ligt.

a Leg uit of onderzoek hiernaar valt onder 'seismiek' of onder 'seismologie'.

b Leg uit waarom onderzoek met behulp van trillingen goed kan uitwijzen of een overgang tussen een ondoordringbare en een poreuze laag optreedt.

Er mogen geen breuken in de ondoordringbare laag zitten.

c Hoe zie je met deze methode of er wel of geen breuken zijn?

P 25 Seismiek bij gletsjer

De snelheid van seismische trillingen in ijs is gemiddeld $3{,}8 \cdot 10^3$ m s^{-1}. Boven op een ijslaag van een gletsjer met een dikte van 2,9 km worden explosieven tot ontploffing gebracht.

a Bereken na hoeveel tijd de reflectie van de explosie door een geofoon vlak bij de bron wordt gemeten.

Een andere geofoon staat op 1,2 km afstand van de bron.

b Bereken na hoeveel tijd de reflectie van de explosie door deze geofoon wordt gemeten.

c Leg uit hoe je met deze methode een beeld van de ondergrond kunt vormen.

26 Locatiebepaling aardbeving

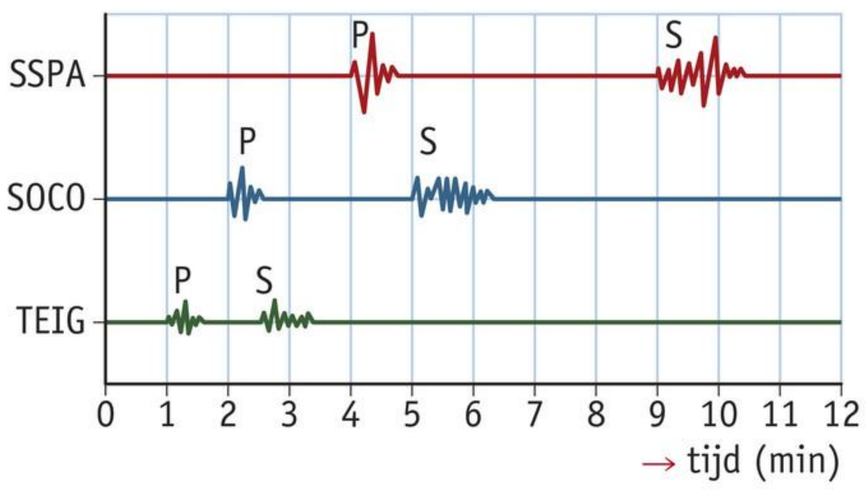
In figuur 15 zie je drie seismogrammen waarin de aankomst van de P- en de S-golven is aangegeven. Figuur 16 is een kaart van de ligging van de drie meetstations. Gebruik bij deze opdracht figuur 14.

a Bepaal hoe ver elk van de drie meetstations van de aardbeving af ligt.

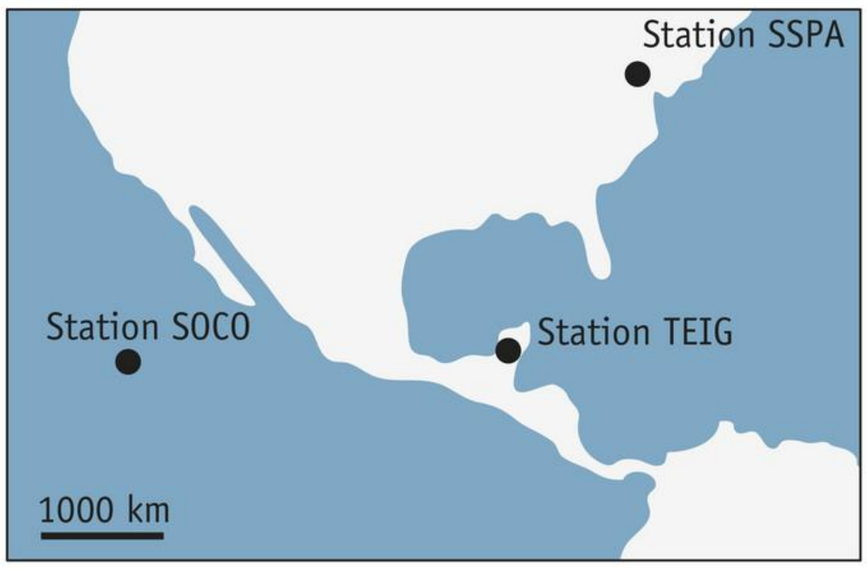
b Bepaal met de kaart in figuur 16 waar de aardbeving moet hebben plaatsgevonden.

c Bereken voor elk van de drie meetstations hoe groot de gemiddelde snelheid van de P-golf is geweest.

d Leg uit waarom de drie snelheden die je bij opdracht c hebt berekend, hetzelfde of juist niet hetzelfde zijn.



figuur 15 Seismogrammen van dezelfde aardbeving, waargenomen door drie verschillende meetstations.



figuur 16 Ligging van de meetstations uit figuur 15.

★ 27 Schaduwzone voor S-golven

In figuur 10 is de schaduwzone voor S-golven te zien. Bepaal uit figuur 10 de grootste afstand waarop je met behulp van tijdsverschillen tussen P- en S-golven de afstand tot de aardbeving kunt vaststellen.

4 WARMTE

Leerdoelen

K2.4.1 Je kunt uitleggen dat de temperatuur van de aarde een gevolg is van verschillende warmtebronnen.

K2.4.2 Je kunt aangeven hoe de temperatuur als functie van de diepte in de aarde verloopt.

K2.4.3 Je kunt de eigenschappen van verschillende lagen in de aarde verklaren op basis van de smelttemperatuur van gesteenten en de temperatuur in de lagen.

K2.4.4 Je kunt uitleggen wat convectie is en welke rol deze vorm van warmtetransport speelt in de processen in de aarde.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN			
	K2.4.1	K2.4.2	K2.4.3	K2.4.4
Onthouden				
Begrijpen	28, 33a	33b	29, 33c	32, 33d
Toepassen		31, 35c	30	
Analyseren	35ab	34	36	

De temperatuur in het binnenste van de aarde is hoger dan aan het oppervlak. Dat is zichtbaar in vulkanische gebieden. Op die plekken komt vloeibaar gesteente naar boven. Blijkbaar is de temperatuur op een bepaalde diepte zo hoog dat sommige gesteenten kunnen smelten.

OORSPRONG VAN DE WARMTE

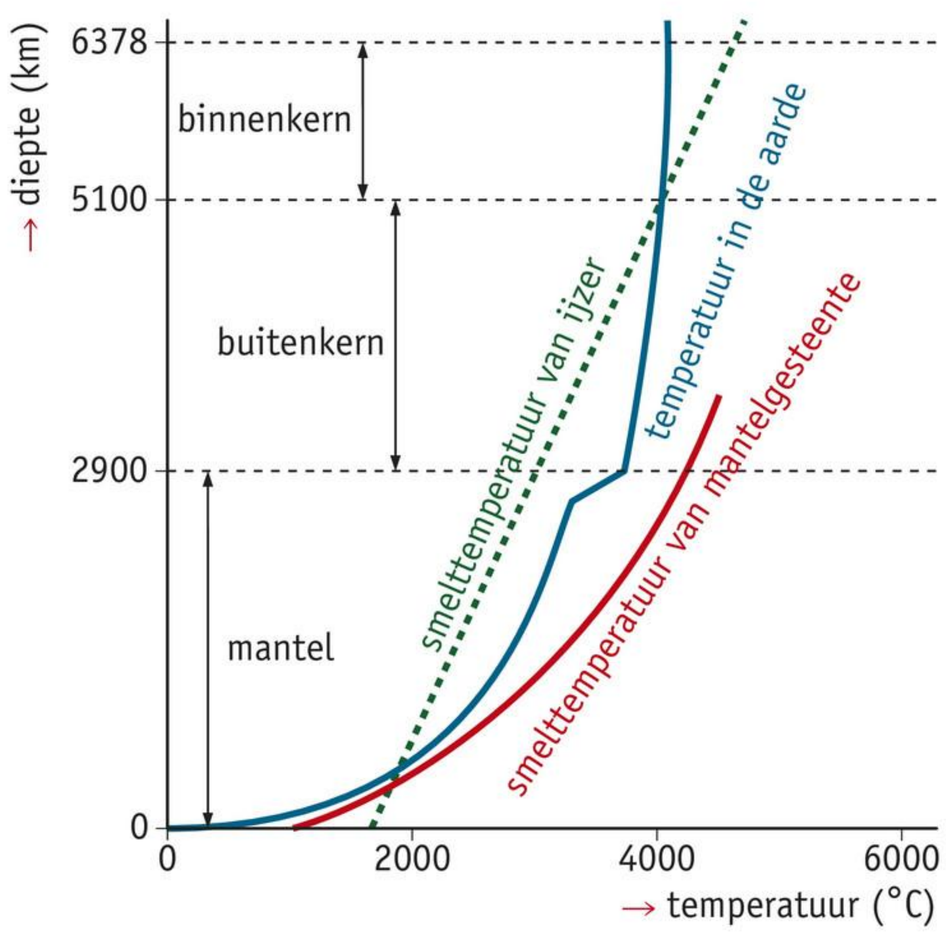
Een planeet zoals de aarde ontstaat doordat stof en brokken steen samenklonteren onder invloed van de zwaartekracht. De zwaarte-energie en de kinetische energie die de brokken steen daarbij verliezen, worden omgezet in warmte, waardoor de planeet in wording opwarmt. Zodra de planeet is gevormd, begint ze af te koelen. Door de omvang van de planeet en doordat het gesteente warmte niet goed geleidt, duurt het heel lang voordat de gehele planeet is afgekoeld. In 1862 berekende de natuurkundige Lord Kelvin hoe oud de aarde zou kunnen zijn op basis van dat afkoelen. Zo kwam hij op een leeftijd tussen de veertig miljoen en tweehonderd miljoen jaar. Geologen en biologen uit zijn tijd betwijfelden deze uitkomst: de aarde moest veel ouder zijn om de vorming van geologische structuren en de evolutie van soorten mogelijk te maken. Begin twintigste eeuw werd op basis van radioactief verval bepaald dat de aarde al zo'n 4,6 miljard jaar oud moest zijn. Lord Kelvin had wel goed gezien hoe de aarde afkoelt, maar hij had geen rekening gehouden met andere warmtebronnen in de aarde.

ANDERE WARMTEBRONNEN

De belangrijkste warmtebron binnen in de aarde is het **verval** van radioactieve stoffen die zich in de gesteenten in de aarde bevinden, voornamelijk uranium en thorium. Deze radioactieve stoffen waren al aanwezig in het materiaal waaruit de aarde ontstond. Radioactiviteit was in de tijd van Lord Kelvin nog niet bekend, waardoor hij op een veel te lage leeftijd van de aarde uitkwam.
Er zijn nog andere warmtebronnen die ervoor zorgen dat het inwendige van de aarde wordt opgewarmd. Zo werken er door de maan en de zon getijdenkrachten op de aarde. Door deze krachten wordt de aarde als een stressballetje gekneed. Door deze vervormingen komt er warmte vrij.

TEMPERATUUR VAN DE AARDE

Uit seismische metingen en laboratoriumonderzoek naar het gedrag van gesteenten onder extreme omstandigheden is het temperatuurverloop in de aarde afgeleid (figuur 17). De temperatuur neemt met diepte toe, hoewel niet altijd even sterk. In figuur 17 is aangegeven bij welke temperatuur mantelgesteenten en ijzer zullen smelten. Dieper in de aarde is de smelttemperatuur hoger, omdat de druk er veel hoger is.



figuur 17 De temperatuur in de aarde vergeleken met het smeltpunt van mantelgesteente en ijzer.

In de lithosfeer, dicht bij het aardoppervlak, is de temperatuur nog een stuk lager dan de smelttemperatuur van mantelgesteente. Daardoor is de lithosfeer vast. Op een bepaalde diepte komt de temperatuur dicht bij de smelttemperatuur van mantelgesteente, maar ligt er nog wel onder. Op die diepte begint de asthenosfeer, die daardoor gemakkelijk vervormbaar is.

Met het toenemen van de diepte neemt niet alleen de temperatuur toe, maar ook de druk. Bij een hogere druk zal de smelttemperatuur van een stof ook toenemen. Het gevolg is dat op grotere diepte in de mantel het gesteente weer vast is. In de buitenkern, die bestaat uit ijzer en nikkel, ligt de temperatuur boven de smelttemperatuur van ijzer: de buitenkern is vloeibaar. In de binnenkern duikt de temperatuur onder de smelttemperatuur van ijzer, waardoor de binnenkern vast is.

CONVECTIE

Warmte kan worden getransporteerd door middel van straling, geleiding of stroming. In het inwendige van de aarde is het niet goed mogelijk om warmte door straling te laten ontsnappen. Het warmtetransport vindt dus plaats door geleiding en stroming. Stroming is een zeer efficiënte manier van warmtetransport. In een vloeistof die aan de onderkant wordt verwarmd, zoals een pan soep, stijgt de opgewarmde vloeistof op, terwijl afgekoelde vloeistof van het oppervlak naar beneden zakt. Deze manier van warmtetransport noem je convectie.

De aardmantel bestaat grotendeels uit vaste gesteenten. Toch is de temperatuur zo hoog dat de mantelgesteenten op grote schaal en over langere tijden enigszins kunnen vervormen. Hierdoor kan warmtetransport door de mantel ook door convectie plaatsvinden. Uit seismologisch onderzoek blijkt dat er gebieden in de mantel zijn waar seismische golven een hoge snelheid hebben. Dit zouden afgekoelde gesteenten kunnen zijn die in de mantel wegzakken. Op andere plekken zijn de snelheden juist laag, op die plekken ligt de temperatuur van het gesteente dichter bij het smeltpunt. Dit gesteente stijgt op en voert de warmte van het onderste deel van de mantel af.

Onthoud

- De warmte in het inwendige van de aarde is voor een deel een overblijfsel uit de tijd dat de aarde werd gevormd. Er komt ook warmte vrij door verval van radioactieve stoffen en door de getijdenkrachten van de zon en de maan die de aarde vervormen.
- De temperatuur in de aarde neemt toe met de diepte. In de buitenkern ligt de temperatuur boven het smeltpunt van ijzer. Het smeltpunt stijgt als de druk hoger wordt. De binnenkern is daardoor vast, ondanks de hogere temperatuur die daar heerst.
- De asthenosfeer is niet gesmolten, maar kan wel gemakkelijk vervormen, doordat de temperatuur dicht bij de smelttemperatuur van mantelgesteenten ligt. De rest van de mantel is vast, maar kan toch voldoende vervormen om convectie mogelijk te maken.

OPDRACHTEN ▸ Basis

28 **Leeftijd van de aarde**

Lord Kelvin berekende een veel te lage leeftijd van de aarde.
Leg uit waarom zijn berekening niet klopte.

29 **Vast of vloeibaar**

De onderkant van de mantel is vast, terwijl de daaraan grenzende buitenkern gesmolten is.
Geef hiervoor een verklaring.

30 **Snelheid van seismische golven**

Op sommige plekken, zoals bij Hawaï, ontstaat vulkanisme vanwege opstijgend mantelgesteente.
Beredeneer of de snelheid van seismische golven door de mantel onder Hawaï hoger of lager is dan die op plaatsen zonder vulkanisme.

31 **Vloeibaar ijzer in de mantel**

De mantel bestaat voor een klein deel uit ijzer.
Bepaal met behulp van figuur 17 op welke diepte dat ijzer vloeibaar zou worden.

32 **Snel transport**

Leg uit welke manier van warmtetransport in de aarde sneller is, geleiding of convectie.

↻ 33 **Als er meer uranium zou zijn**

Als het percentage uranium in de aarde groter zou zijn, zou er meer warmte worden geproduceerd.

a Leg uit welke energievorm hier een rol speelt.
b Leg uit wat er dan anders zou zijn aan het temperatuurverloop als functie van de diepte.
c Wat zou er veranderen aan de eigenschappen van het gesteente in de aardmantel?
d Leg uit of er meer of minder convectie zou zijn dan nu het geval is.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

34 Formule voor geleiding

Geleiding speelt een rol bij warmtetransport door een ruit, door een kledingstuk én door aardlagen.
De volgende formule speelt daarbij een rol:

$$P = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{d}$$

Hierin is:
P het vermogen dat wordt getransporteerd in watt (W);
k de warmtegeleidingscoëfficiënt in watt per meter per kelvin ($W\,m^{-1}\,K^{-1}$);
A de oppervlakte in vierkante meter (m^2);
ΔT het temperatuurverschil tussen beide zijden van het oppervlak in kelvin (K);
d de dikte van het oppervlak in meter (m).

a Leg met behulp van de formule uit dat hoe dieper je komt, hoe hoger de temperatuur wordt.
b Leg met behulp van de formule uit hoe het komt dat de temperatuur van de aarde in de kern langzamer stijgt met de diepte dan in de mantel.

35 Energiebalans van de aarde

De aarde verliest per jaar $1{,}4 \cdot 10^{21}$ J aan geothermische energie. De aarde ontvangt van de zon per seconde, per vierkante meter oppervlak loodrecht op de stralingsrichting een energie van 1368 J. Dit wordt de zonneconstante genoemd.

a Druk het verlies aan geothermische energie uit als percentage van de energie die de aarde van de zon ontvangt.
b Bereken het geothermisch vermogen van de aarde per vierkante meter aardoppervlak.

Dicht aan het aardoppervlak neemt de temperatuur per kilometer diepte toe met 30 °C.

c Bereken de temperatuur onder in het diepste boorgat ter wereld (zie de inleiding van paragraaf 1).

★ P 36 Smelttemperatuur van ijs

De meeste stoffen krijgen een grotere dichtheid als ze vast worden. Bij een hogere druk zullen ze eerder stollen. De smelttemperatuur neemt toe als de druk hoger wordt. Water krijgt juist een *kleinere* dichtheid als het bevriest (stolt).

a Beredeneer wat er gebeurt met de smelttemperatuur van ijs als de druk hoger wordt.
b Welk gevolg heeft dat voor een gletsjer? Zal die eerder smelten aan de onderkant of aan de bovenkant van de ijsmassa? Leg je antwoord uit.

5 ELEKTROMAGNETISCHE MEETMETHODEN

Leerdoelen

K2.5.1 Je kunt uitleggen hoe je met elektrische methoden de soortelijke weerstand van de bodem in kaart brengt.

K2.5.2 Je kunt uitleggen hoe je met magnetische methoden eigenschappen van de bodem in kaart brengt.

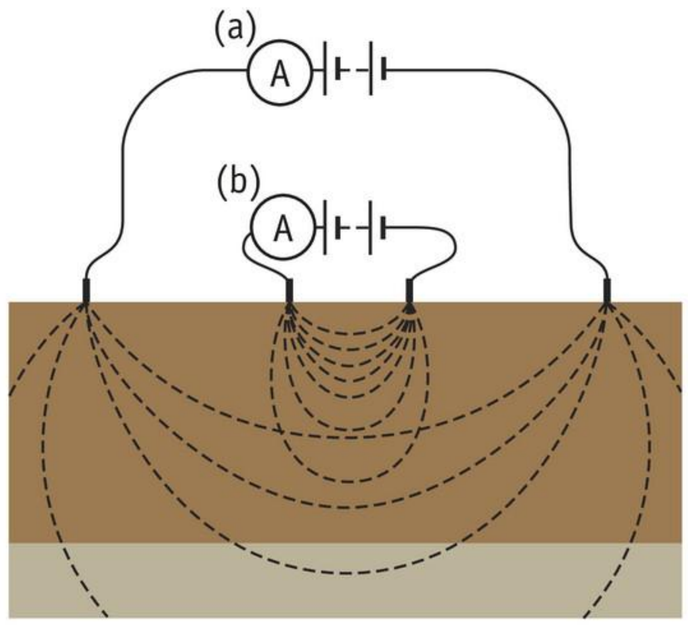
K2.5.3 Je kunt uitleggen hoe je met elektromagnetische methoden en grondradar geleidende stoffen in de bodem kunt vinden.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN		
	K2.5.1	K2.5.2	K2.5.3
Onthouden			
Begrijpen		40b	40ac
Toepassen	37, 42	38, 41	39
Analyseren	44		43

Door de elektrische weerstand van de bodem te meten of door het plaatselijke magneetveld gedetailleerd te onderzoeken, kun je aanwijzingen krijgen over wat er in de bodem aanwezig is. Een metaaldetector maakt gebruik van elektromagnetische inductie om te achterhalen wat er in de bodem zit.

ELEKTRISCHE MEETMETHODEN

Net als koper of ijzer heeft ook een gesteente een zekere **soortelijke weerstand**. Die hangt sterk af van de samenstelling en van de hoeveelheid water in het gesteente. Als het gesteente relatief veel metalen bevat, dan zal de soortelijke weerstand lager zijn. Ook water, met daarin opgeloste zouten, zorgt ervoor dat de soortelijke weerstand van het gesteente lager is. Door de soortelijke weerstand te meten, kun je bepalen waaruit het gesteente bestaat.
Door twee elektroden in de grond te plaatsen en daar een grote spanning op te zetten, zal er een elektrische stroom door de grond gaan lopen (figuur 18). De grootte van die stroom hangt af van de spanning en van de totale weerstand van de materialen onder de grond. Door tussen verschillende plekken de spanning te meten, is het mogelijk om een idee te krijgen van de soortelijke weerstand van de materialen onder de grond.



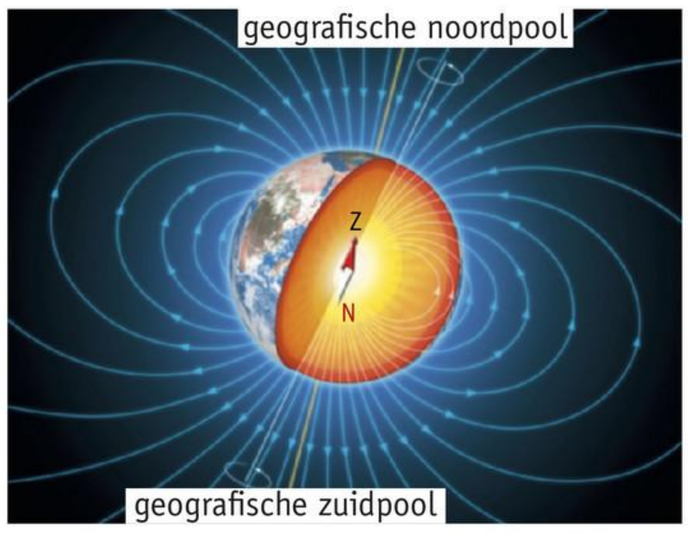
figuur 18 Twee elektroden (a) ver uit elkaar en (b) dichter bij elkaar geplaatst.

Stel dat een bodemlaag met een grote soortelijke weerstand boven op een laag met een kleine soortelijke weerstand ligt (figuur 18). In principe kun je deze situatie vergelijken met twee weerstanden die parallel aan elkaar zijn geschakeld. De stroom zal dan voornamelijk door de laag met de kleinste soortelijke weerstand gaan, de onderste laag.
De stroom zal echter eerst door de bovenste laag heen moeten. Dat betekent dat als de elektroden dicht bij elkaar staan, de meeste stroom de onderste laag niet bereikt. Daardoor bepaal je een grote soortelijke weerstand. Als de elektroden verder van elkaar staan, zal een deel van de stroom door de laag met een kleine soortelijke weerstand gaan. Door de afstand tussen de meetelektroden telkens te vergroten, kun je op deze manier een diepteprofiel vinden van de soortelijke weerstand in de bodem. Het is ook mogelijk om de afstand tussen de elektroden gelijk te houden en de hele opstelling te verplaatsen. Zo kun je erachter komen op welke locatie eventueel een afwijkend materiaal in de bodem zit.

PRACTICUM 2 De soortelijke weerstand van de bodem

MAGNETISCHE MEETMETHODEN

Het **aardmagneetveld** wordt opgewekt door convectie in de vloeibare buitenkern. Het exacte mechanisme is nog niet begrepen. Doordat ijzer en nikkel metalen zijn, kunnen elektronen zich min of meer vrij bewegen. Bewegende ladingen kunnen een magneetveld opwekken. Dat magneetveld beïnvloedt weer de beweging van de elektronen. Zo worden de elektrische stromen in stand gehouden die het aardmagneetveld opwekken.
De geografische zuidpool van de aarde is een magnetische noordpool. Vanuit hier lopen veldlijnen van het aardmagnetisch veld over de evenaar naar de noordpool, de magnetische zuidpool. Rond de evenaar lopen de veldlijnen vrijwel horizontaal. In Nederland maken de veldlijnen een hoek van ongeveer 60° met het aardoppervlak (figuur 19). Deze hoek heet de **inclinatie** van het aardmagnetisch veld.
Als je vlak bij een kompas een magnetisch materiaal houdt, dan wijst de naald van het kompas niet naar het noorden, maar naar de zuidpool van dit magnetisch materiaal. Het plaatselijk magneetveld is dan veel sterker dan het aardmagneetveld. Veel gesteenten bevatten ijzerverbindingen die sterk magnetisch zijn en dus het aardmagnetisch veld beïnvloeden. Bij het zoeken naar delfstoffen worden daarom vaak eerst in een groot gebied vanuit een vliegtuig magnetische metingen gedaan, vaak gecombineerd met zwaartekrachtmetingen. Hiermee worden bijvoorbeeld scheuren in rotsformaties in kaart gebracht, of zelfs oude gas- en olie-infrastructuur. Als daarbij een bijzonderheid wordt waargenomen, kun je daarna plaatselijk een gerichter en duurder onderzoek uitvoeren, zoals met seismische methoden.

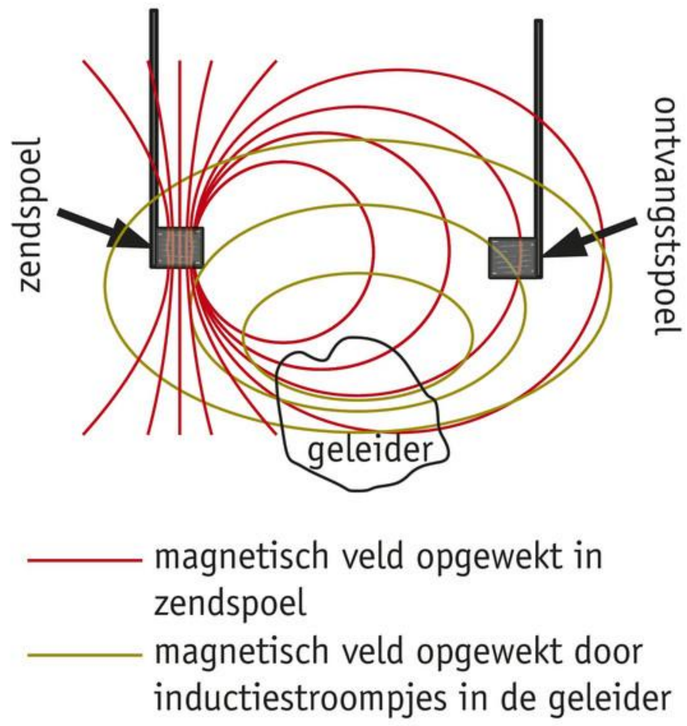


figuur 19 Veldlijnen van het aardmagneetveld.

ELEKTROMAGNETISCHE MEETMETHODEN

Als je door een spoel een elektrische stroom laat lopen, ontstaat er een magnetisch veld. Als de elektrische stroom verandert, dan verandert dit magneetveld ook. Door dit veranderende veld kan in een tweede spoel een elektrische spanning worden opgewekt. Dit noem je een **inductiespanning**. Dit principe kun je gebruiken om elektrisch geleidende stoffen in de grond te vinden. Het wordt bijvoorbeeld gebruikt door schatgravers die je weleens met hun **metaaldetector** op het land van een boer kunt vinden.

De spoel die het magneetveld opwekt noem je de **zendspoel**, de spoel waarin de inductiespanning wordt opgewekt de **ontvangstspoel**. De zend- en ontvangstspoel kun je op een vaste afstand van elkaar over een traject bewegen. De inductiespanning in de ontvangstspoel blijft steeds hetzelfde, behalve als er een elektrische geleider in de buurt is (figuur 20). Een andere methode gebruikt een zendspoel die bestaat uit een stroomdraad die als één grote lus op de grond ligt. Met de ontvangstspoel loop je binnen deze lus rond en meet je eventuele afwijkingen.



figuur 20 Meten met behulp van elektromagnetisme.

PRACTICUM 3 Het magnetisch veld rondom voorwerpen in de bodem

RADAR

Om een beter beeld te krijgen van wat er in de bodem zit, wordt tegenwoordig ook vaak een **grondradar** (*ground penetrating radar*, GPR) gebruikt. Een GPR zendt elektromagnetische straling uit. Als er in de bodem een voorwerp zit dat veel beter elektrisch geleidend is dan de rest van de bodem, zoals een metalen leiding of een gesteente met een lage soortelijke weerstand, zal de elektromagnetische straling gedeeltelijk worden gereflecteerd. Deze reflecties worden opgevangen en er wordt zeer nauwkeurig gemeten wat het tijdsverschil is tussen de uitgezonden straling en de opgevangen straling. Dat geeft een maat voor de afstand van het voorwerp naar de grondradar.

Onthoud

- De soortelijke weerstand van een gesteente hangt af van de samenstelling. Water en metalen in een gesteente verlagen de soortelijke weerstand.
- Door de soortelijke weerstand van de grond te bepalen met elektrische meetmethoden kun je een dwarsdoorsnede van de bodem maken.
- Door met magnetische meetmethoden afwijkingen van het aardmagnetisch veld te bepalen kun je een beeld krijgen van de structuur van de bodem of de aanwezigheid van oude leidingen.
- Elektromagnetische methoden werken op basis van het opwekken van inductiespanning door een veranderend magneetveld. Zo kun je geleidende stoffen in de grond vinden.
- Een grondradar werkt met elektromagnetische straling die door geleidende stoffen in de grond wordt gereflecteerd.

OPDRACHTEN ▸ Basis

37 **Grondwater**

Bij een meting van de soortelijke weerstand van de grond is het van belang hoe hoog het grondwater staat.
Leg uit wat het effect is van de hoogte van het grondwater op de meting van de soortelijke weerstand.

38 **Mars en Venus**

Mars en Venus hebben geen of een heel zwak magneetveld.
Beredeneer wat je hieruit kunt afleiden over de eigenschappen van het inwendige van deze planeten.

39 **Wisselspanning**

Een bepaald type metaaldetector maakt gebruik van wisselspanning.
Leg uit hoe dit werkt.

40 **Koppelen**

Leg bij elk van de volgende onderzoeksvragen uit of een elektrische, magnetische of elektromagnetische meting het meest geschikt is.

a Hoe lopen de oude leidingen in deze wijk? De leidingen kunnen bijvoorbeeld van lood zijn.
b Hoe ver ben ik naar het zuiden gevaren?
c Is dit een ijzerhoudende laag?

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

41 **Kompassen**

Kompassen die in Nederland worden verkocht houden rekening met de inclinatie van het aardmagneetveld. De naald wijst daardoor horizontaal en maakt niet, net als het veld, een hoek van 60° met het aardoppervlak.

a Beredeneer welke aanpassing de fabrikant aan een kompasnaald maakt om dat voor elkaar te krijgen.
b Beredeneer wat er met de kompasnaald gebeurt als je het kompas uit Nederland in bijvoorbeeld Zuid-Afrika gebruikt.

42 Soortelijke weerstand

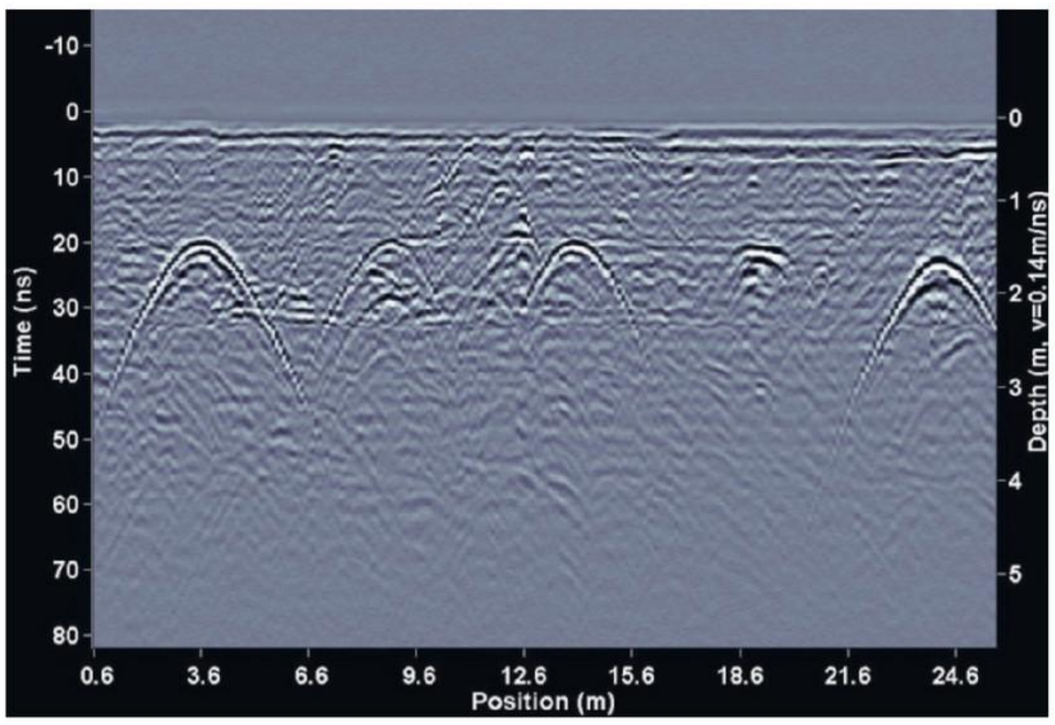
De soortelijke weerstand is een stofeigenschap. Een bodem bestaat nooit uit één stof, maar uit een combinatie van meerdere stoffen: gesteenten, mineralen, organische stoffen, water en daarin opgeloste zouten. Daarom spreek je bij een bodem van een schijnbare soortelijke weerstand.
Schets voor de volgende situaties hoe de schijnbare soortelijke weerstand afhangt van de afstand tussen de elektroden.

a Een laag met een hoge soortelijke weerstand ligt boven een laag met een lage soortelijke weerstand.

b Een laag met een lage soortelijke weerstand ligt boven een laag met een hoge soortelijke weerstand.

43 Grondradar

In figuur 21 zie je een beeld dat met een grondradar is gemaakt.
Leg uit waarom een geleider in de bodem zo'n gebogen vorm laat zien.



figuur 21 Beeld gemaakt met een grondradar: de positie daarvan staat langs de *x*-as.

★ 44 Schijnbare soortelijke weerstand bepalen

Bij het meten van de schijnbare soortelijke weerstand wordt een spanning over de elektroden aangebracht, waardoor een stroom door de bodem gaat lopen.

a Beschrijf de experimentele methode en de berekeningen die je moet uitvoeren om vervolgens de schijnbare soortelijke weerstand te kunnen berekenen.

b Leg uit of de grootte van de stroom die de bodem ingaat van invloed is op de gemeten schijnbare soortelijke weerstand.

AFSLUITING

In dit hoofdstuk heb je geleerd hoe onderzoek wordt gedaan naar aardlagen met behulp van zwaartekrachtmetingen, trillingen en elektrische, magnetische en elektromagnetische methoden. Ook heb je geleerd hoe het transport van warmte binnen de aarde gebeurt. Maak de eindopdrachten en bereid je voor op de toets.

Eindopdrachten

P 45

Gletsjer

Bij onderzoek aan een gletsjer is het belangrijk te weten of onder het ijs water zit, of gesteente. Nauwkeurige zwaartekrachtmetingen kunnen het antwoord geven.

a Op welk verschil tussen water en gesteente is deze onderzoeksmethode gebaseerd?

Door trillingen op te wekken en te bekijken hoe die door het ijs gaan, kun je onderzoeken of er grote scheuren in het ijs zitten.

b Hoe noem je deze onderzoeksmethode? En waarmee vang je de trillingen op?

Op dit moment komt er ongeveer 80 km^3 meer ijs per jaar van de Pine Island-gletsjer in zee dan er door sneeuw op het land bij komt.

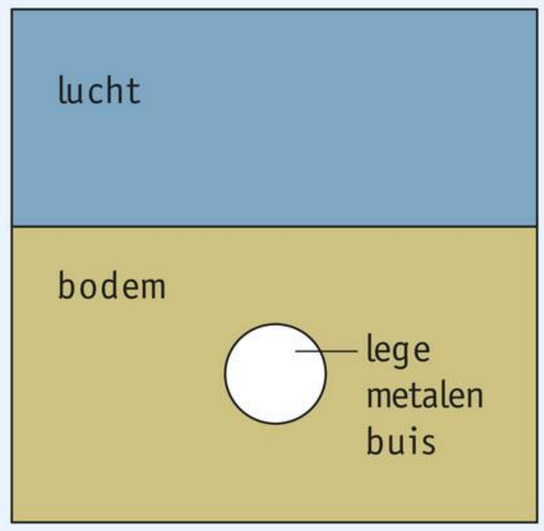
c Bereken hoeveel de zeespiegel daardoor per jaar stijgt. Gebruik hierbij dat 70% van het aardoppervlak bedekt is met water. Neem aan dat de dichtheid van ijs gelijk is aan die van water.

46

Modelberekeningen

Voor het interpreteren van geofysisch onderzoek worden vaak modelberekeningen gebruikt. Op die manier kun je zien hoe een bepaalde opbouw van de bodem in de geofysische metingen tot uiting komt.
In figuur 22 tot en met 25 zie je een aantal geologische profielen (een soort dwarsdoorsneden door de bodem). Het zijn vereenvoudigde profielen die een model kunnen zijn voor echte situaties.
Lees de opdracht bij elk van de vier situaties. Schets bij ieder profiel hoe de gemeten waarden eruit zullen zien als je aan het oppervlak de gevraagde metingen zou doen. Het gaat hier niet om de exacte waarden die je meet, maar om de vorm die een grafiek van een aantal metingen zou hebben.

a Schets in figuur 22 de grafiek van een zwaartekracht-meting boven een lege metalen buis (dus niet gevuld met aarde) die in de bodem is begraven. Neem voor de x-as de scheidslijn tussen lucht en bodem. Laat de grafiek aan de linkerkant van de tekening beginnen en trek de lijn door naar de rechterkant.



figuur 22 Dwarsdoorsnede van de bodem.

Soms liggen twee lagen boven elkaar, waarbij de ene beter elektrische stroom geleidt dan de andere. Die lagen hoeven niet overal even dik te zijn.

b Schets in figuur 23 de grafiek van de gemeten weerstand als je de hele opstelling met twee elektroden verplaatst over dit profiel. De afstand tussen de elektroden blijft gelijk.

c Schets in figuur 23 ook de grafiek van de gemeten weerstand als je de afstand tussen de elektroden telkens vergroot. Eén elektrode blijft aan de linkerkant, terwijl de andere naar rechts schuift.



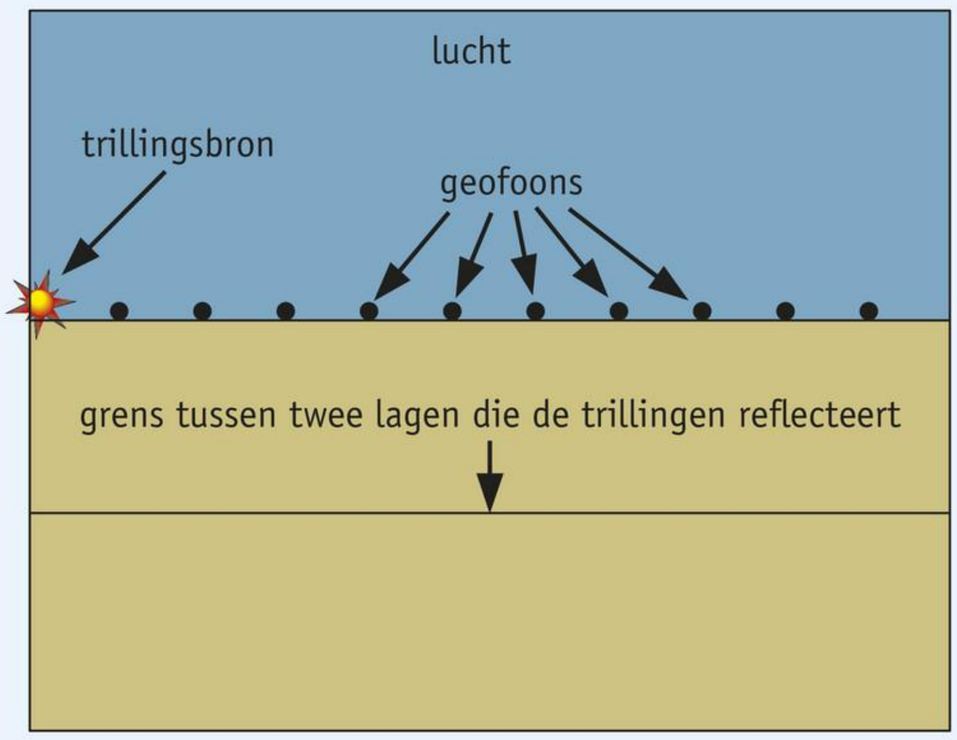
figuur 23 Profiel met twee lagen.

Je kunt ook een model maken van hoe je verwacht dat een seismische meting zal verlopen.

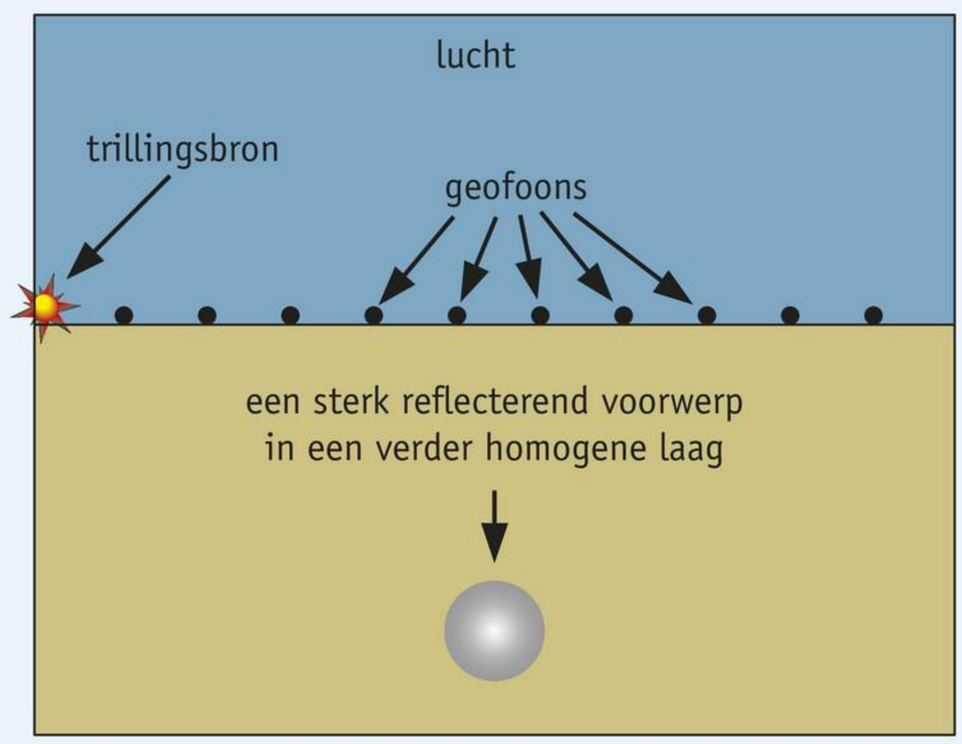
d Teken in figuur 24 de grafiek van de aankomsttijden van de gereflecteerde trillingen bij de verschillende geofoons.

Met seismiek kun je ook zoeken naar andere objecten, niet alleen naar bodemlagen.

e Schets in figuur 25 de grafiek van de aankomsttijden van de gereflecteerde trillingen bij de verschillende geofoons.



figuur 24 Grenslaag die trillingen reflecteert.



figuur 25 Reflecterend object in de grond.

47 Maan

De maan draait in dezelfde tijd om zijn as als de tijdsduur van een rondgang van de maan om de aarde. Daardoor zie je altijd dezelfde kant van de maan. Dit heeft tot gevolg dat een belangrijke reden waarom de valversnelling op het aardoppervlak niet overal even groot is, ontbreekt bij de maan.

a Leg uit welk effect veel minder sterk is. Geef daarbij aan om welke plekken op de aarde en op de maan dit gaat.

Grote inslagkraters op de maan zijn gevuld met gesteente dat vloeibaar is geworden bij die inslag. Daardoor is de valversnelling er groter dan op andere plekken.

b Wat vertelt dit over dit gesteente?

De maan heeft geen vloeibare ijzeren kern, zoals de aarde die wel heeft.

c Leg uit welk groot verschil er bestaat tussen de maan en de aarde wat betreft de verspreiding van P- en S-golven.

De maan bevat ook radioactief materiaal dat warmte produceert, net als de aarde. Toch is het binnenste van de maan veel minder heet dan het binnenste van de aarde.

d Leg uit hoe dat komt.

BEREID JE VOOR OP DE TOETS

BOEK

- ☐ Neem ‘Onthoud’ door.
- ☐ Maak de eindopdrachten.
- ☐ Maak de opdrachten die je lastig vond nog een keer.
- ☐ Bestudeer de voorbeeldopdrachten.

BEREID JE ONLINE VOOR OP DE TOETS

ONLINE

- ☐ Test je begrip met Test jezelf.
- ☐ Oefen de begrippen met Flitskaarten.

STUDEREN



AARD-WETENSCHAPPEN

Als je op internet zoekt naar ‘geofysica studeren’, dan kom je er snel achter dat je dit bij meerdere universiteiten kunt doen en dat de faculteit waar geofysica onder valt ‘Aardwetenschappen’ heet. Soms staat er ‘Technische Aardwetenschappen’, of ‘Future Planet Studies’. In elk geval is de term breder dan alleen geofysica.

Je kunt kiezen voor een breder georiënteerde studie met zowel natuurwetenschappelijke als meer maatschappelijke aspecten of voor een studie die op technisch gebied de diepte ingaat. Aan de Universiteit Utrecht kun je ook een minor doen, dat is een kleiner pakket vakken naast een ander hoofdvak. Tijdens een studie Aardwetenschappen bestudeer je allerlei aspecten van de vaste aarde, oceanen, oppervlakte- en grondwater. Je maakt gebruik van kennis uit de vakken natuurkunde, scheikunde, biologie, aardrijkskunde en wiskunde. Tijdens je studie ga je regelmatig op reis om veldwerk te doen, vaak in het buitenland, En je leert onderzoek doen met behulp van modellen en simulaties.

PRACTICA

ONLINE

Bij dit hoofdstuk horen practica, een onderzoek en een praktische opdracht. Deze staan online.

PRACTICA

De practica kun je zelfstandig uitvoeren of onder begeleiding van je docent.

PRACTICUM 1 Trillingen meten met een versnellingsmeter
Hoe zijn de trillingen in verschillende ondergronden met een versnellingssensor te meten?

PRACTICUM 2 De soortelijke weerstand van de bodem
1 Is de schijnbare soortelijke weerstand van diverse soorten bodems klein genoeg om daar betrouwbare metingen aan te kunnen doen?
2 Zijn er verschillen waarneembaar in de schijnbare soortelijke weerstand tussen verschillende bodemsoorten?

PRACTICUM 3 Het magnetisch veld rondom voorwerpen in de bodem
Welk type voorwerpen kun je opsporen met magnetische en welke met elektromagnetische metingen?

PRACTICUM 4 De werking van een geofoon
Hoe kun je trillingen van de bodem meten met een spoel en een magneet?

PRACTICUM 5 Convectie in een vloeistaat
Hoe ziet convectiestroming eruit: waar is opwaartse stroming, waar neerwaartse stroming en waar is de stroming horizontaal?

ONDERZOEKEN EN ONTWERPEN

OPEN ONDERZOEK Bouw je eigen seismometer
Welke trillingen en/of aardbevingen zijn met een eigengemaakte seismometer te meten?

PRAKTISCHE OPDRACHT

PRAKTISCHE OPDRACHT Schaalmodellen bouwen
Bouw een model van het binnenste van de aarde met de dikte van de aardlagen op schaal. Maak er een uitleg bij die geschikt is voor een leerling van groep 8. Dat kan ook met een schaalmodel van een vulkaan of van een geiser. Daarbij kun je een kookplaatje gebruiken. Denk dan wel na over de veiligheid. Niemand mag zich branden.



13 RELATIVITEIT

KEUZE

DOMEIN: F Quantumwereld en relativiteit ▶ **SUBDOMEIN:** F2 Relativiteitstheorie

De beroemdste formule van Albert Einstein is $E = m \cdot c^2$. Einstein beschreef hiermee hoe de energie van een voorwerp samenhangt met de massa. Ook over ruimte en tijd had hij nieuwe inzichten.

Bij extreem hoge snelheden, zoals die voorkomen in deeltjesversnellers, zie je verschijnselen die je niet kunt verklaren met de wetten van Newton. Dan heb je Einsteins relativiteitstheorie nodig. Daarmee kun je ook begrijpen dat licht geen massa heeft en zich altijd voortbeweegt met de maximumsnelheid die in het heelal bestaat.

In dit hoofdstuk maak je kennis met de relativiteit die al eeuwen geleden werd beschreven door Galileo Galilei, Christiaan Huygens en Isaac Newton. Vervolgens leer je hoe uit de theorie van James Clerk Maxwell en experimenten bleek dat de lichtsnelheid voor elke waarnemer dezelfde waarde heeft. Op basis van deze uitgangspunten stelde Einstein zijn theorie van speciale relativiteit op.



PRAKTIJK

Celia’s langdurige dag | 92

BOEK

THEORIE

Voorkennis | 94

1 De relativiteit van Galilei, Huygens en Newton | 96
2 De lichtsnelheid | 108
3 Tijdrek en lengtekrimp | 116
4 De lorentztransformatie | 126
5 Magnetisme, massa en licht | 134

Afsluiting | 141

MAATSCHAPPIJ

Werken: Atoomklokken | 144

LESSTOF

Alle teksten, voorbeelden en opdrachten staan ook online in MAX.

ONLINE

OEFENEN

- Test jezelf
- Flitskaarten

AANVULLEND

- Practica, onderzoek en praktische opdracht



CELIA'S LANGDURIGE DAG

Celia studeert psychologie en woont met haar broer Eric bij haar ouders. Op een dag in november verandert haar hele leven. Die ochtend heeft Celia last van een lage lichtsnelheid.

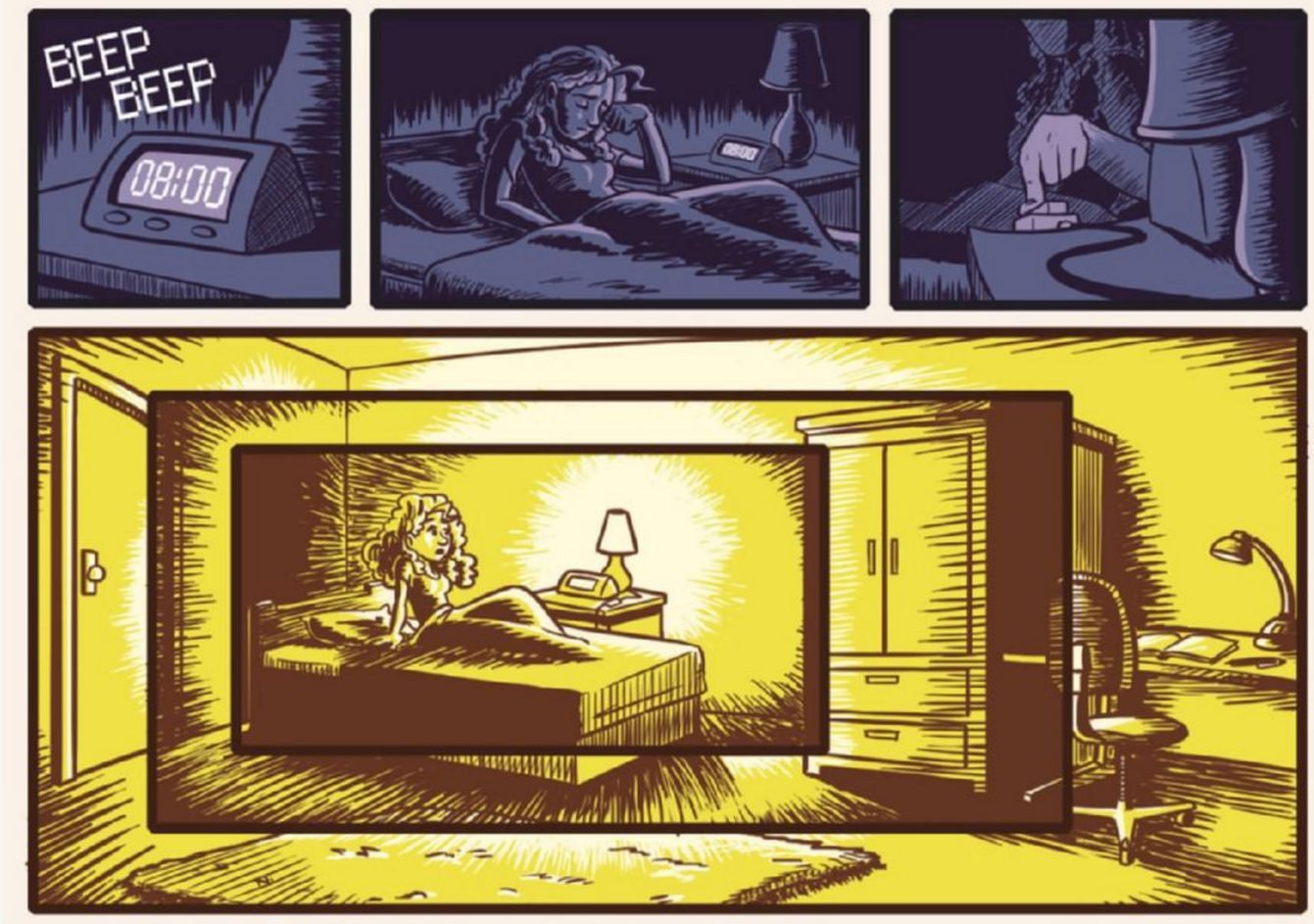
VERWARRENDE TIJD

Celia's wekker gaat om acht uur. Ze rekt zich uit en knipt het licht aan. Het duurt een halve seconde voor ze de lamp ziet. Na ongeveer een seconde ziet ze haar kamer oplichten. Eerst de spullen vlak bij haar, de muur het laatst. Celia is te slaperig om hierover na te denken. Eerst maar douchen en aankleden.
Deze ochtend heeft Celia een belangrijke werkgroep van haar studie.
Voor ze vertrekt kijkt ze of er berichtjes zijn. Celia's vriendje Helios heeft twee appjes gestuurd. Een kwam om tien voor twaalf gisteravond binnen. Het andere om vier uur. Even denkt Celia: raar dat Helios zo vroeg wakker was.
Maar dan ziet ze dat het tweede berichtje precies om middernacht is verstuurd. Vreemd! Maar geen tijd om dit uit te zoeken, ze moet weg. Ze schrikt als ze de klok in de kamer ziet. Hoezo elf uur?
Op haar telefoon is het pas half negen.

EEN VREEMDE FIETSTOCHT

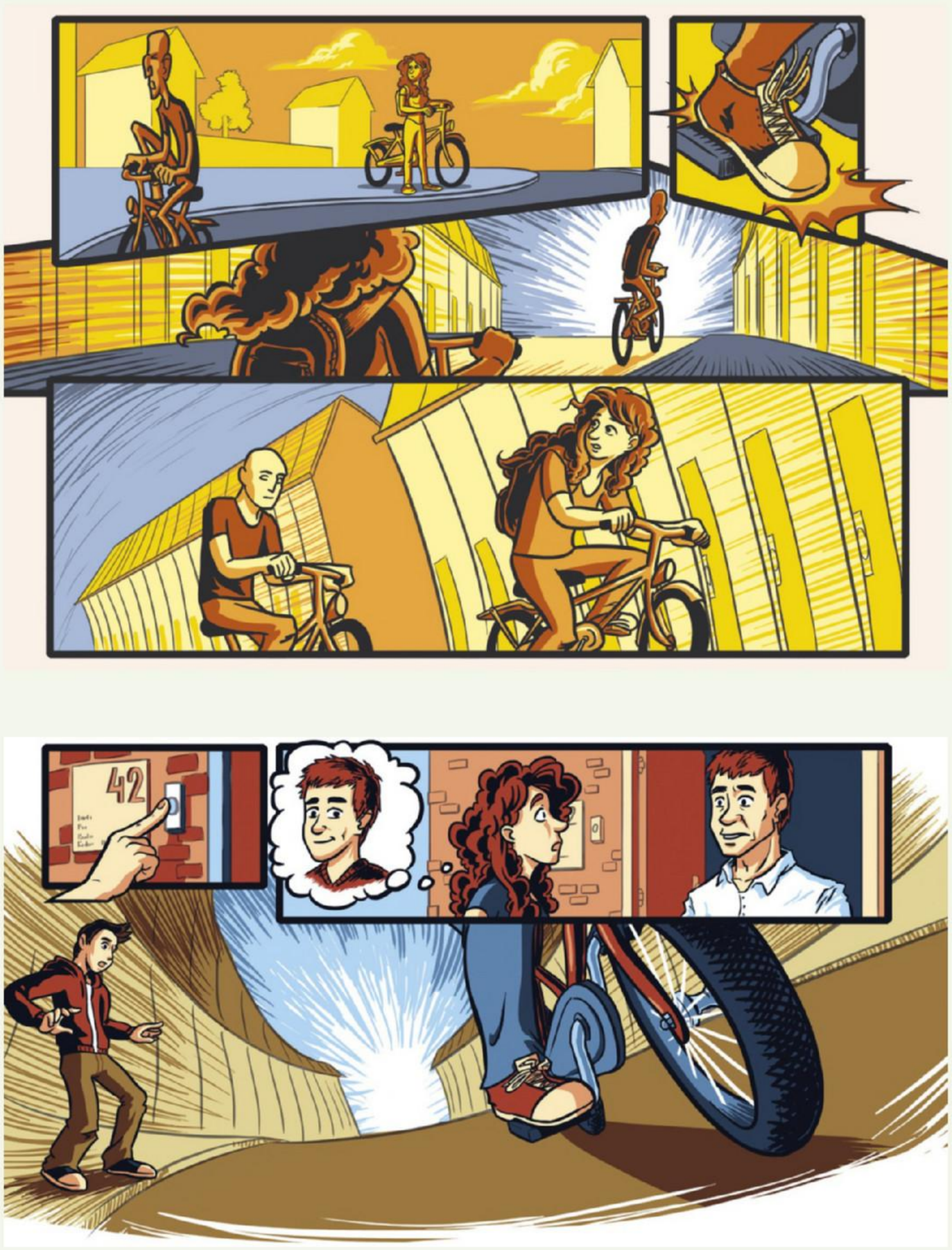
Terwijl Celia haar fiets pakt, ziet ze een erg dunne man opmerkelijk langzaam fietsen. Hij duwt hard op de pedalen, maar versnelt nauwelijks. Hij wordt nog dunner. Celia denkt dat ze hem gemakkelijk kan inhalen, maar ze komt nauwelijks dichterbij. Celia ziet nu dat de man er eigenlijk best normaal uitziet. Niet superdun.
Als ze weer opkijkt, ziet ze dat alle huizen supersmal zijn. De straat is ook veel korter dan ze zich herinnert. De man remt, stapt af en blijkt weer superdun te zijn.
Op haar telefoon is het vijf voor negen. In lichte paniek fietst Celia zo snel ze kan verder over de rechte weg. Een soort prikkende rugwind lijkt wel van de zon te komen, die recht achter haar staat. Dat is mooi, ze gaat daardoor iets sneller. De steeds smallere gebouwen flitsen voorbij. Ze herkent niets. Dit is zorgwekkend. Waar is ze?
Ze is verdwaald. Is ze te ver gefietst, de faculteit voorbijgereden? Ze keert om en fietst steeds sneller terug. Hier was ze net ook.

Maar ze ziet een groot scherm dat er eerder nog niet was. Daarop verschijnen nieuwsberichten: ‘Vanaf aanstaande maandag 1 januari 2035 benzineauto’s verboden …’, ‘Cody Gakpo speelt afscheidswedstrijd …’, ‘President Malia Obama op bezoek in Frankrijk’.
Gelukkig kan Celia de rechte weg terug naar huis vinden. Er zijn heel wat nieuwe gebouwen, waardoor ze haar eigen straat eerst voorbijrijdt en weer moet omdraaien. Maar ze vindt het. Als haar telefoon elf uur aangeeft, is ze thuis.



THUIS ZIJN ZE VERDER

Haar broer Eric doet open. Een knappe veertiger, niet de tiener die ze kent. Maar hij is het onmiskenbaar. Eric is helemaal van slag. “Na al die jaren … ongelooflijk, je bent geen spat veranderd.”
Ze hadden het nooit begrepen. Helios had haar zien langs flitsen die ochtend, tientallen jaren geleden. Harder en harder wegfietsend. Toen ze maar niet terugkwam, was Helios zich gaan verdiepen in hoge snelheden. Toen hij bleef volhouden dat zijn vriendin ‘een lage lichtsnelheid om zich heen had’ had niemand hem willen geloven.
Celia loopt dertig jaar uit de pas met haar omgeving. Eric concludeert: “Voor onze ouders in de verzorgingsflat is het ‘eind goed, al goed’. Maar Helios zal je in leeftijd alleen maar kunnen inhalen door om zich heen een lage lichtsnelheid te creëren. Jullie kunnen dus nog wel samen oud worden. Je moet er wel dertig jaar op wachten, Celia.”



▶ **Aansluitende opdrachten bij CELIA’S LANGDURIGE DAG: 12, 27 en 45.**

V VOORKENNIS

In de vorige leerjaren heb je al een aantal dingen geleerd over bewegingen en over lopende golven, inclusief elektromagnetische golven. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Neem voordat je aan dit keuzeonderwerp begint eerst hoofdstuk 1 Bewegingen beschrijven, hoofdstuk 3 Energieomzettingen, hoofdstuk 5 Trillingen en golven en hoofdstuk 6 Elektrische en magnetische velden door.
Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Leerdoelen

1 Je kunt berekeningen maken aan eenparige rechtlijnige bewegingen.
2 Je kunt berekeningen maken met de wet van arbeid en energie.
3 Je kunt een eenparige rechtlijnige beweging herkennen.
4 Je kunt uit een (x,t)-diagram de gemiddelde snelheid en de snelheid op een bepaald moment bepalen.
5 Je kunt berekeningen maken met het verband tussen golflengte, frequentie en voortplantingssnelheid.
6 Je kunt de richting van de lorentzkracht op een geladen deeltje bepalen.

1 **Leerdoel 1**

Saman fietst met een snelheid van 12,3 km h^{-1}. Op een afstand van 200 m achter hem fietst Willemijn met een snelheid van 14,1 km h^{-1}.
Bereken na hoeveel tijd Willemijn Saman inhaalt.

Willemijn haalt Saman in na ..... s.

2 **Leerdoel 1**

Bij grote afstanden kun je de eenheid *lichtjaar* gebruiken.
Reken een afstand van 1,000 lichtjaar om in meter. Ga uit van een jaar met gemiddeld 365,25 dagen.
Een afstand van 1,000 lichtjaar is gelijk aan

..... m.

3 **Leerdoel 2**

Je fietst met een snelheid van 20 km h^{-1} op een rood stoplicht af. Je remt over een afstand van 200 m af tot een snelheid van 10 km h^{-1} als het stoplicht weer op groen springt. De massa van jou en je fiets is 80 kg.
Bereken met behulp van de wet van arbeid en energie de gemiddelde remkracht.

De gemiddelde remkracht is ..... N.

4 **Leerdoel 3**

Een eenparige rechtlijnige beweging heeft een aantal eigenschappen die je terugziet in formules en in grafieken.
Vul de juiste woorden of symbolen in op de opengelaten plekken.

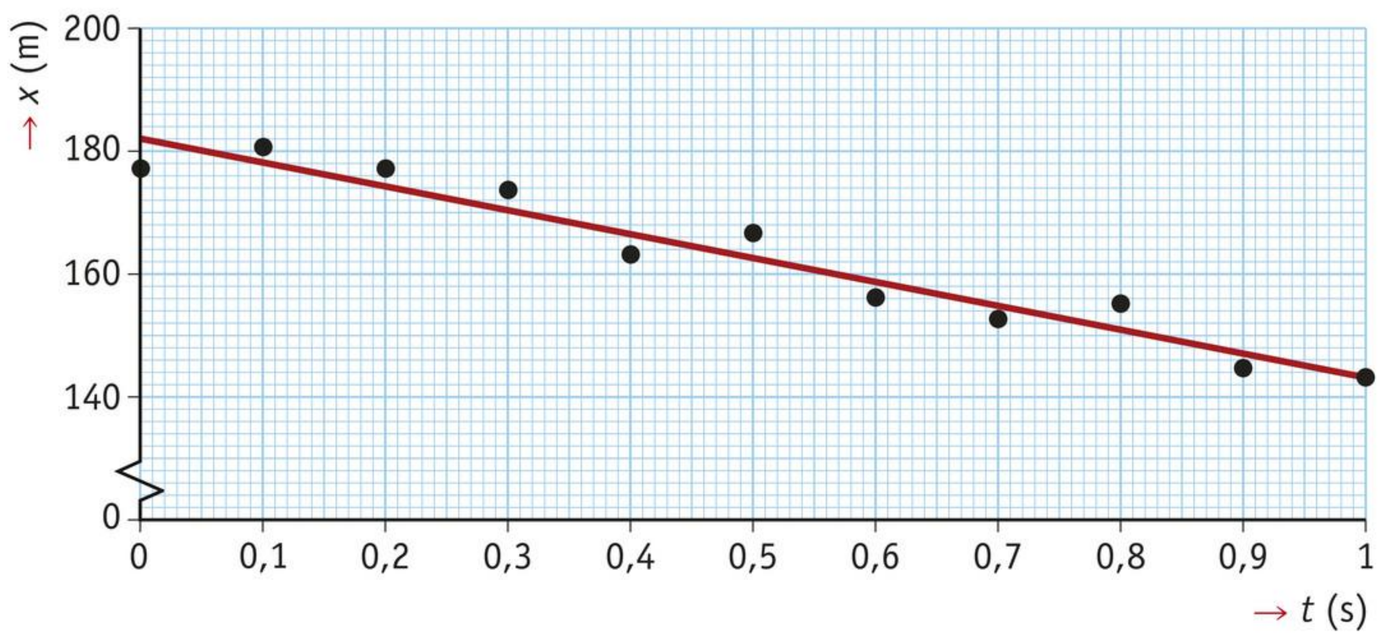
Bij een eenparige rechtlijnige beweging is de snelheid ..... . Als het beginpunt de oorsprong is, geldt de formule $s =$ ..... $\cdot t$. Als je in een diagram s uitzet tegen t, dan staat de afgelegde weg langs de ..... as en de tijd langs de ..... as.

Je krijgt een ..... lijn door de oorsprong. Bij een grotere snelheid is de lijn ..... .

5 **Leerdoel 4**

Het (x,t)-diagram in figuur 1 geeft meetwaarden van een lasergun weer. Ze horen bij de beweging van een auto.
Bepaal uit het diagram de snelheid van de auto in km h^{-1}.

De snelheid van de auto is ..... km h^{-1}.



figuur 1 (x,t)-diagram van meetwaarden van een lasergun.

6 **Leerdoel 5**

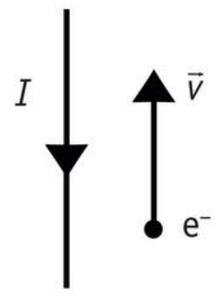
Voor golven geldt het algemene verband $v = f \cdot \lambda$. Licht is een elektromagnetische golf.
Bereken de frequentie van licht met een golflengte van $6{\cdot}10^2$ nm.

De frequentie van licht is ..... Hz.

7 **Leerdoel 6**

In figuur 2 zie je links een draad waar een elektrische stroom doorheen loopt. Rond de draad heerst een magnetisch veld. Rechts van de draad beweegt een elektron met constante snelheid omhoog.
Voer de volgende opdrachten uit:

- Teken in figuur 2 de richting van het magneetveld van de draad ter plaatse van het elektron.
- Teken in figuur 2 de richting van de lorentzkracht op het elektron.



figuur 2 Links een stroomdraad waarin de stroom omlaag loopt. Rechts een bewegend elektron.

1 DE RELATIVITEIT VAN GALILEI, HUYGENS EN NEWTON

Leerdoelen

K3.1.1 Je kunt uitleggen dat plaats en snelheid in de klassieke mechanica verschillend zijn voor verschillende waarnemers.

K3.1.2 Je kunt uitleggen wat het relativiteitsbeginsel inhoudt en hoe het een rol speelt in de klassieke mechanica.

K3.1.3 Je kunt in een ruimtetijddiagram een beweging tekenen, gezien vanuit het referentiestelsel van verschillende waarnemers, en coördinaten van gebeurtenissen aflezen.

K3.1.4 Je kunt via een galileitransformatie plaats en tijd omzetten van het ene naar het andere referentiestelsel.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN			
	K3.1.1	K3.1.2	K3.1.3	K3.1.4
Onthouden				
Begrijpen	1a, 5a	1b, 3		2b
Toepassen	2a, 9a, 10a	6b, 9bc	4, 5b, 7abcdef, 8	5c, 6acde, 7g, 10bc
Analyseren	10d	6f		

Albert Einstein (1879–1955) zag in dat Isaac Newtons (1643–1727) beschrijving van bewegingen niet helemaal klopte. Hij bouwde in 1905 zijn nieuwe theorie op basis van twee uitgangspunten. Een daarvan was het 'relativiteitsbeginsel'. Dat was toen al eeuwenoud.

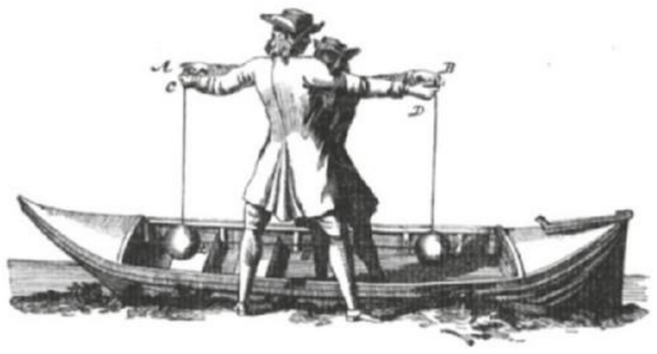
RELATIVITEIT VAN PLAATS EN VAN SNELHEID

Je loopt van je zitplaats in de trein naar de wc en even later weer terug. Ben je nu op dezelfde positie teruggekomen? Het antwoord op deze vraag hangt af van hoe je jouw positie bepaalt. Ja, je zit weer op dezelfde zitplaats. Of nee, je bent niet meer in Vleuten, maar in Utrecht. Ook het antwoord op de vraag hoe snel je gaat hangt af van hoe je jouw positie definieert. Zittend op je zitplaats is je snelheid 0 km h^{-1}. Maar de trein gaat $1{,}4 \cdot 10^2$ km h^{-1} ten opzichte van de grond en jij beweegt mee. De aarde beweegt rond de zon, dus je gaat nog veel sneller. Het is maar hoe je het bekijkt.
Als de trein met constante snelheid, perfect in een rechte lijn beweegt, voel je niet dat je beweegt. Je kunt ook niet onderzoeken of jouw trein met constante snelheid beweegt door iets te laten vallen. Dat voorwerp valt hoe dan ook vlak voor je voeten op de grond. Alleen door naar buiten te kijken kun je merken dat je daadwerkelijk beweegt. Eeuwen geleden begreep Galileo Galilei (1564–1642) al dat je binnen in een schip niet kunt ontdekken of je met constante snelheid beweegt of stilstaat (figuur 1).

figuur 1 Tekst van Galileo Galilei.

> "Observeer in het stilliggende schip nauwgezet hoe de beestjes met dezelfde snelheid naar alle kanten van het ruim vliegen, [...], hoe je in alle richtingen even ver kunt springen met beide voeten bij elkaar, [...]. Als je dit allemaal nauwgezet hebt geobserveerd, laat het schip dan voortbewegen met elke snelheid die je maar wilt, zolang de beweging maar gelijkmatig is, zonder schommelingen. Je zult geen enkel verschil ontdekken bij al die effecten en je kunt uit geen van de proeven opmaken of het schip stilligt of beweegt."

Galileo Galilei en Christiaan Huygens (1629–1695) hebben deze observaties centraal gesteld in de theorie van bewegingen. Er bestaat geen absolute snelheid. Je kunt alleen zeggen dat iets een snelheid heeft *ten opzichte van iets anders*. Of in de woorden van Huygens: "De onderlinge beweging van voorwerpen is in alle opzichten relatief" (figuur 2).
Dit 'principe' heeft consequenties voor de manier waarop twee waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen natuurverschijnselen beschrijven. Omdat je absolute snelheid niet *kunt* opmerken, *mag* de beschrijving van bewegingen niet afhankelijk zijn van de snelheid waarmee de waarnemer beweegt. Je noemt dit het **relativiteitsbeginsel**, ook wel galilei-invariantie.
Invariant betekent dat er iets niet verandert, in dit geval de vergelijkingen die bewegingen beschrijven. Dit beginsel is in de klassieke mechanica ingebouwd en het blijft overeind in de beschrijving die Einstein later van bewegingen geeft.



figuur 2 Waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen, komen veel voor in Huygens' werk: hier geeft de man in de varende boot twee slingers over aan de man op de kant.

DE VERSNELLING IS ABSOLUUT

In een hogesnelheidstrein die op een recht stuk met constante snelheid rijdt merk je niet dat je beweegt. Er is, zoals eerder gezegd, niet zoiets als een absolute snelheid die je met de ramen afgeplakt zou kunnen bepalen. Een verandering van beweging, een versnelling, die voel je wel (figuur 3). Je voelt de leuning in je rug duwen als de trein afremt of versnelt, je wordt zeeziek van schommelingen en kermisattracties zijn gebaseerd op snelle veranderingen in de grootte of de richting van de snelheid.



figuur 3 In een achtbaan merk je dat versnelling absoluut waarneembaar is.

SNELHEID EN DE WETTEN VAN NEWTON

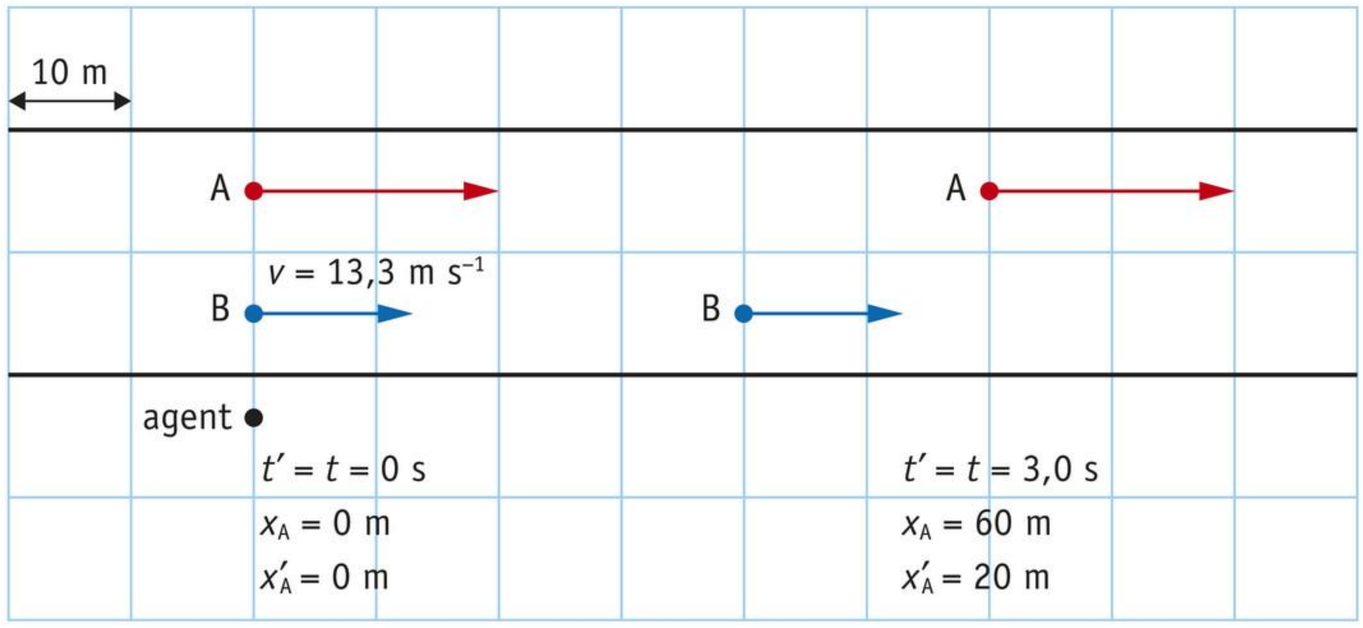
In de wetten van Newton wordt nergens een uitspraak gedaan over de waarde van de plaatscoördinaat of de waarde van de snelheid van het systeem.
De eerste wet van Newton zegt: "Ieder voorwerp blijft in de toestand van rust of rechtlijnige eenparige beweging, behalve voor zover het door de invloed van krachten wordt gedwongen, die toestand te wijzigen."

Stel je ziet zo'n voorwerp met constante snelheid bewegen. Je klasgenoot die weer met een constante snelheid ten opzichte van jou beweegt, zal een andere snelheid toekennen aan dat voorwerp. Maar dat doet er niet toe. Jullie zien allebei dat de snelheid van het voorwerp niet verandert en daar gaat de eerste wet van Newton over. De *grootte* van de snelheid van het voorwerp is niet belangrijk. Dit betekent in het bijzonder dat je altijd een waarnemer mag kiezen die ziet dat het voorwerp stilstaat. Die waarnemer beweegt dus met dezelfde constante snelheid en in dezelfde richting als het voorwerp. Een *constante* snelheid van een voorwerp is daarom in essentie hetzelfde als *geen* snelheid.
De tweede wet van Newton luidt: $F_{res} = m \cdot a$. Hier staat alleen iets over de verandering van de snelheid, niet over de snelheid zelf, want $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Als je bij de begin- en eindsnelheid dezelfde constante snelheid optelt, verandert er niets aan Δv en dus niets in de tweede wet van Newton.
De derde wet van Newton gaat over voorwerpen die krachten op elkaar uitoefenen: bijvoorbeeld twee biljartballen die met elkaar botsen. De kracht die bal A op bal B uitoefent, is gelijk, maar tegengesteld aan de kracht die bal B op A uitoefent. Dat heeft gevolgen voor de versnellingen van de twee biljartballen. En omdat die versnellingen afhangen van de verandering van de snelheid, zullen twee waarnemers die met constante snelheid ten opzichte van elkaar bewegen dezelfde versnellingen meten. De derde wet geldt dus voor beide biljartballen en alle andere voorwerpen.

MEETGEGEVENS VOOR ELKAAR VERTALEN

Het komt vaak voor dat twee personen die ten opzichte van elkaar bewegen, allebei naar hetzelfde kijken. Als zij willen bespreken wat ze zagen, is het nodig dat ze aan elkaar kunnen uitleggen welke positie, snelheid en tijd ze hebben gemeten en wat die waarden vanuit het oogpunt van de ander betekenen.
Je zegt dan dat elke waarnemer een eigen **referentiestelsel** heeft. Dat wil zeggen dat ieder een eigen afspraak heeft over de plek ten opzichte waarvan posities worden gemeten en over de klok die wordt gebruikt. De referentiestelsels die je in dit hoofdstuk gebruikt zijn **inertiaalstelsels**. Dat zijn stelsels waarin voorwerpen met constante snelheid bewegen als er geen kracht op ze werkt. Hieruit volgt dat verschillende inertiaalstelsels met constante snelheid ten opzichte van elkaar bewegen in een rechte lijn. Het woord 'inert' komt uit het Latijn en betekent werkeloos, traag of inactief.

Bekijk het voorbeeld in figuur 4. Een Audi (A) rijdt snel op de linkerbaan en haalt een Bentley (B) in die op de rechterbaan rijdt. Langs de kant van de weg staat een politieagent precies op die positie waar de ene auto de andere passeert. Vanuit de agent gezien gaat de Bentley met snelheid $v = 13{,}3\ \text{m s}^{-1}$. Op dat moment starten de agent en de Bentley-bijrijder hun stopwatch.



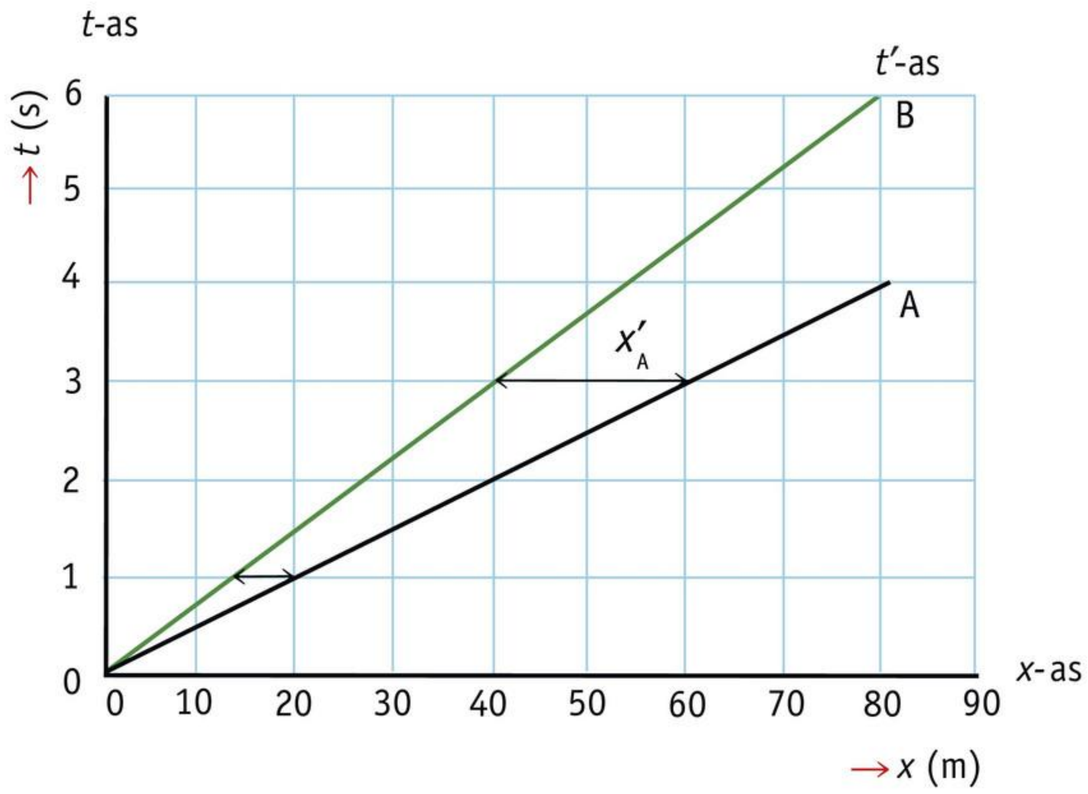
figuur 4 Bovenaanzicht van de weg waarop een Audi een Bentley inhaalt.

De tijd die de agent afleest op zijn stopwatch noem hij t, de positie van de Audi x_A. Dit is de afstand tussen hem en die auto, gemeten in de richting langs de weg. Op het moment van passeren meet de agent dus $t = 0$ s en $x_A = 0$ m.
In de Bentley drukt de bijrijder op hetzelfde moment een stopwatch in. De bijrijder noemt de afstand die hij zelf meet tot de Audi x'_A en de tijd die hij meet t'. Op het moment dat de Bentley langs de agent rijdt, meet de bijrijder dus $t' = 0$ s en $x'_A = 0$ m. De afstand van de snelle Audi ten opzichte van de Bentley-bijrijder neemt minder snel toe dan de afstand ten opzichte van de agent, omdat de bijrijder in dezelfde richting rijdt. Na 3,0 s meet de agent een positie van $x_A = 60$ m en de bijrijder een positie van $x'_A = 20$ m (zie figuur 4).
Op de volgende manier volgt wat de Bentley-bijrijder waarneemt uit wat de agent waarneemt:

$$x'_A = x_A - v \cdot t$$
$$t' = t$$

Dit is een **galileitransformatie**. Deze transformatie is de vertaling van de gemeten positie, tijd en snelheid die de agent meet naar de gegevens die de bijrijder in de Bentley meet. Merk op dat ze het eens zijn over hoe laat het is en hoelang iets duurt. Je kunt het doorgeven van gegevens van de ene waarnemer aan de andere altijd op deze manier aanpakken, ook voor grote snelheden.

In een diagram ziet dat eruit als in figuur 5. Het is een beetje wennen dat alles andersom staat vergeleken met de (x,t)-diagrammen die je gebruikt in de klassieke mechanica. Dat is alleen een kwestie van gewoonte binnen dit vakgebied: de relativiteitstheorie. De tijd staat nu verticaal en de plaats horizontaal. Een dergelijk diagram noem je een **ruimtetijddiagram**. Doordat de assen zijn omgewisseld, stelt een steilere lijn een lagere snelheid voor. De steilste lijn hoort dus bij de Bentley en de minder steile lijn bij de snellere Audi.



figuur 5 Twee referentiestelsels.

Het rechthoekige assenstelsel waar 'x-as' en 't-as' bij staat, geeft de coördinaten weer die de agent gebruikt. Op de hele t-as is x gelijk aan 0. Zoals je bij wiskunde gewend bent, komt de waarde van x van een bepaalde gebeurtenis, overeen met de afstand vanaf de t-as. En net zo komt de waarde van t overeen met de afstand vanaf de x-as.
De bijrijder in de Bentley meet afstanden vanaf zichzelf. Zijn eigen positie op de stoel in de Bentley verandert niet. Hij noemt deze eigen positie voortdurend '0'. De groene lijn waarop zijn positie '0' is noem je daarom de t'-as van de Bentley-bijrijder. In ruimtetijddiagrammen noem je zo'n lijn de **wereldlijn** van het betreffende voorwerp.
Volgens de waarneming van de Bentley-bijrijder is de positie van de Audi na 3 s gelijk aan $x'_A = 20$ m. Omdat hij posities vanaf zijn eigen positie meet, is x'_A in figuur 5 weergegeven als een horizontale lijn vanaf de t'-as bij $t = 3$ s.

Voorbeeldopdracht 1

In figuur 4 zie je hoe vanuit een agent gezien een Audi en een Bentley op een weg voorbijrijden. Figuur 5 geeft het bijbehorende ruimtetijddiagram.

a Geef de galileitransformatie voor de coördinaten zoals waargenomen door de Bentley-bijrijder in termen van de coördinaten van de agent.

b Geef, omgekeerd, de galileitransformatie voor de coördinaten zoals waargenomen door de agent in termen van de coördinaten van de Bentley-bijrijder.

c Teken het ruimtetijddiagram gezien vanuit de Bentley-bijrijder voor $t = 0$ tot en met $t = 6$ s.

Uitwerking

a De galileitransformaties zijn in de theorie gegeven, vul voor v de snelheid van de Bentley in zoals gemeten door de agent:

$x'_A = x_A - 13{,}3 \cdot t$

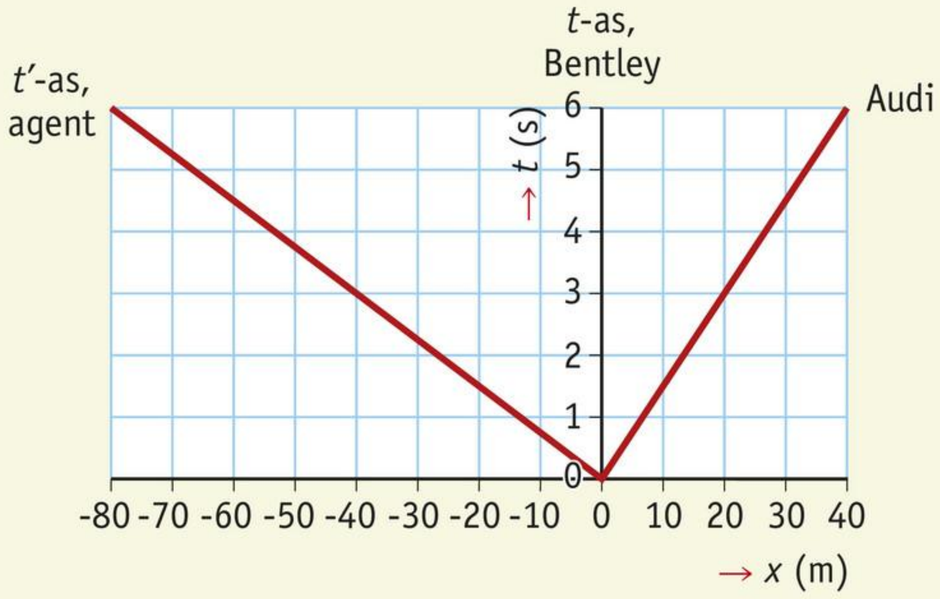
$t' = t$

b Schrijf de galileitransformaties van opdracht a om naar de coördinaten van de agent:

$x_A = x'_A + 13{,}3 \cdot t$

$t = t'$

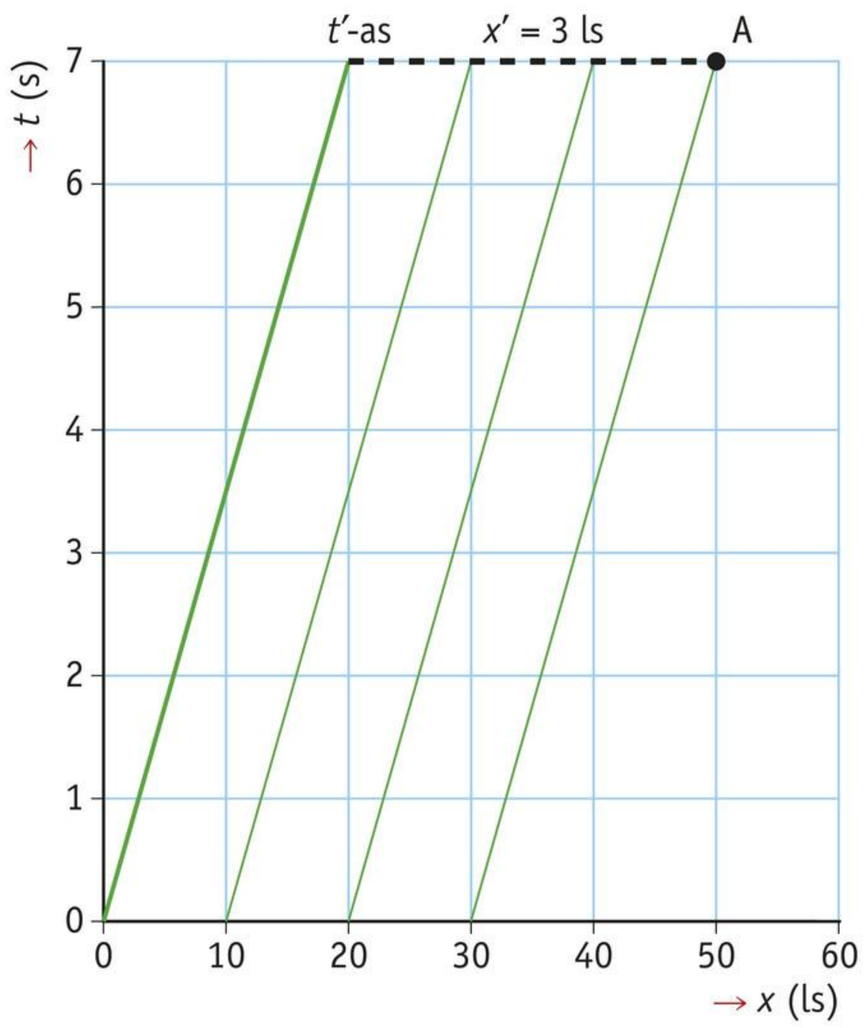
c Bedenk dat vanuit de Bentley gezien de agent naar de negatieve x-richting beweegt (achteruit) en de Audi naar de positieve x-richting (vooruit). Zie figuur 6.



figuur 6 Ruimtetijddiagram gezien vanuit de Bentley.

In het ruimtetijddiagram van figuur 7 hoort de t'-as bij een waarnemer die met een snelheid van $\frac{2}{7}$ van de lichtsnelheid beweegt ten opzichte van de waarnemer die de t-as gebruikt. Om zo'n grote snelheid weer te kunnen geven in een ruimtetijddiagram gebruik je in dit hoofdstuk de afstand uitgedrukt in lichtseconde (ls); dat is de afstand die het licht aflegt in één seconde. De schaal van de afstand langs de horizontale as is dus heel groot.

In figuur 7 is het punt A rechtsboven volgens iemand die vanaf de t-as en de x-as meet vijf eenheden naar rechts en zeven eenheden naar boven. Dus $x = 5$ ls op tijdstip $t = 7$ s. De tweede waarnemer, die ten opzichte van de eerste met snelheid $\frac{2}{7}$ beweegt, bevindt zich op elk moment op de bij dat tijdstip horende posities op de t'-as. Hij meet afstanden ten opzichte van zichzelf, dus hij meet de afstand naar rechts vanaf de groene as. Volgens hem is punt A na zeven tijdseenheden drie eenheden ver weg. Dat is minder ver dan de eerste waarnemer meet, precies zoals de formule van de galileitransformatie zegt. Voor de tweede waarnemer geldt $x' = 3$ ls op $t' = 7$ s. De schuine lijnen geven aan wat de tweede waarnemer beschouwt als $x' = 1$ ls; $x' = 2$ ls, enzovoort.



figuur 7 Het tweede referentiestelsel beweegt met $\frac{2}{7}$ van de lichtsnelheid ten opzichte van het eerste.

Onthoud

- Plaats en snelheid zijn niet absoluut en kun je alleen bepalen ten opzichte van iets anders.
- In de klassieke mechanica is het relativiteitsbeginsel ingebouwd: natuurwetten veranderen niet als je bij alle snelheden een constante waarde optelt. Dit heet galilei-invariantie.
- Waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen met een constante snelheid, hebben elk hun eigen referentiestelsel en vertalen de metingen die ze doen voor elkaar via een galileitransformatie.
- De plaats van waarnemers geef je weer in een ruimtetijddiagram, waarbij de tijd verticaal staat uitgezet tegen de plaats horizontaal.
- De galileitransformatie luidt: $x'_A = x_A - v \cdot t$ en $t' = t$

OPDRACHTEN ▸ Basis

1 Relatieve hoogte

Je houdt een pen op 10 cm hoogte boven een tafel die 90 cm hoog is. De tafel bevindt zich op de derde verdieping, waarvan de vloer zich op 8,0 m boven de grond bevindt.

a Leg uit dat je met evenveel recht de waarden 0,10 m, 1,00 m of 9,0 m voor de hoogte mag invullen.

b Leg met behulp van de formules voor de kinetische en zwaarte-energie van de pen uit dat de hoogte niet uitmaakt voor de berekening van de snelheid waarmee de pen de tafel zal raken als je hem loslaat.

2 Dichterbij komen

Maxine rijdt met een snelheid van 126 km h^{-1} op een Duitse snelweg. Op $t = 0$ rijdt Josie 500 m achter haar met een snelheid van 180 km h^{-1}.

a Met welke snelheid ziet Maxine Josie dichterbij komen in haar binnenspiegel? Geef je antwoord in m s^{-1}.

b Leg uit dat Josie de positie van Maxine als functie van de tijd kan beschrijven als: $x' = 500 - 15 \cdot t$

3 Afstand tot het middelpunt

Een satelliet wordt vlak bij het aardoppervlak sterker aangetrokken dan op $36 \cdot 10^3$ km hoogte. De aantrekkingskracht tussen de satelliet en de aarde wordt gegeven door de gravitatiewet van Newton: $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$
Hierin is r de afstand tussen het massamiddelpunt van de aarde en de satelliet.
Leg uit dat de gravitatiewet van Newton niet afhangt van de positie van het systeem satelliet-aarde in het heelal.

4 Tekenen

In de relativiteitstheorie is het gebruikelijk bewegingen in een ruimtetijddiagram weer te geven.

a Teken een ruimtetijddiagram met daarin de weergave van een stilstaande massa.

b Teken een ruimtetijddiagram met daarin de weergave van een massa die met constante, positieve snelheid beweegt.

c Teken een ruimtetijddiagram met daarin de weergave van een massa die vanuit stilstand met constante, positieve versnelling versnelt.

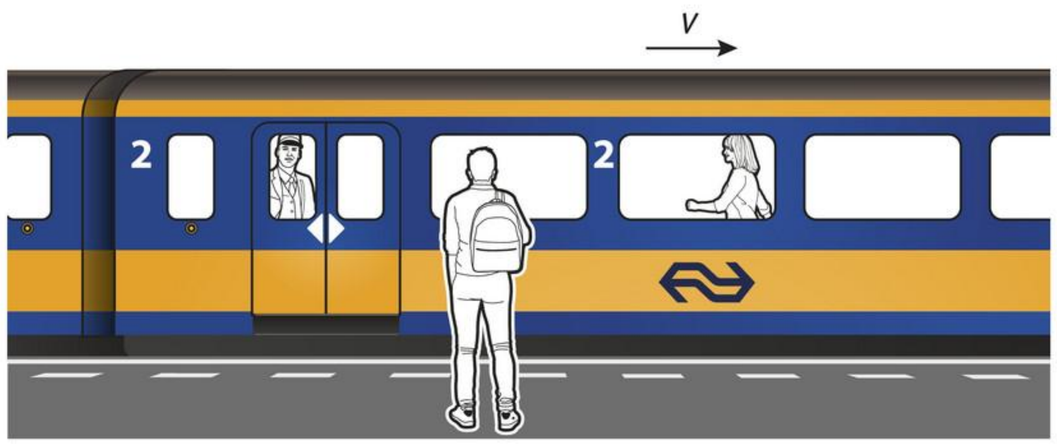
5 Wandeling in de trein

Je staat op het perron van een station. Een trein rijdt met een constante snelheid 4 m s^{-1} van links naar rechts. In de trein zie je een conducteur bij de deuren staan. Een passagier loopt met een constante snelheid van 1 m s^{-1} naar links in de richting van de conducteur (figuur 8). Stel je voor dat jij en de conducteur de volgende grootheden van deze lopende passagier meten: plaats, snelheid, versnelling, kinetische energie.

a Leg uit voor welke van deze grootheden jullie andere waarden meten.

b Teken het ruimtetijddiagram zoals jij de situatie waarneemt. Op $t = 0$ komt de conducteur bij jou langs en is de passagier nog 10 m verwijderd van de conducteur.

c Geef de galileitransformatie om de coördinaten van de passagier, x_p en t_p, gemeten door jou, om te rekenen naar die gemeten door de conducteur, x'_p en t'_p.



figuur 8 Een trein rijdt langs het perron.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

6 Inhaalmanoeuvre

Twee auto's met elk een massa $m = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg rijden met een snelheid van 90,0 km h^{-1} naast elkaar op de snelweg. Op $t = 0$ begint de auto op de linkerbaan eenparig te versnellen tot 108 km h^{-1}. De snelheid neemt dus toe van 25,0 m s^{-1} tot 30,0 m s^{-1}. Dit duurt 10,0 s. Dit proces wordt waargenomen door agent A die langs de kant van de weg staat en door bijrijder B die in de langzame auto zit.

a Controleer met een berekening dat beide waarnemers weliswaar verschillende begin- en eindsnelheden rapporteren voor de versnellende auto, maar wel dezelfde versnelling.

b Leg uit of de twee waarnemers met de tweede wet van Newton op eenzelfde resulterende kracht uitkomen.

c Bereken de arbeid die wordt verricht door de motor van de versnellende auto volgens waarnemer A langs de kant.

d Bereken de verandering van de kinetische energie die dezelfde waarnemer zal berekenen uit de begin- en de eindsnelheid.

e Ga met een berekening na dat waarnemer B in de langzame auto andere waarden zal vinden voor de arbeid verricht door de motor van de versnellende auto en voor de verandering van de kinetische energie.

f Leg uit of uit je berekeningen volgt dat de wet van arbeid en kinetische energie ($\Sigma W = \Delta E_k$) geldig is in de beschrijving van zowel waarnemer A als waarnemer B.

7 Lengte

In het diagram van figuur 9 zie je een balk die de positie van een voorwerp voorstelt. Waarnemer A gebruikt het (x,t)-stelsel, waarnemer B het (x',t')-stelsel.

a Bepaal de positie van het begin- en het eindpunt van het voorwerp volgens waarnemer A.

b Bereken de lengte van het voorwerp, gemeten door waarnemer A.

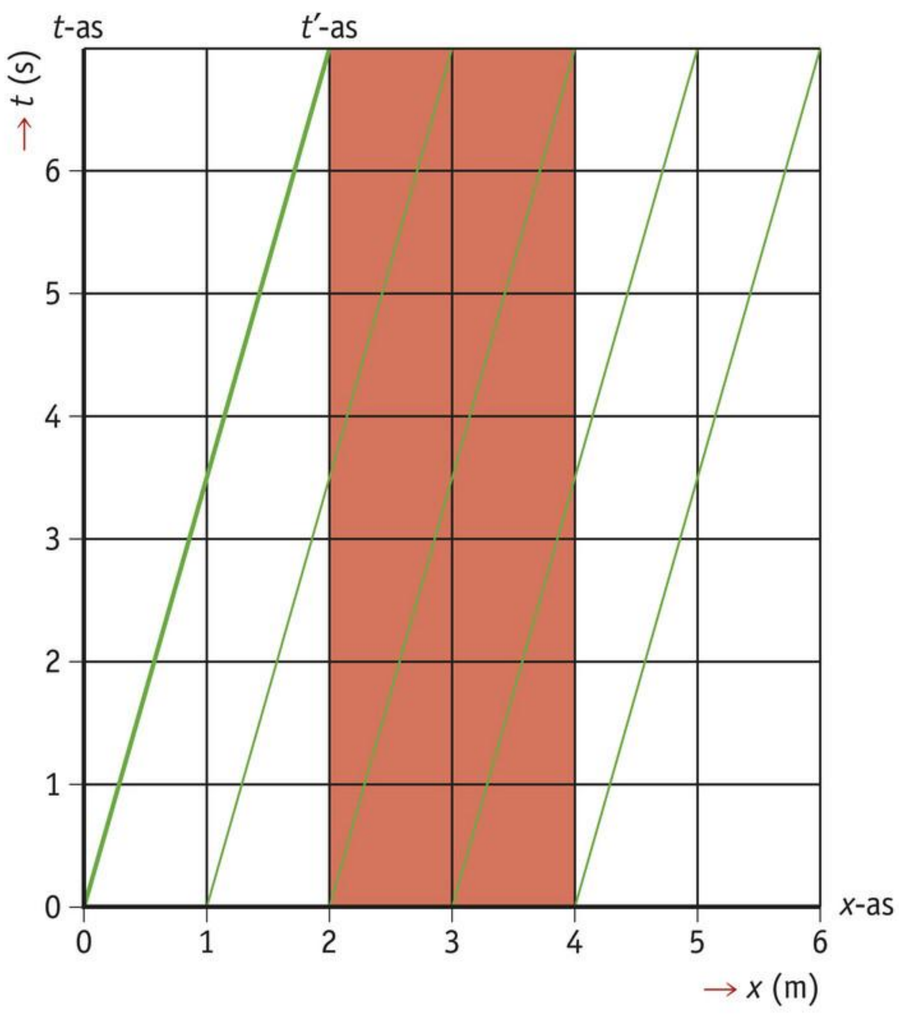
c Bepaal het begin- en het eindpunt op $t = 0$ volgens waarnemer B.

d Bepaal de posities van die punten na 1 s volgens waarnemer B.

e Bepaal de posities van die punten na 3 s volgens waarnemer B.

f Bereken de lengte van het voorwerp op die tijdstippen volgens waarnemer B.

g Leg uit dat beide waarnemers niet alleen volgens het diagram, maar ook volgens de formules van de galileitransformatie dezelfde lengte meten.



figuur 9 Ruimtetijddiagram volgens Galilei van een voorwerp dat stilstaat op de grond.

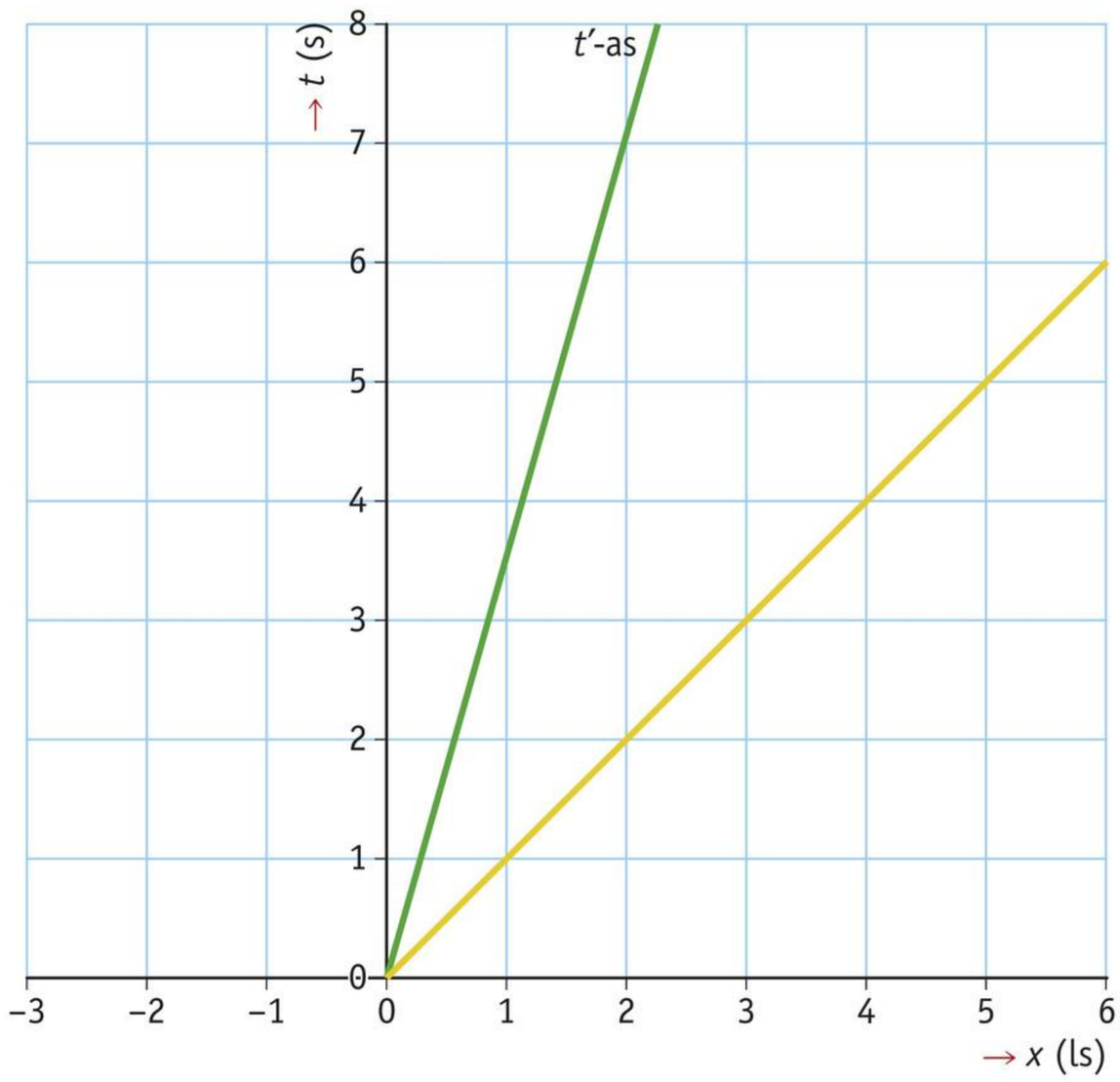
8 Lichtstraal

Bekijk figuur 10. Stel dat de eenheden zo zijn gekozen dat de diagonale lijn een lichtpuls voorstelt, zoals waargenomen door een waarnemer A die de coördinaten x en t gebruikt. Waarnemer B gebruikt het stelsel met de accenten.

a Bepaal de snelheid van waarnemer B ten opzichte van waarnemer A.

b Bepaal met welke snelheid de lichtstraal beweegt volgens waarnemer B.

c Teken in het diagram de beweging van een waarnemer C die een lichtsnelheid meet die 1,50 keer zo groot is als de lichtsnelheid die waarnemer A waarneemt.



figuur 10 Ruimtetijddiagram van een lichtpuls volgens Galilei.

9 Computermodel

In een computermodel voor het botsen van biljartballen (figuur 11) staat een regel die zegt dat de ballen een kracht op elkaar uitoefenen als de middelpunten zo dicht op elkaar zitten dat beide ballen moeten zijn ingedeukt. Die kracht is groter als de indeuking groter is:

```
ALS sqrt((XA-XB)^2) < 10 DAN Fveer_van_B_
op_A = C*(10-XA+XB) EINDALS
```

Het lijkt alsof de beschrijving afhangt van de plaats, want in deze modelregel waarmee je de kracht uitrekent, worden de posities van beide ballen genoemd. Maar in Den Haag botsen de biljartballen op dezelfde manier als in Hilversum.

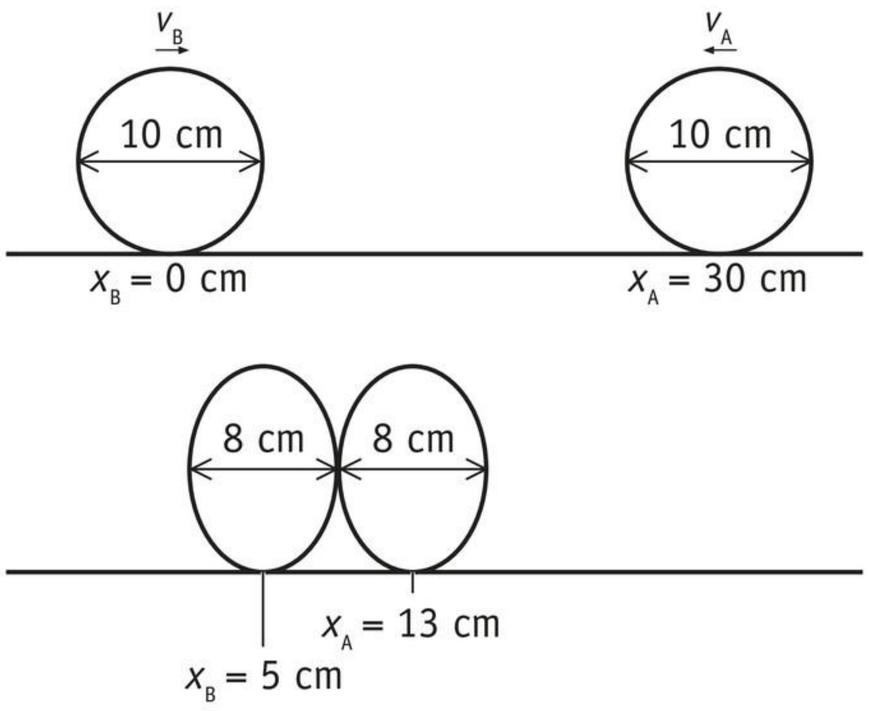
a Leg uit dat zowel bij de voorwaarde die bepaalt wanneer er een kracht is, als bij de berekening van de grootte van de kracht wel degelijk is voldaan aan de eis van relativiteit van plaats.

In het rekenmodel staan verderop de regels voor achtereenvolgens de versnelling, de verandering van de snelheid en de nieuwe snelheid van bal A:

```
aA = Fveer_van_B_op_A / m
dvA = aA*dt
vA = vA + dvA
```

b Leg uit dat deze regels galilei-invariant zijn.

c Welke grootheden in het model zijn *niet* relatief, ofwel: bij welke grootheid heeft het meetbare gevolgen wanneer je er een vaste waarde bij optelt? Leg ook uit hoe je dat aan de formules ziet.



figuur 11 Deze ballen hebben een kleinere veerconstante dan biljartballen.

★ 10 Vice versa

Een waarnemer A die stilstaat op aarde en een waarnemer B die ten opzichte van hem beweegt met snelheid v, meten allebei de snelheid van een voorwerp dat langsvliegt in dezelfde richting als waarin waarnemer B beweegt. Stel dat waarnemer A een snelheid meet van: $\frac{dx}{dt} = w$

a Leg uit welke snelheid van het voorwerp waarnemer B zal meten.

b Laat zien dat dit ook uit de galileitransformatie volgt.

Met de galileitransformatie geef je de waarden voor x′ en t' in termen van x en t.

c Noteer de omgekeerde galileitransformatie, geef dus x en t in termen van x' en t'.

d Leg uit dat het logisch is dat waar eerst een min stond, nu een plus staat.

DE LICHTSNELHEID

Leerdoelen

K3.2.1 Je kunt uitleggen dat een constante lichtsnelheid niet in overeenstemming is met de klassieke mechanica en met de beweging van golven door een medium.

K3.2.2 Je kunt aangeven dat uit de theorie van Maxwell en uit waarnemingen volgt dat de lichtsnelheid voor elke waarnemer gelijk is.

K3.2.3 Je kunt benoemen dat het relativiteitsbeginsel en de invariantie van de lichtsnelheid de basis vormen voor de speciale relativiteit van Einstein.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN				
	K3.2.1	K3.2.2	K3.2.3	K3.1.1*	K3.1.4*
Onthouden					
Begrijpen	13, 14, 15ac	11, 12b, 17ab	15d		
Toepassen	16a	12ac, 15b	17e, 18b	16bc, 17c	17d
Analyseren		16d	18a		

* Dit leerdoel vind je in een eerdere paragraaf of is een algemeen leerdoel.

De mechanica van Newton werd gedurende eeuwen gebruikt en verfijnd. Alles werkte prachtig. Maar rond 1860 ontstond een probleem toen James Clerk Maxwell in wiskundige vergelijkingen opschreef hoe elektrische en magnetische velden zich gedragen.

MAXWELLS VERGELIJKINGEN

In de vergelijkingen van Maxwell staat bijvoorbeeld hoe een veranderende magnetische flux een elektrisch veld opwekt. Hierdoor kan er in een spoel een stroom gaan lopen: elektromagnetische inductie. Uit de vergelijkingen volgde ook iets opmerkelijks: een veranderend elektrisch veld kan een veranderend magneetveld opwekken. Een veranderend magneetveld kan op zijn beurt een veranderend elektrisch veld opwekken, en zo verder. Zo kunnen elektromagnetische golven ontstaan. De snelheid van zo'n 'elektromagnetische golf' zou volgens Maxwells vergelijkingen gelijk moeten zijn aan $3{,}0 \cdot 10^8$ m s^{-1}.

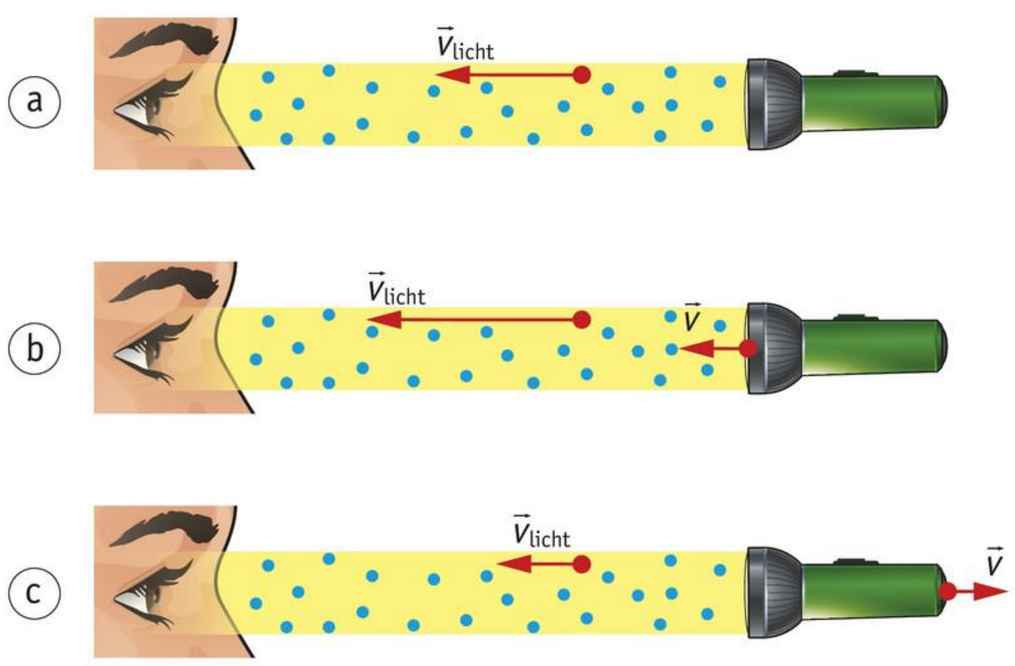
Heinrich Hertz toonde rond 1890 experimenteel aan dat je deze elektromagnetische golven inderdaad kunt opwekken, met frequenties en golflengten die vele orden van grootte variëren. Het hele spectrum, van radiogolven via zichtbaar licht tot en met gammastraling, zou volgens Maxwells theorie bewegen met de **lichtsnelheid**. Die snelheid zou volgens de vergelijkingen niet afhangen van hoe een bron van elektromagnetische golven beweegt ten opzichte van iemand die kijkt naar de golven die deze bron uitzendt.

DE ETHER

Zonder lucht heb je geen geluidsgolven, zonder water geen watergolven en zonder publiek geen 'wave' in een stadion. Daarom dachten natuurkundigen in de tweede helft van de negentiende eeuw dat licht op een soortgelijke manier een stof nodig heeft om zich voort te kunnen bewegen. Deze stof noemden ze de *ether*. Net zoals de snelheid van geluidsgolven afhangt van de snelheid van de lucht waar de golven doorheen bewegen, dachten natuurkundigen dat de snelheid van licht afhangt van de snelheid van de ether. De ether zou een ijle stof zijn die overal in doordringt en heel stug is, omdat er heel snelle golven in voorkomen. Maar niemand kon het bestaan van die mysterieuze ether aantonen.

STEEDS DEZELFDE LICHTSNELHEID

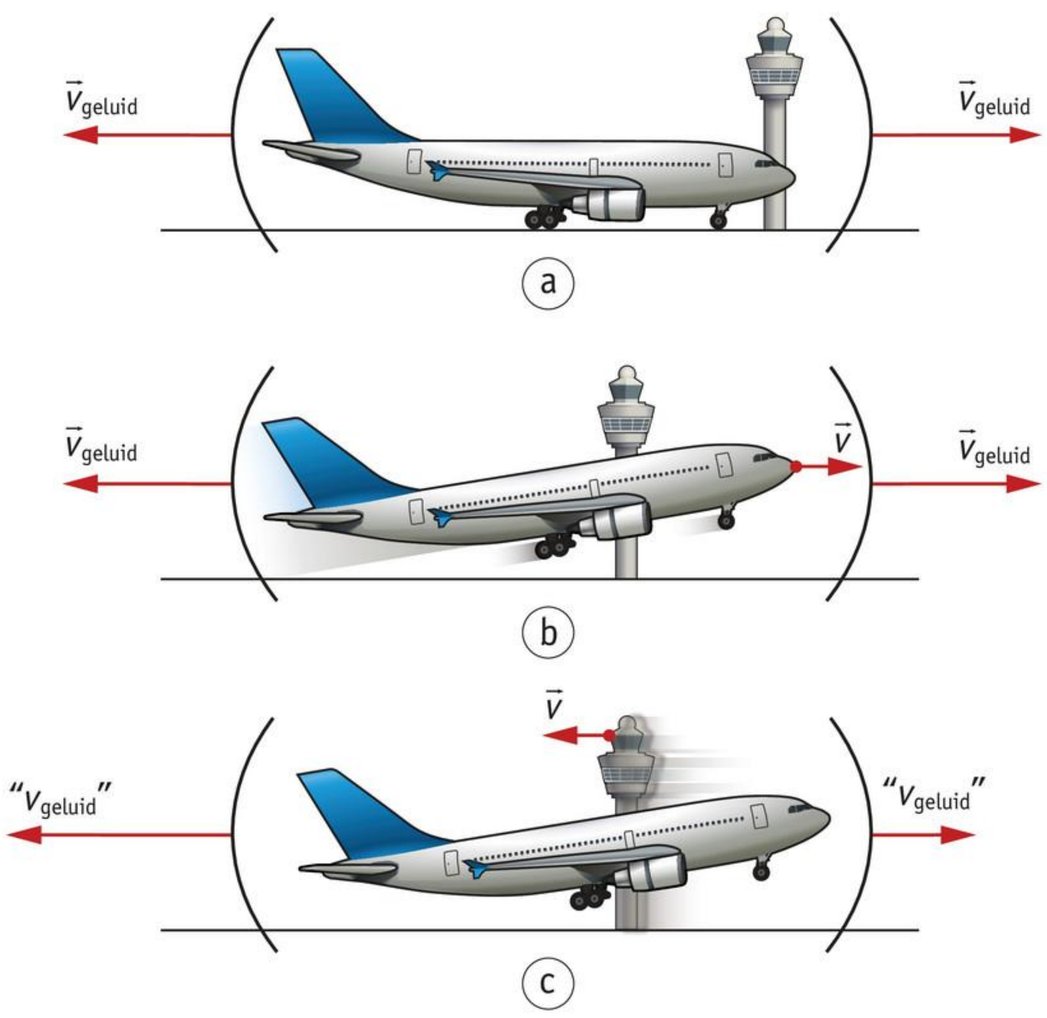
Als een waarnemer beweegt ten opzichte van een lichtbron, zou hij volgens de galileitransformaties een grotere of een kleinere snelheid van het licht waarnemen. Stel je voor dat licht zou bestaan uit een stroom minuscule kogeltjes die door een bewegende bron worden uitgezonden met de lichtsnelheid. Dan zou je verwachten dat je het licht ziet langskomen met een hogere snelheid als de bron op je afkomt en met een lagere snelheid als de bron van je weggaat (figuur 12).



figuur 12 Een klassiek beeld van licht waarin (a) de bron stilstaat, (b) de bron naar je toe beweegt en (c) de bron van je af beweegt.

Het blijkt zowel uit Maxwells vergelijkingen als uit proeven dat dit voor licht niet klopt. Op de grond meet je steeds dezelfde lichtsnelheid, of de bron nu stilstaat of niet. Dat geldt ook als een snel vliegtuig of een naar je toe bewegende ster licht op je afstuurt. Maar dit is slechts de helft van het verhaal.

Het was al lang uit interferentieproeven bekend dat licht zich in veel opzichten gedraagt als een golf. En voor een golf, bijvoorbeeld een geluidsgolf, verwacht je dat de snelheid wordt bepaald door het medium, niet door een beweging van de bron. Het geluid van een knal die in een vliegtuig wordt geproduceerd, beweegt met de geluidssnelheid door de lucht. De knal krijgt geen extra vaart mee als de bron beweegt. Het geluid van de knal passeert iedereen die stilstaat ten opzichte van de lucht met de gewone geluidssnelheid. Maar het punt is nu dat *iemand die beweegt ten opzichte van de lucht* een andere geluidssnelheid waarneemt. Hoe harder je zelf gaat ten opzichte van het medium, hoe groter de door jou waargenomen golfsnelheid in de richting achter je, en hoe kleiner in de richting waarin je beweegt (figuur 13). Je zou kunnen verwachten dat het voor elektromagnetische golven net zo werkt. Dat is precies wat Albert Michelson en Edward Morley in 1887 in een beroemd geworden proef wilden bepalen.

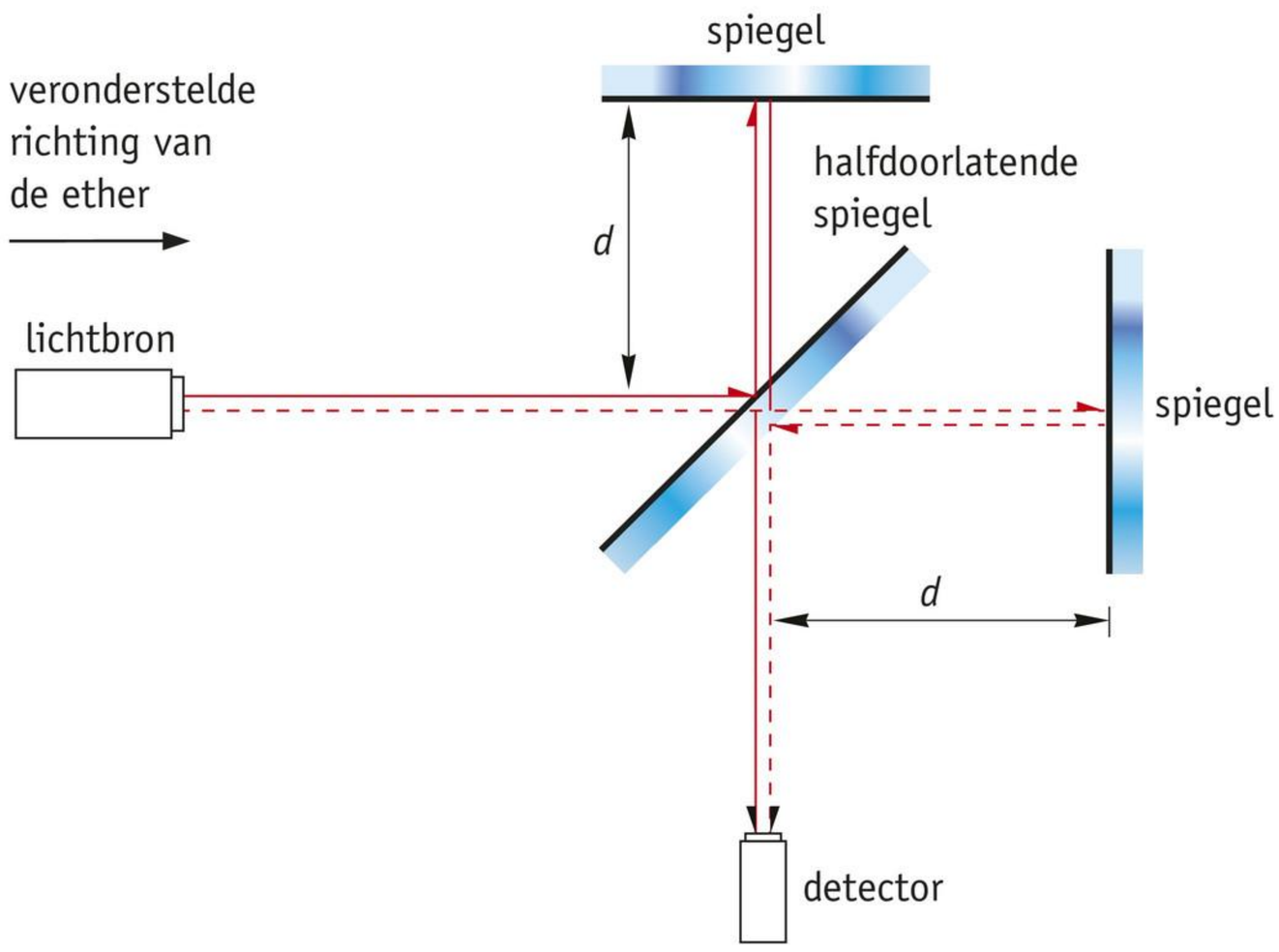


figuur 13 De snelheid van geluid hangt af van de snelheid ten opzichte van de lucht: (a) een stilstaand vliegtuig, (b) vliegtuig stijgt op, gezien vanaf de grond, (c) vliegtuig stijgt op, gezien door iemand die met het vliegtuig mee beweegt.

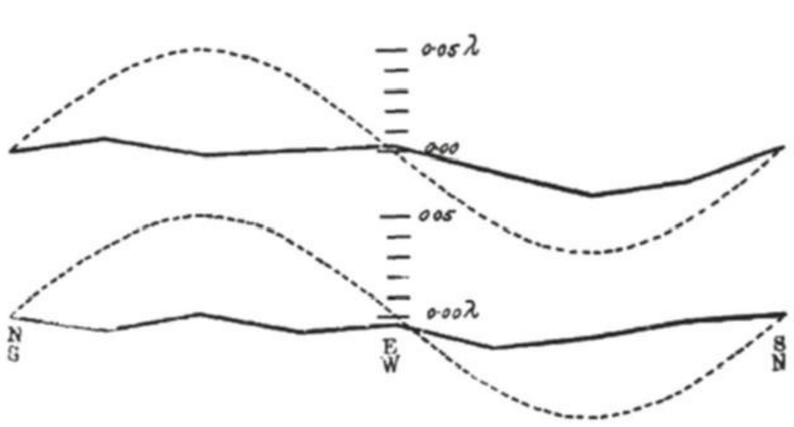
MICHELSON EN MORLEY

Michelson en Morley zochten naar verschillende voortplantingssnelheden van een lichtgolf voor waarnemers die met verschillende snelheden door het medium bewegen. De vraag van deze twee Amerikaanse onderzoekers was of degene die met de ether meebeweegt een andere lichtsnelheid meet dan iemand die stilstaat ten opzichte van de ether. Het was immers het idee dat licht niet bestaat uit kogeltjes, maar uit golven in de ether.

Michelson en Morley lieten licht in twee loodrechte richtingen bewegen en via spiegels terug samenkomen (figuur 14). Het licht dat in de detector wordt gemeten kan twee paden hebben afgelegd: in figuur 14 het doorgetrokken pad en het gestreepte pad. Dat levert een interferentiepatroon op bij de detector. De hele opstelling beweegt met de aarde mee, dus zowel de lichtbron als de detector zou bewegen ten opzichte van de ether. De hele opstelling dreef in een ronddraaiend kwikbad. Dan zou je verwachten dat op het ene moment het ene pad meer in dezelfde richting als de ether zou bewegen, terwijl het andere pad meer loodrecht op die richting zou staan. Even later zou dat andersom zijn. Dat levert een verschil in weglengte op tussen het licht in deze twee paden. Je zou dan een *verandering* in het interferentiepatroon verwachten. Hoe sterk dat patroon zou verschuiven, zou een maat zijn voor de veranderingen in de lichtsnelheid, als gevolg van de beweging van het licht ten opzichte van het medium, de ether (figuur 15).



figuur 14 Schema van de opstelling van Michelson en Morley.



figuur 15 Figuur uit het onderzoeksartikel: als de ether zou bestaan, dan zou je een verandering van het interferentiepatroon verwachten ter grootte van *acht keer* de hoogte van de gestippelde lijn. De meetwaarden (boven overdag en onder 's avonds) zijn weergegeven door de getrokken lijn en geven (binnen de foutenmarge) een waarde nul.

De uitkomst was nul: er was geen enkel effect. Niet als de opstelling draaide, maar ook niet door verschillen die zouden ontstaan in de loop van de dag waarbij de opstelling steeds op een andere manier door de ether zou bewegen. Er was ook geen verandering in de loop van een jaar te zien. De conclusie was helder: de lichtsnelheid is hetzelfde, hoe je ook beweegt. Iedere waarnemer blijkt altijd dezelfde lichtsnelheid te meten en de situatie is dus anders dan met bewegende geluidsgolven door de lucht. De lichtsnelheid is **invariant**: gelijk voor alle waarnemers, ongeacht hun onderlinge snelheid.

EINSTEINS OPLOSSING

De invariantie van de lichtsnelheid is in tegenspraak met de galileitransformaties. Die zeggen dat een waarnemer die ten opzichte van een lichtbron beweegt een andere snelheid meet dan een stilstaande. Dus of de galileitransformaties kloppen niet, of de beschrijving van elektromagnetische golven inclusief de proef van Michelson en Morley is niet goed.
Einstein ging uit van de theorie van Maxwell en nam als uitgangspunt bij het opstellen van zijn beschrijving van ruimte en tijd dat de lichtsnelheid voor elke waarnemer hetzelfde moest zijn.
Einstein vond dus dat de oude mechanica van onder anderen Galilei niet goed was. Daarbij realiseerde hij zich wel dat de klassieke mechanica goed werkte voor lage snelheden. De aanpassing van de theorie moest daarom zo uitpakken dat je voor lage snelheden dezelfde resultaten zou krijgen als voor de oude mechanica.
Einstein bouwde zijn theorie op vanuit twee uitgangspunten. Die worden de ‘postulaten van Einstein’ genoemd. Een **postulaat** is een uitgangspunt dat voor waar wordt aangenomen en als basis dient voor een theorie. Het eerste postulaat herken je uit paragraaf 1: het relativiteitsbeginsel dat in de zeventiende eeuw al werd gebruikt, alleen iets anders verwoord. Het tweede postulaat is nieuw.

1 Natuurwetten zijn voor alle waarnemers die met een constante snelheid ten opzichte van elkaar bewegen gelijk.
2 De lichtsnelheid is voor alle waarnemers die met constante snelheden bewegen gelijk.

Daarbij gooide Einstein in feite de ether overboord. Er is geen stof waarin lichtgolven bewegen. Elektromagnetische golven bestaan in de ruimte en in de tijd en de juiste theorie moet beschrijven hoe golven en voorwerpen daar doorheen bewegen. De theorie van Einstein die je in dit hoofdstuk leert wordt de **speciale relativiteit** genoemd. Speciaal, omdat ze alleen geldt voor waarnemers die met constante snelheid ten opzichte van elkaar bewegen.

PRACTICUM 1 **Fizeau’s experiment**

Onthoud

- Bij een golf die door een medium beweegt, meet een ten opzichte van de bron bewegende waarnemer een andere snelheid dan een stilstaande waarnemer.
- Uit de theorie van Maxwell en de proeven van Michelson en Morley volgt dat de lichtsnelheid altijd gelijk is voor elke waarnemer. De lichtsnelheid is onafhankelijk van de snelheid van de bron of van de waarnemer.
- Samen met het relativiteitsbeginsel vormt de invariantie van de lichtsnelheid de basis voor de speciale relativiteit.

OPDRACHTEN ▸ Basis

11 Snel of langzaam

Als je metingen doet aan elektromagnetische straling op aarde, ervaar je de lichtsnelheid als heel groot.

a Licht dat met een voorbeeld toe.

Als je metingen doet aan astronomische processen, kun je de lichtsnelheid als heel klein ervaren.

b Licht dat met een voorbeeld toe.

P 12 Lage lichtsnelheid

Celia, uit het praktijkartikel, heeft last van een lage lichtsnelheid: het duurt een halve seconde voor Celia de lamp ziet als ze 's ochtends het licht aandoet.

a Maak een beredeneerde schatting van de lichtsnelheid die Celia op dat moment ervaart.

b Leg uit dat je met een lage lichtsnelheid de lamp het eerst ziet en daarna pas de spullen in de kamer.

Celia ontvangt om vier uur 's morgens een appje van Helios. Ze ziet dat het appje al om middernacht is verzonden.

c Welke afstand heeft het signaal van Helios' appje afgelegd van zijn telefoon, via de antenne van de provider, naar Celia's telefoon? Ga uit van de lichtsnelheid die je bij opdracht a hebt genoteerd.

13 Media

In de natuur komen veel verschillende golven voor, elk met hun eigen medium.

Benoem in elk van onderstaande voorbeelden welke golven er ontstaan en wat het medium van elke golf is.

a Je slaat een snaar op een gitaar aan.

b Je slaat op een trommel.

c Je gooit een steentje in een vijver.

d Je maakt met je mobiele telefoon contact met een draadloos netwerk.

14 Snel, sneller, snelst

Zet op volgorde van lage naar hoge snelheid.

I de snelheid van licht in water
II de snelheid van licht in vacuüm
III de snelheid van geluid in lucht
IV een hogesnelheidstrein op maximale snelheid
V de snelheid van geluid in water
VI de snelheid van de aarde in haar baan rond de zon

15 Ruimtewandeling

Twee astronauten van het ruimtestation ISS maken een ruimtewandeling. Het ISS bevindt zich in een baan om de aarde op een hoogte van 400 km. Op deze hoogte is er geen dampkring meer. Het ISS heeft een snelheid van $28 \cdot 10^3$ km h^{-1}. Een van de astronauten voert met een elektrische schroefmachine een reparatie uit aan de buitenkant van het ISS.

a Leg uit dat de andere astronaut het geluid van de schroefmachine niet kan horen.

Een van de astronauten verstuurt een radiosignaal. Het signaal wordt ontvangen door de andere astronaut en door een grondstation op aarde.

b Leg uit of de klassieke theorie en de theorie van Einstein een verschillende aankomsttijd voorspellen voor het signaal ontvangen door de andere astronaut.
c Leg uit of de klassieke theorie en de theorie van Einstein een verschillende aankomsttijd voorspellen voor het signaal dat is ontvangen door het grondstation op aarde.
d Welk postulaat van Einstein verklaart het antwoord van opdracht c?

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

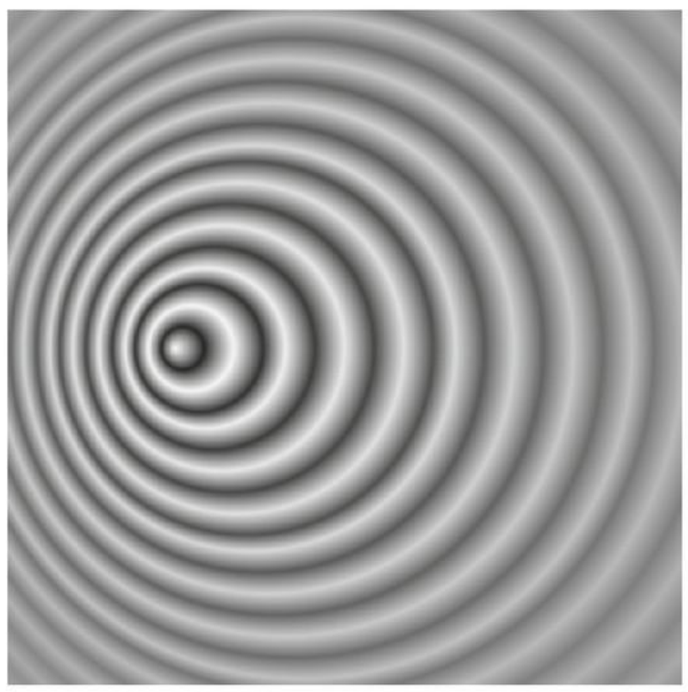
16 Golven op water

Als je je natte hand boven een perfect gladde waterspiegel beweegt en er valt elke 0,10 s een druppel van je hand op het water, dan krijg je een patroon zoals in figuur 16. De totale afstand die in horizontale richting op de foto staat, is in werkelijkheid 60 cm groot.

a Bepaal uit figuur 16 de golfsnelheid zoals jij die waarneemt.

Stel je voor dat je de golfsnelheid meet ten opzichte van de hand die je over het wateroppervlak beweegt.

b Welke golfsnelheid meet je dan als maximale waarde?
c Welke golfsnelheid meet je als minimale waarde?
d Leg uit wat er anders is als een ten opzichte van de aarde bewegende bron lichtgolven uitzendt in plaats van watergolven. Wat meet dan iemand die stilstaat op aarde en wat meet iemand die meebeweegt met de bron?



figuur 16 De bron beweegt over het water. De golven bewegen in verschillende richtingen met verschillende snelheden van de bron af.

17 Licht dat naar licht kijkt

Uit een lamp schijnt licht naar alle kanten.

a Hoe snel gaat het licht naar links, volgens een waarnemer die stilstaat bij de lamp?

b Hoe snel gaat volgens hem het licht naar rechts?

Je bekijkt de lichtstraal die naar rechts gaat vanuit het gezichtspunt van de straal die naar links beweegt.

c Leg uit dat je dan zou verwachten een snelheid $2c$ waar te nemen.

d Laat zien dat die waarde ook volgt uit de galileitransformatie.

e Welke waarde zou je moeten meten volgens Einsteins postulaten?

★ 18 Spiegel

Einstein bedacht het volgende. Stel dat snelheden zich zo zouden gedragen als je intuïtief denkt, dus volgens de galileitransformatie. Stel dat licht zou bewegen ten opzichte van een 'ether'. Dan zou de volgende redenering kloppen: als je zelf met de lichtsnelheid beweegt ten opzichte van de ether en je houdt een spiegel op armlengte voor je, dan zou je geen spiegelbeeld zien. Licht dat van je gezicht door de ether in de richting van de spiegel beweegt, komt namelijk nooit bij die spiegel, omdat de spiegel ook met de lichtsnelheid door de ether beweegt, in dezelfde richting. Maar ... dan zou ik uit de waarneming dat ik geen spiegelbeeld zie, kunnen *merken* dat ik zélf met de lichtsnelheid beweeg.

a Leg uit dat dit volgens het relativiteitsbeginsel zoals Galilei dat heeft geformuleerd *geen* waarneming is die je echt zou kunnen doen.

b Welke conclusie kun je dus trekken uit dit gedachte-experiment?

3 TIJDREK EN LENGTEKRIMP

Leerdoelen

K3.3.1 Je kunt met behulp van een lichtklok en de twee postulaten van Einstein uitleggen hoe tijdrek ontstaat.
K3.3.2 Je kunt met behulp van gedachte-experimenten kwalitatieve uitspraken doen over tijdrek en lengtekrimp.
K3.3.3 Je kunt berekeningen maken met de gammafactor en de relatieve snelheid.
K3.3.4 Je kunt met behulp van de gammafactor kwantitatieve uitspraken doen over tijdrek en lengtekrimp.

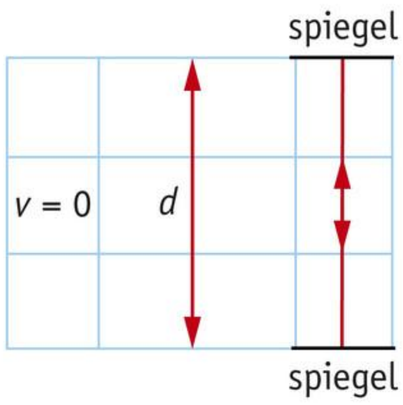
TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN					
	K3.3.1	K3.3.2	K3.3.3	K3.3.4	K3.1.3*	1.2.3*
Onthouden						
Begrijpen	19, 24c		22e			
Toepassen		21	20, 22abcd, 23, 24a, 28ab	25, 26e, 27ab	27c	26ab
Analyseren		24b		26cd, 28cde		

* Dit leerdoel vind je in een eerdere paragraaf of is een algemeen leerdoel.

Het feit dat de lichtsnelheid voor elke waarnemer hetzelfde is, heeft gevolgen voor hoe je een bewegende klok ziet lopen. Een ten opzichte van jou bewegende klok zul je langzamer zien tikken dan een klok van hetzelfde type die je op schoot houdt. Met behulp van het relativiteitsbeginsel kun je vervolgens inzien dat álle ten opzichte van jou bewegende klokken langzamer tikken en alle processen langzamer verlopen.

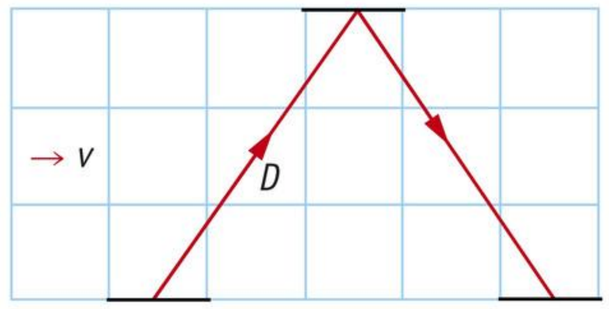
DE LORENTZ-LICHTKLOK

In figuur 17 zie je een lichtklok, bestaande uit twee tegenover elkaar geplaatste spiegels. Tussen de spiegels gaat een lichtstraal op en neer. De tijdmeting bestaat uit het aantal 'tikken' tegen de spiegels. Een waarnemer die stilstaat ten opzichte van de klok ziet de weerkaatsingen gebeuren met periode Δt. Dat is de tijd tussen twee weerkaatsingen. Dit is de lorentz-lichtklok, vernoemd naar de Nederlandse natuurkundige Hendrik Lorentz (1853–1928). De lorentz-lichtklok is geen echte klok, maar een fictieve klok om een **gedachte-experiment** uit te voeren. Gedachte-experimenten helpen je inzien wat de gevolgen zijn van theoretische aannamen, zoals de postulaten van Einstein.



figuur 17 De lichtklok staat stil ten opzichte van de waarnemer.

Stel je nu een identieke, gelijklopende lorentz-lichtklok voor. Deze tweede lichtklok verplaatst zich met snelheid v ten opzichte van de waarnemer (figuur 18). De waarnemer ziet het licht vertrekken van de onderste spiegel en weerkaatsen tegen de bovenste. Maar die tweede gebeurtenis is niet recht boven de eerste, want in de tijd dat de lichtstraal van onder naar boven ging, is de hele klok ten opzichte van de waarnemer verplaatst. Volgens de waarnemer heeft het licht op de bewegende lichtklok een *grotere afstand* afgelegd dan op de stilstaande lichtklok. Omdat het licht van de bewegende klok ten opzichte van de waarnemer met *dezelfde lichtsnelheid* gaat, is de tijdsduur tussen twee tikken volgens hem *langer*. Dit verschijnsel heet **tijdrek**.



figuur 18 De lichtklok beweegt met snelheid v ten opzichte van de waarnemer.

Welk tijdsverschil tussen tikken op de bewegende lichtklok meet de waarnemer nu? Gebruik de volgende gegevens:

- De verticale afstand tussen de spiegels is d.
- Op zijn eigen lichtklok, die in rust is, meet de waarnemer een tijd tussen de weerkaatsingen van: $\Delta t_e = \frac{d}{c}$
- De waarnemer noemt de tijd tussen de tikken op de bewegende lichtklok Δt_b.
- De afstand die de lichtklok volgens hem tussen twee tikken heeft afgelegd, is: $v \cdot \Delta t_b$
- De door het licht afgelegde afstand noemt hij D (figuur 18).

Met de stelling van Pythagoras vind je dan:

$$D = \sqrt{d^2 + (v \cdot \Delta t_b)^2}$$

Volgens de waarnemer is de tijdsduur tussen twee tikken op de bewegende lichtklok dan:

$$\Delta t_b = \frac{D}{c} = \sqrt{\left(\frac{d}{c}\right)^2 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 \cdot \Delta t_b^2} = \sqrt{\Delta t_e^2 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 \cdot \Delta t_b^2}$$

Hierin komt Δt_b twee keer voor. De bedoeling is de vergelijking te schrijven als Δt_b = ..., dan weet je de tijd tussen tikken die de stilstaande waarnemer op de bewegende lichtklok meet.
Alles kwadrateren en alle termen met Δt_b naar een kant halen, levert:

$$\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \cdot \Delta t_b^2 = \Delta t_e^2$$

Dus geldt:

$$\Delta t_b = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_e$$

Formule

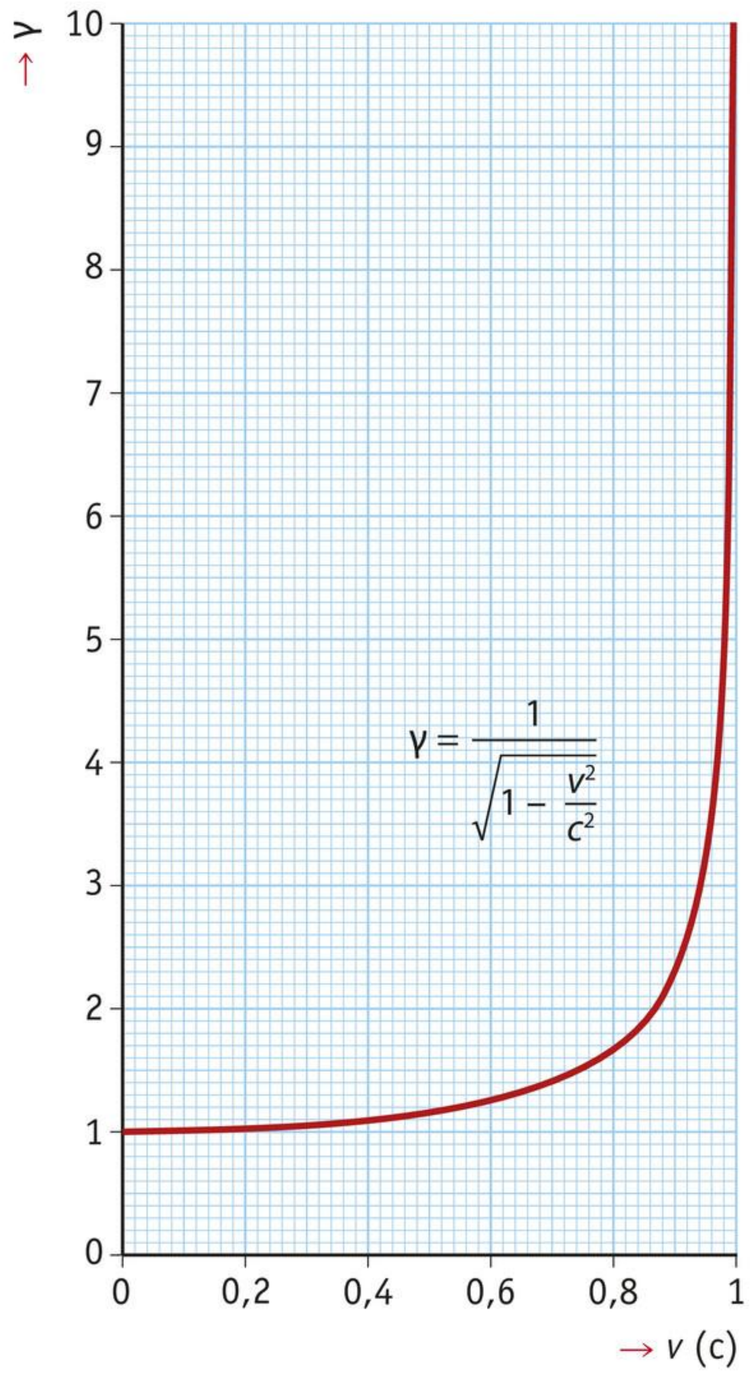
De formule waarmee je de vertraging van een bewegende klok kunt berekenen is:

$$\Delta t_b = \gamma \cdot \Delta t_e, \text{ met } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

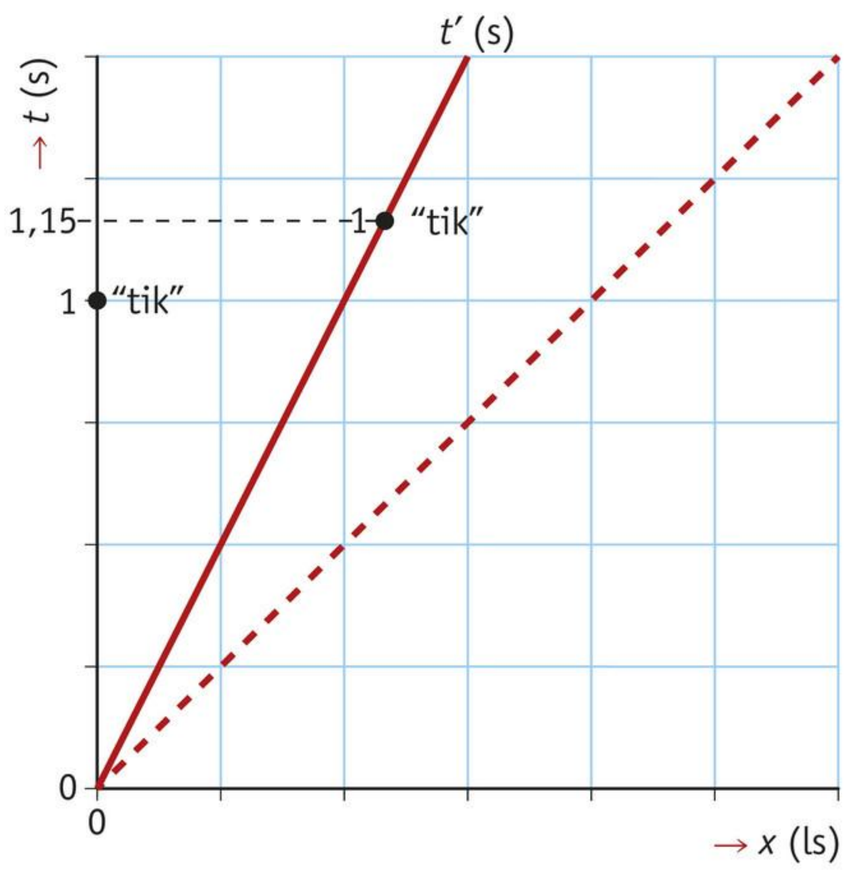
Hierin is:

- Δt_b het tijdsverschil tussen twee gebeurtenissen voor een waarnemer die met een snelheid v beweegt ten opzichte van het waargenomen voorwerp;
- Δt_e het tijdsverschil tussen twee gebeurtenissen voor een waarnemer die stilstaat ten opzichte van het waargenomen voorwerp;
- γ de gammafactor (geen eenheid).

De **gammafactor γ** is altijd groter dan 1 (figuur 19). Stel dat $\gamma = 1{,}15$. Als het 1 s duurt voordat de lichtklok van de waarnemer 'tikt', dan duurt het nog eens 0,15 s voordat hij de bewegende lichtklok ziet 'tikken'. De bewegende lichtklok loopt vanuit de waarnemer gezien dus langzamer.
Je kunt deze gebeurtenissen ook weergeven in een ruimtetijddiagram (figuur 20). De t-as is van de waarnemer, de t'-as hoort bij de bewegende klok. Je kunt in het diagram zien dat als er voor de waarnemer 1,15 s is verstreken er op de bewegende klok pas 1 s is verstreken. Dus een factor γ^{-1} minder. Anders gezegd: als de klok van de waarnemer na 1 s 'tikt', dan leest de waarnemer op de bewegende klok $\frac{1}{\gamma} = 0{,}87$ s af. De bewegende klok heeft dus nog niet 'getikt'.



figuur 19 De gammafactor als functie van de snelheid, in eenheden van de lichtsnelheid c.



figuur 20 Ruimtetijddiagram voor twee lichtklokken.

ALLE BEWEGENDE KLOKKEN ZIJN TRAGER

Dat een ten opzichte van een waarnemer bewegende lichtklok langzamer tikt dan een stilstaande, is genoeg om aan te tonen dat álle bewegende klokken langzamer lopen. Dat volgt uit het serieus en letterlijk nemen van de postulaten van Einstein.

Het mag volgens het eerste postulaat van Einstein niet *mogelijk zijn* te bepalen met welke absolute snelheid iets beweegt. Neem nu een aantal gelijklopende klokken van verschillend type: slingeruurwerken, kwartshorloges, atoomklokken, personen met een hartslag en een lichtklok. Laat alle klokken ten opzichte van jou gezamenlijk bewegen met één bepaalde snelheid. Als nu alleen de lichtklok zou gaan achterlopen, zou je kunnen vaststellen hoe groot de absolute snelheid is, aangezien bij een grotere snelheid de lichtklok meer zou gaan achterlopen op de andere klokken. Het kan volgens het eerste postulaat niet zo zijn dat het mogelijk is te constateren wat de absolute snelheid is. Dus alle klokken gaan evenveel langzamer lopen.

Dit geldt ook voor alle 'interne' klokken. Bij een ten opzichte van jou met constante snelheid bewegend persoon zie je de hartslag, het verouderingsproces van cellen, zijn bewegingsritme, kortom *alles* langzamer gaan. Let wel: de bewegende persoon merkt hier helemaal niets van, die meet zijn eigen tijd.

Zo is beredeneerd dat tijdrek bestaat. Dit effect is ook gemeten door Joseph C. Hafele en Richard E. Keating met behulp van atoomklokken, waarvan er een op aarde bleef en de ander met een lijnvlucht tweemaal de wereld rondging (figuur 21).

In bovenstaand voorbeeld stond de waarnemer stil en bekeek een bewegende klok. Maar stel je nu eens voor dat jij met een bewegend kwartshorloge meereist, terwijl diezelfde waarnemer met zijn lichtklok blijft stilstaan. Volgens jou beweegt het kwartshorloge helemaal niet. Jij ziet juist die stilstaande waarnemer met zijn lichtklok bewegen. Volgens het relativiteitsprincipe is er geen absolute snelheid, dus kun je niet zeggen wie er 'echt' beweegt. Alles wat hierboven staat geldt dus omgekeerd ook: volgens jou loopt de lichtklok van de waarnemer langzamer! Overal waar je in dit hoofdstuk over een bewegend voorwerp leest, moet je dus bedenken dat het gaat om een bewegend voorwerp *ten opzichte van een bepaalde waarnemer*.

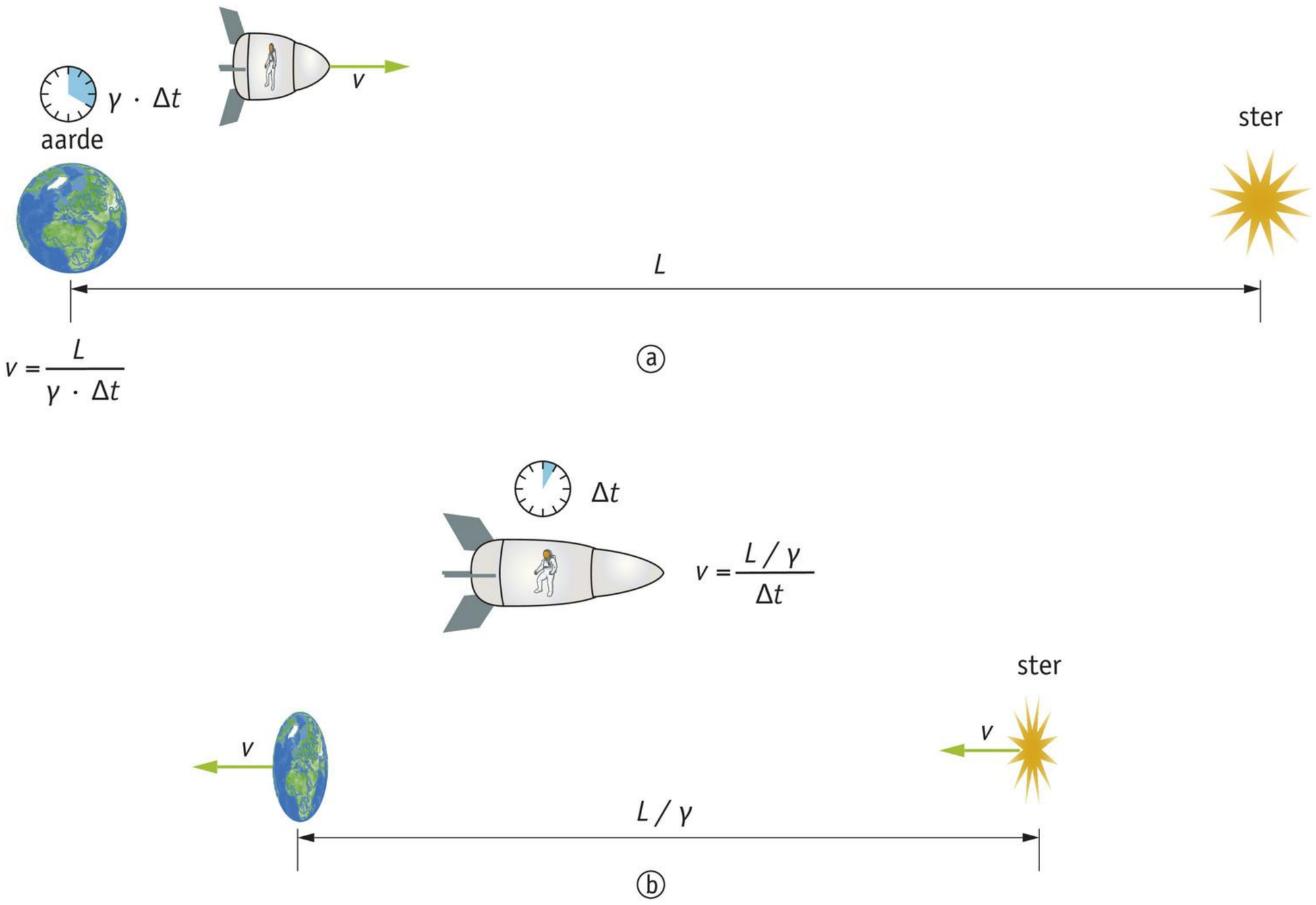


figuur 21 Joseph C. Hafele en Richard E. Keating tijdens hun tijdrek-experiment in een vliegtuig.

LENGTEKRIMP

Een snelheid is een afstand gedeeld door een tijd. Als de lichtsnelheid gelijk moet blijven en de tijd verandert afhankelijk van de relatieve snelheid van de waarnemer, dan moet er ook wel iets gebeuren met de afstanden die de waarnemer meet.
Wat er met de afstanden gebeurt, kun je het best begrijpen in een voorbeeld met heel snel bewegende deeltjes.
Deeltjes die vervallen in andere deeltjes kun je zien als een voorwerp met een 'ingebouwde klok'. Radioactieve stoffen kennen een halveringstijd, de tijd waarin de helft van de deeltjes is vervallen. Als de radioactieve bron ten opzichte van jou beweegt, zie je dat het verval een factor γ langzamer gebeurt. Omdat snelheden bijna altijd laag zijn, is de factor γ meestal heel dicht in de buurt van 1 (zie ook figuur 19).
Maar het effect is echt, je kunt dit meten.
Bij onderzoeksinstituut CERN worden in botsingen deeltjes geproduceerd die heel snel vervallen in andere deeltjes. Onderzoekers willen eigenschappen van die kortlevende deeltjes vaststellen. In de tijd dat ze 'leven' leggen ze rondjes af in een cirkelvormige buis met een omtrek van 27 km. Dat gebeurt met enorme snelheden, dicht bij de lichtsnelheid.
Een onderzoeker A die stilstaat ziet hoeveel rondjes de deeltjes afleggen voor ze vervallen. *Dat aantal rondjes is veel groter dan je zou denken dat mogelijk is.* Dit komt doordat de waarnemer bij de bewegende deeltjes tijdrek waarneemt. De door hem waargenomen levensduur is langer dan de levensduur die je meet bij eenzelfde deeltje dat stilstaat ten opzichte van jou.
Tot nu toe is dit beschreven als een toepassing van *tijdrek*. Als je de situatie vanuit het bewegende deeltje bekijkt, lijkt de redenering mis te gaan. Het deeltje heeft zijn eigen tijd. Het staat stil ten opzichte van zichzelf en er is dus geen tijdrek. Maar je zult zien dat het toch klopt, omdat een ander relativistisch verschijnsel optreedt: **lengtekrimp**.
Het deeltje 'ziet' de tunnel snel aan zich voorbijgaan. Nu is het zeker dat een waarnemer B die met het deeltje meebeweegt het eens zal zijn met waarnemer A aan de kant over het aantal rondjes dat het deeltje aflegt voordat het vervalt. Beide waarnemers tellen hoe vaak het deeltje een bepaalde finishlijn op een punt van de cirkel passeert voordat het niet meer bestaat. De levensduur die de meebewegende waarnemer B meet, zonder tijdrek, is korter dan de levensduur gemeten door waarnemer A. De snelheid van het deeltje volgens A is gelijk aan de snelheid waarmee waarnemer B de tunnel voorbij ziet komen.

Omdat je de verplaatsing van het deeltje berekent met $s = v \cdot t$, moet het wel zo zijn dat de meebewegende waarnemer B een *kortere* tunnel ziet. Volgens B is de lengte van de *bewegende tunnel* gekrompen met een factor γ: die is gelijk aan de verhouding tussen de door waarnemer B gemeten levensduur en de door waarnemer A aan de kant gemeten levensduur. Anders gezegd: de met het deeltje meebewegende waarnemer B legt in een γ keer zo korte tijd een γ keer zo korte afstand af, vergeleken met waarnemer A die stilstaat bij de tunnel. Deze waarnemer A vindt dat het een langere tunnel is, waarvoor de deeltjes een uitgerekte tijd nodig hebben om hem even vaak te doorlopen. Lengtekrimp houdt in dat alle ten opzichte van de waarnemer bewegende objecten korter worden waargenomen dan stilstaande (figuur 22). Ook meetlatten. Bij lage snelheden is zowel tijdrek als lengtekrimp klein, omdat de factor γ dan niet veel verschilt van 1. Pas bij snelheden in de buurt van de lichtsnelheid wordt het verschil substantieel.



figuur 22 Een ruimtereis gezien vanaf (a) de aarde en gezien vanuit (b) de raket.

Onthoud

- Een ten opzichte van jou bewegende klok zie je langzamer lopen. Dit verschijnsel heet tijdrek.
- Een ten opzichte van jou bewegend voorwerp neem je waar als korter dan een identiek stilstaand voorwerp. Dit noem je lengtekrimp.
- De factor waarmee tijd bij een bewegende klok is uitgerekt en waarmee een bewegend voorwerp is gekrompen, heet de gammafactor: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

OPDRACHTEN ▸ Basis

19 Wel of geen tijdrek?

Leg voor elk van onderstaande situaties uit of er sprake is van tijdrek.

a Het licht van de zon bereikt ons pas enige tijd nadat het is uitgezonden.

b Een gps-systeem houdt er rekening mee dat de satellieten, waarmee contact wordt gehouden, snel rond de aarde bewegen.

20 Rekenen met de gammafactor

De waarde van γ hangt af van de snelheid.

a Bereken γ als $v = 0{,}0050 \cdot c$.

b Bereken γ als $v = 0{,}050 \cdot c$.

c Bereken γ als $v = 0{,}50 \cdot c$.

d Bereken v als $\gamma = 1{,}10$. Geef je antwoord in eenheden c.

21 Richting van lengtekrimp

Stel je voor: een kogel wordt met bijna de lichtsnelheid afgeschoten door een pistool. De kogel past precies in de loop: is hij te dik, dan komt de kogel vast te zitten, is hij te dun, dan ontsnappen de verbrandingsgassen langs de kogel en wordt hij niet afgevuurd.

Neem in het volgende gedachte-experiment aan dat lengtekrimp ook optreedt in de richting loodrecht op de richting waarin de kogel wordt afgevuurd.

a Leg uit wat er met de dikte van de kogel gebeurt, gezien vanuit het referentiekader van het pistool.

Vanuit het referentiekader van de kogel blijven de afmetingen van de kogel (lengte en dikte) gelijk.

b Leg uit wat er met de dikte van de loop gebeurt, gezien vanuit het referentiekader van de kogel.

c Welke conclusie kun je trekken over het optreden van lengtekrimp loodrecht op de bewegingsrichting?

22 Formule voor de gammafactor

Als je de formule voor γ wiskundig analyseert, kun je conclusies trekken over wat er natuurkundig kan gebeuren.

a Leg wiskundig uit dat uit de formule voor γ volgt dat γ nooit kleiner kan zijn dan 1.

b Leg uit wat het voor de waarnemingen betekent dat γ nooit kleiner kan zijn dan 1.

c Leg uit hoe je aan de formule ziet dat je dezelfde factor γ krijgt wanneer je v en c allebei uitdrukt in km h^{-1} en wanneer je beide uitdrukt in m s^{-1}.

d Leg uit dat volgens de formule een snelheid nooit groter kan zijn dan de lichtsnelheid.

Als een voorwerp ten opzichte van jou beweegt, zijn de tijdrek en de lengtekrimp die je waarneemt niet afhankelijk van de richting.

e Leg uit hoe je dat aan de formule voor γ kunt zien.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

23 Snelheden op volgorde

Zet de volgende situaties op volgorde van lage naar hoge snelheid.

I $v = 0{,}15 \cdot c$

II Een elektron doorloopt een cirkel met straal 1,0 cm in een magneetveld van 2,0 T.

III $\gamma = 1{,}05$

IV Een proton heeft een kinetische energie van 3,2 eV.

24 Tijd van een foton

Stel je de lichtklok uit figuur 17 en 18 voor waar één enkel foton eindeloos heen en weer beweegt tussen de twee spiegels. De lichtklok beweegt ten opzichte van jou met $v = \frac{1}{2}c$ naar rechts.

a Onder welke hoek met de horizontaal zie je het foton omhoog bewegen?

b Leg met behulp van het tweede postulaat van Einstein uit hoe je het foton ziet bewegen als de klok met een snelheid van $v = c$ naar rechts beweegt.

c Welke conclusie kun je trekken over hoe de tijd verstrijkt voor voorwerpen die met de lichtsnelheid bewegen, zoals een foton?

25 Meneer Tompkins en Maud

De natuurkundige George Gamow schreef populair-wetenschappelijke boeken over onder andere relativiteit, met meneer Tompkins in de hoofdrol. Meneer Tompkins is een beetje te dik, vindt hij. Bij zijn buik is hij 40 cm dik. Hij heeft een oogje op Maud en wil wat dunner overkomen, om een goede indruk op haar te maken.

a Bereken met welke snelheid meneer Tompkins moet bewegen zodat hij voor de stilstaande Maud slechts 30 cm dik lijkt. Geef je antwoord in eenheden *c*.

Meneer Tompkins denkt dat hij meer kans maakt bij Maud als het leeftijdsverschil kleiner zou zijn. Hij is 35 jaar oud, Maud 27. Een leeftijdsverschil van 6 jaar lijkt hem beter.

b Hoelang moet hij met de snelheid van opdracht a bewegen totdat Maud vindt dat hij nog maar 6 jaar ouder is dan zij?

26 Muonen door de atmosfeer

Hoog in de atmosfeer ontstaan muonen. Dat zijn deeltjes met een halveringstijd van 2,2 μs. Na die tijd is de helft van de muonen vervallen. De muonen bewegen met snelheid 0,98 *c*.

a Bereken na welke afstand in de atmosfeer de helft van de deeltjes zou zijn vervallen als er geen tijdrek of lengtekrimp was.

b Bereken hoeveel procent van de muonen die op 10 km hoogte ontstaan, het aardoppervlak dan zouden bereiken.

In werkelijkheid bereikt 10% van de muonen het aardoppervlak.

c Beschrijf kwalitatief hoe dit kan, gezien vanuit het gezichtspunt van een waarnemer A op aarde. Tip: zie figuur 22.

d Beschrijf kwalitatief hoe dit kan, gezien vanuit het gezichtspunt van een waarnemer B die meebeweegt met de muonen.

e Bereken hoeveel procent van de muonen die op 11,0 km hoogte ontstaan, het aardoppervlak bereiken als ze bewegen met snelheid 0,98 *c*.

P 27 Rek en krimp

Celia, de hoofdpersoon uit het praktijkartikel, ervaart tijdelijk een eigen, lagere lichtsnelheid. Daardoor ervaart ze tijdrek en lengtekrimp bij voorwerpen en personen in haar omgeving.

a Hoe snel moet Celia ten opzichte van jou bewegen zodat wat zij ervaart als 2,5 uur op jou overkomt als 30 jaar?

b Een huis is 6 m breed.
Hoe breed zal het huis eruitzien voor Celia die met de snelheid van opdracht a langs beweegt?

c Teken in een ruimtetijddiagram de heen- en terugreis van Celia. Haar hele tocht duurt 30 jaar.

★ 28 Tweelingzussen

Een straaljagerpiloot vliegt met een snelheid van 300 m s^{-1}. Volgens haar is haar vliegtuig *precies* 10 m lang. Haar tweelingzus op de grond ziet het vliegtuig met de piloot erin bewegen.
Doordat de snelheid zo veel kleiner is dan de lichtsnelheid zal je rekenmachine geven: $\gamma = 1$

a Toon dat aan.

Als $\frac{v}{c} \ll 1$, dan geldt: $\gamma \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$

b Bereken met deze benaderingsformule hoeveel γ afwijkt van 1 bij $v = 300$ m s^{-1}.

c Toon aan of de verkorting van het vliegtuig die de tweelingzus waarneemt meer of minder is dan de afmeting van een waterstofatoom ($\approx 10^{-10}$ m).

Volgens de tweelingzus op de grond gaat de tijd van de piloot langzamer dan die van haarzelf.

d Bereken hoeveel de piloot volgens haar zus minder oud wordt als er volgens de zus op de grond precies een jaar verstrijkt.

e Bereken hoelang de piloot met deze snelheid moet vliegen totdat er een leeftijdsverschil van een jaar is.

4 DE LORENTZTRANSFORMATIE

Leerdoelen

K3.4.1 Je kunt in een relativistisch ruimtetijddiagram de tijdas en de positieas van een bewegende waarnemer tekenen.
K3.4.2 Je kunt in relativistisch ruimtetijddiagram van twee referentiestelsels coördinaten aflezen en de tijdrek en de lengtekrimp bepalen.
K3.4.3 Je kunt uitleggen dat uit het aflezen van een relativistisch ruimtetijd-diagram volgt dat 'gelijktijdigheid' een relatief begrip is.
K3.4.4 Je kunt via een lorentztransformatie posities en tijden voor verschillende waarnemers in elkaar omrekenen.

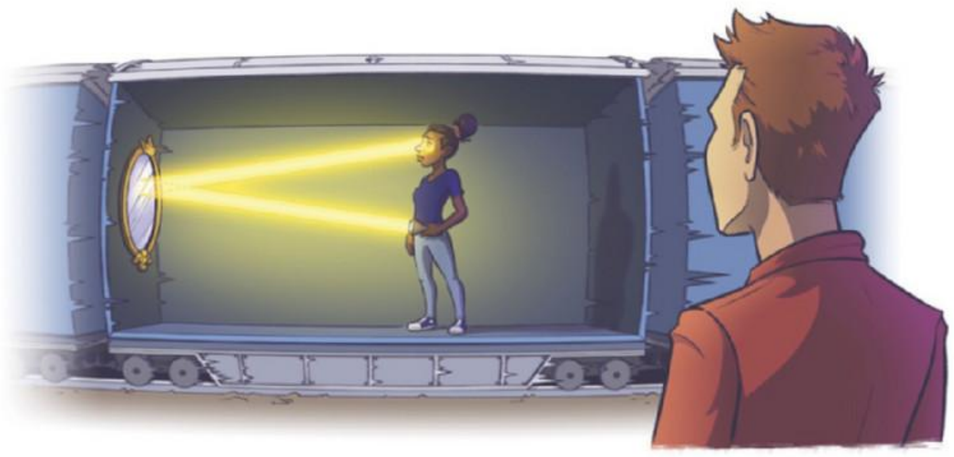
TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN						
	K3.4.1	K3.4.2	K3.4.3	K3.4.4	K3.1.3*	K3.3.3*	V2.5*
Onthouden							
Begrijpen	32b		29				
Toepassen	32a, 33ab, 34b	30, 32ceg, 33c, 35ab		31	34a	32f	32d
Analyseren		35c					

* Dit leerdoel vind je in een eerdere paragraaf of is een algemeen leerdoel.

'Relativiteit' is eigenlijk een vreemde naam voor de nieuwe beschrijving van ruimte en tijd die Einstein gaf. De oude theorie had al een relativiteitsbeginsel. Ook toen al was de positie die je meet niet voor alle waarnemers hetzelfde. In de oude theorie is de lichtsnelheid echter voor iedereen anders. Deze wordt absoluut in Einsteins nieuwe beschrijving.
Er is ook een grootheid die absoluut was in de oude theorie en die in Einsteins theorie relatief wordt. Dat is de tijd. De lorentztransformatie vervangt de galileitransformatie en zorgt dat aan de postulaten van Einstein wordt voldaan.

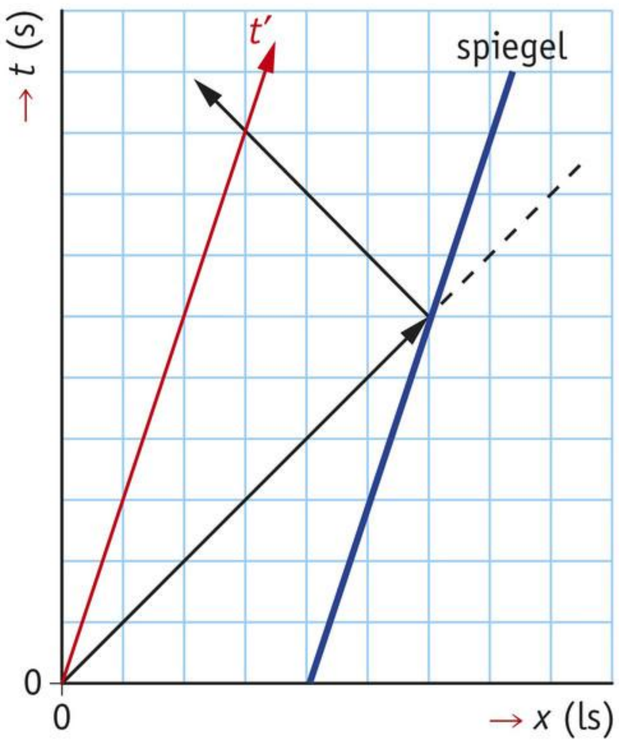
GELIJKTIJDIGHEID EN RUIMTETIJDDIAGRAMMEN

In paragraaf 1 ben je een ruimtetijddiagram voor de galileitransformatie tegengekomen. De t'-as was naar rechts gekanteld voor een voorwerp met een positieve snelheid. Deze t'-as noem je de wereldlijn van dit voorwerp. Tijden die je in dit ruimtetijddiagram afleest zijn voor de stilstaande en bewegende waarnemer gelijk. Afstanden zijn verschillend, lengten van voorwerpen blijven gelijk.
In de vorige paragraaf heb je gelezen dat tijden *niet* gelijk zijn voor waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen. Ook lengten veranderen. De vraag is hoe een ruimtetijddiagram eruitziet in de theorie van Einstein. Daarvoor kun je het volgende gedachte-experiment doen. Stel je een wagon van een trein voor: aan de ene kant staat een persoon met een zaklamp, aan de andere kant staat een spiegel verticaal opgesteld (figuur 23).

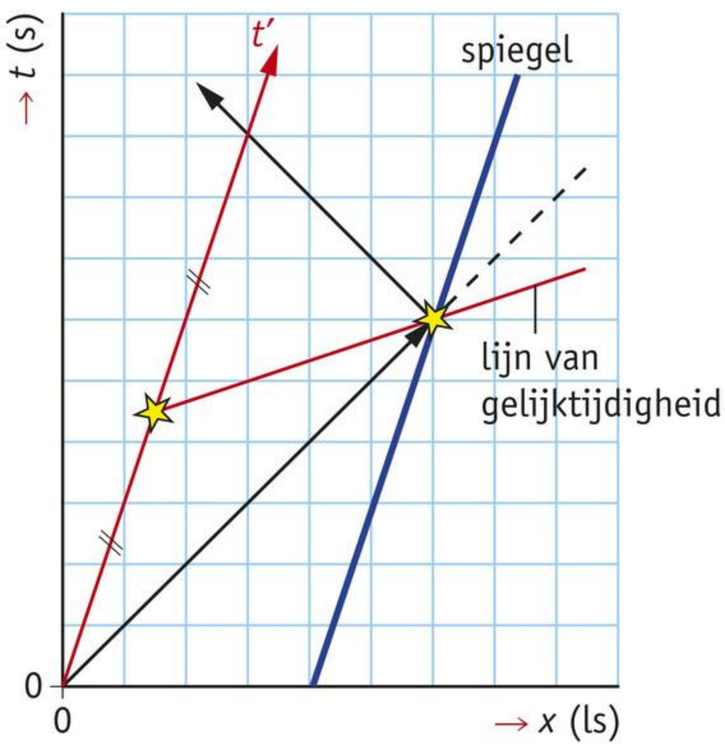


figuur 23 Persoon met zaklamp en spiegel in een wagon.

Op $t = 0$ stuurt de persoon een lichtpuls op de spiegel af, de puls weerkaatst en keert terug naar de persoon. Vanuit een persoon die langs het spoor staat ziet het ruimtetijddiagram eruit zoals in figuur 24. De rode t'-as is de wereldlijn van de persoon, de blauwe die van de spiegel. Omdat de lichtsnelheid voor alle waarnemers gelijk is (Einsteins tweede postulaat) is de wereldlijn van de lichtpuls heen en terug gelijk. Die loopt diagonaal, vanwege de keuze van eenheden langs de assen.
Ergens op het rode lijnstuk is er een moment dat gelijk valt met het weerkaatsen van de lichtpuls tegen de spiegel. Vanuit de persoon in de wagon gezien moet dat precies halverwege zijn: de heen- en terugreis zijn immers even lang. Je kunt dit punt met een ster weergeven (figuur 25). Het spiegelen van de puls is een gebeurtenis die je ook kunt intekenen met een ster. De lijn die de twee gebeurtenissen verbindt (de sterren) zijn dus allemaal gebeurtenissen die volgens de persoon in de wagon gelijktijdig plaatsvinden.
Vanuit $t' = 0$ kun je ook een lijn van gelijktijdigheid tekenen, parallel aan de lijn door de twee sterren. Volgens de persoon in de wagon geldt voor alle gebeurtenissen op die lijn dat ze een andere positie hebben, maar hetzelfde tijdstip. Dat is precies wat de betekenis is van de x'-as: punten in de ruimte met tijdstip $t' = 0$. Het ruimtetijddiagram wordt dan zoals in figuur 26.



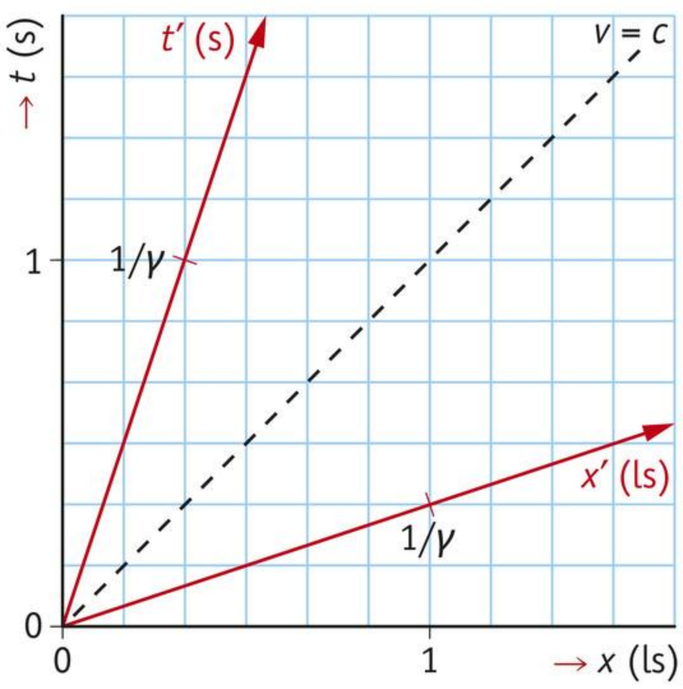
figuur 24 Ruimtetijddiagram voor een persoon en spiegel in een wagon.



figuur 25 Het moment dat de lichtpuls weerspiegelt.

Figuur 26 is hoe je volgens de theorie van Einstein een ruimtetijddiagram moet tekenen. Er is altijd een recht assenstelsel (t en x) van een stilstaande waarnemer en een schuin assenstelsel (t' en x') van een waarnemer die beweegt ten opzichte van de eerste. Merk verder op:

- De lijn voor $v = c$ is de bissectrice van de t'-as en de x'-as: deze lijn deelt de hoek tussen beide assen precies in tweeën.
- Als er 1 s is verstreken op de t-as, dan is er volgens de stilstaande waarnemer $\frac{1}{\gamma}$ s verstreken in het bewegende stelsel. Dat volgt uit het principe van tijdrek.
- Een voorwerp met een lengte van 1 ls heeft een lengte van $\frac{1}{\gamma}$ ls als het meebeweegt met het schuine stelsel. Dat volgt uit het principe van lengtekrimp.



figuur 26 Volledig ruimtetijddiagram met assen en schaalverdeling.

Hoe je nu tijden en posities afleest in een ruimtetijddiagram volgens Einstein lees je in voorbeeldopdracht 2.

Voorbeeldopdracht 2

In figuur 27 zie je het ruimtetijddiagram voor Sterre die met een snelheid van $\frac{3}{5}c$ ten opzichte van Albert beweegt.

a Toon met een bepaling aan dat Sterre inderdaad met een snelheid van $\frac{3}{5}c$ ten opzichte van Albert beweegt.

b Leg uit dat de diagonale lijn voor zowel Albert als Sterre overeenkomt met een voorwerp dat met de lichtsnelheid beweegt.

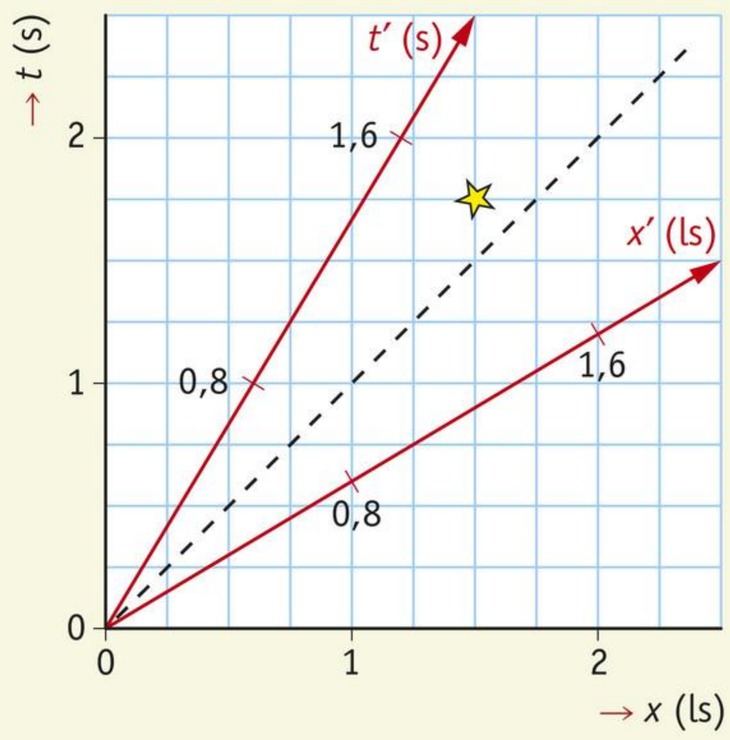
Ergens in de ruimte ontploft op een bepaald moment een ster, aangegeven met een ster in figuur 27.

c Bepaal de ruimtetijdcoördinaten van deze gebeurtenis: volgens Albert en volgens Sterre.

Op t = 1,5 s schijnt Albert met een zaklamp in de richting van Sterre.

d Leg met behulp van het ruimtetijddiagram in figuur 27 uit wat er volgens Albert het eerst gebeurt: het aangaan van de zaklamp of het ontploffen van de ster.

e Leg met behulp van het ruimtetijddiagram in figuur 27 uit of Sterre het met Albert eens is.



figuur 27 Ruimtetijddiagram van Sterre en Albert.

a **Gegevens** Lees een punt af op de wereldlijn van Sterre om de verplaatsing s en de verstreken tijd t te bepalen:
t = 1,25 s
s = 0,75 ls = 0,75 s × c

Formule $v = \frac{s}{t}$

Uitwerking

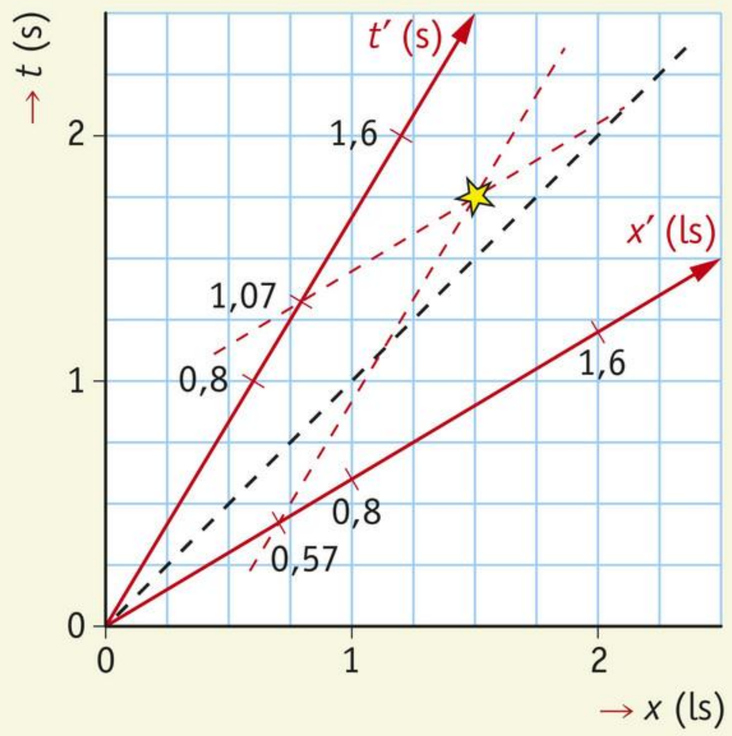
$$v = \frac{s}{t} = \frac{0{,}75 \times c}{1{,}25} = \frac{3}{5} \times c$$

b Voor elk punt op de diagonale lijn geldt dat er per seconde precies één lichtseconde wordt afgelegd. Een lichtseconde is de afstand afgelegd door een voorwerp dat met de lichtsnelheid beweegt in een seconde. Dus de snelheid komt inderdaad overeen met de lichtsnelheid. Bovendien geldt dat voor beide assenstelsels: Albert en Sterre nemen dus beiden een voorwerp waar dat met de lichtsnelheid beweegt.

c Voor de coördinaten die Albert afleest gebruik je het rechte assenstelsel zoals je gewend bent:
t_{ster} = 1,75 s en x_{ster} = 1,50 ls
Voor de t'-coördinaat die Sterre afleest trek je eerst een lijn parallel aan de x'-as door de gebeurtenis (de ster, zie figuur 28). Lees vervolgens het snijpunt met de t'-as af:
t'_{ster} = 1,07 s
Voor de x'-coördinaat die Sterre afleest doe je iets soortgelijks, maar dan met een lijn parallel aan de t'-as (zie figuur 28):
x'_{ster} = 0,57 ls

d Op t = 1,5 s zet Albert zijn zaklamp aan. In opdracht c heb je bepaald dat de ster volgens Albert ontploft op t_{ster} = 1,75 s. Dus volgens Albert gaat eerst de zaklamp aan, dan pas ontploft de ster.

e Het gemakkelijkst is om je geodriehoek langs de x'-as te leggen en parallel daaraan op te schuiven naar boven. Je komt dan eerst de gebeurtenis tegen van de ontploffende ster. Iets daarboven kom je de gebeurtenis tegen van de zaklamp die aangaat. Conclusie: volgens Sterre ontploft eerst de ster, dan pas gaat de zaklamp aan.



figuur 28 Bepalen van de t' en x'-coördinaten.

Uit voorbeeldopdracht 2 blijkt dat de manier van posities en tijdstippen meten voldoet aan het tweede postulaat van Einstein. Alle waarnemers die ten opzichte van elkaar met constante snelheid bewegen, meten dezelfde lichtsnelheid. Er is wel een prijs betaald. De twee waarnemers zijn het wel eens over de waarde voor de lichtsnelheid, maar niet over het tijdstip en de positie van een gebeurtenis. Voor de positie was dat al zo in de oude theorie. De posities gemeten door twee waarnemers hadden niet dezelfde waarde, maar moesten via een galileitransformatie aan elkaar worden doorgegeven. Nu moeten waarnemers ook het tijdstip van een gebeurtenis via een transformatie aan elkaar doorgeven.

DE LORENTZTRANSFORMATIE

De nieuwe manier waarop de ene waarnemer de posities en tijdstippen vertaalt voor de ander, noem je de **lorentztransformatie**. De verbanden worden gegeven door:

$x' = \gamma \cdot (x - v \cdot t)$

$t' = \gamma \cdot \left(t - \frac{v \cdot x}{c^2}\right)$

Als je de tijd in seconde, de positie in lichtseconde en de snelheid in eenheden c uitdrukt, dan wordt de tweede transformatie eenvoudiger:

$t' = \gamma \cdot (t - v \cdot x)$

Voorbeeldopdracht 3

In voorbeeldopdracht 2 bewoog Sterre met een snelheid van $\frac{3}{5}c$ ten opzichte van Albert. Op $t = 1{,}75$ s ontploft een ster op $x = 1{,}5$ ls.
Bereken met behulp van de lorentztransformatie de coördinaten die Sterre van deze gebeurtenis bepaalt. Vergelijk je antwoord met de bepaling uit voorbeeldopdracht 2.

Gegevens

$v = \frac{3}{5}c$

$t = 1{,}75$ s

$x = 1{,}5$ ls

Formules

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$x' = \gamma \cdot (x - v \cdot t)$

$t' = \gamma \cdot (t - v \cdot x)$

Uitwerking

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}} = 1{,}25$

$x' = \gamma \cdot (x - v \cdot t) = 1{,}25 \times (1{,}5 - \frac{3}{5} \times 1{,}75) = 0{,}56$ ls

$t' = \gamma \cdot (t - v \cdot x) = 1{,}25 \times (1{,}75 - \frac{3}{5} \times 1{,}5) = 1{,}06$ s

In voorbeeldopdracht 2 is afgelezen: $x' = 0{,}57$ ls en $t' = 1{,}07$ s. Binnen de afleesnauwkeurigheid zijn die waarden gelijk aan de waarden hier berekend.

De formules van de galileitransformatie volgen uit die van de lorentztransformatie als v klein is vergeleken met de lichtsnelheid c. In dat geval kun je overal waar in de lorentztransformatie een factor $\frac{v}{c}$ voorkomt deze op 0 stellen. Je krijgt dan weer gewoon de galileitransformaties. Dat klopt ook wel met het diagram, want als v klein is, zijn de assen maar een heel klein beetje gedraaid en zijn de afstanden die je langs de x-as en de x'-as meet bijna gelijk en dat geldt ook voor de tijden langs de t-as en de t'-as.

Onthoud

- In de nieuwe theorie van Einstein is zowel de positie als de tijd van een gebeurtenis verschillend voor waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen.
- Een bewegende waarnemer heeft in een ruimtetijddiagram een andere positieas en een andere tijdas dan een stilstaande waarnemer.
- Met de lorentztransformatie worden coördinaten van het ene referentiestelsel vertaald in coördinaten van het andere referentiestelsel.

OPDRACHTEN ▸ Basis

29 Absoluut of relatief?

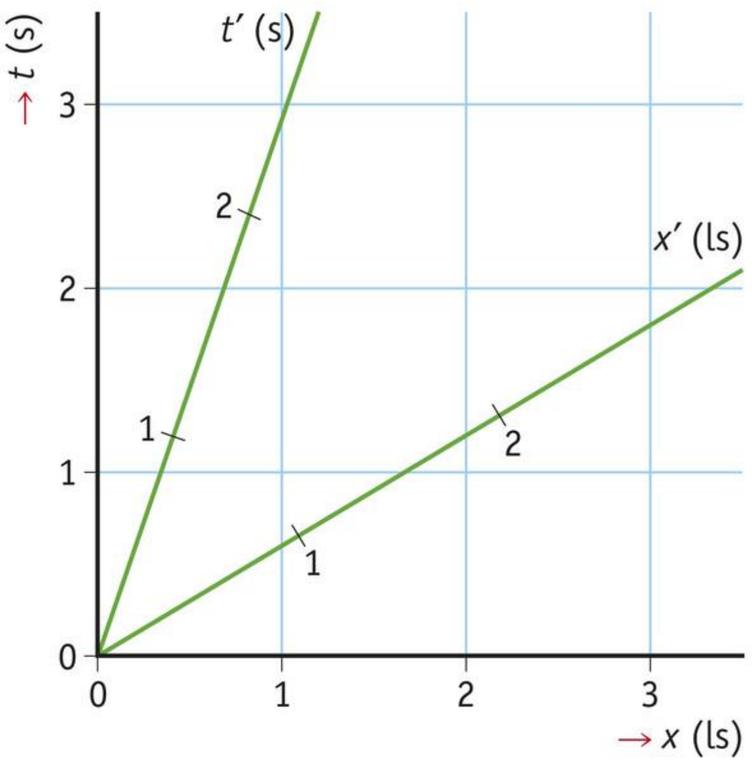
In de oude en de nieuwe theorie zijn verschillende zaken absoluut dan wel relatief.
Neem de tabel over en noteer op de juiste plekken 'relatief' of 'absoluut'.

	Galilei – Huygens – Newton	Lorentz – Einstein
positie		
tijd		
snelheid		
lichtsnelheid		

30 Diagram aflezen

Gebruik bij deze opdracht figuur 29.
Hierna worden coördinaten gegeven. Lees steeds af wat de coördinaten zijn die gelden voor de andere waarnemer. Geef je antwoord in één decimaal.
Dit doe je door vanuit de gegeven punten stippellijnen parallel aan de t'-as en x'-as te tekenen en de coördinaten langs die assen af te lezen. Zie ook voorbeeldopdracht 2.

a $x = 0$ ls; $t = 0$ s
b $x = 2$ ls; $t = 2$ s
c $x = 2$ ls; $t = 1$ s
d $x = 1$ ls; $t = 2$ s
e $x' = 0$ ls; $t' = 0$ s
f $x' = 2$ ls; $t' = 2$ s



figuur 29 Een gebeurtenis volgens twee waarnemers.

31 Lorentztransformatie

Twee waarnemers geven coördinaten van verschillende gebeurtenissen aan elkaar door. De relatieve snelheid van de waarnemers bedraagt $v = 0{,}5 \cdot c$.
Bereken de waarden van x' en t' voor de volgende gebeurtenissen. Geef je antwoord steeds in twee decimalen.

a $x = 0$ ls; $t = 0$ s
b $x = 2$ ls; $t = 2$ s
c $x = 2$ ls; $t = 1$ s
d $x = 1$ ls; $t = 2$ s

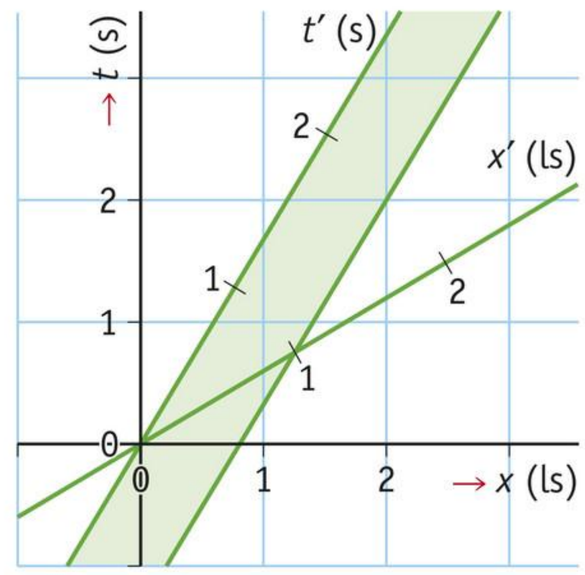
C 32 Lengtekrimp in diagram

Bekijk het ruimtetijddiagram in figuur 30.

a Bepaal hoe snel het groene (x',t')-stelsel beweegt ten opzichte van het zwarte (x,t)-stelsel.

De groene strook stelt een enorme meetlat voor.

b Met welk stelsel beweegt deze lat mee?
c Wat is de lengte van deze meetlat volgens een waarnemer in dit stelsel, uitgedrukt in lichtseconde?
d Hoe groot is die lengte, uitgedrukt in kilometer?
e Bepaal in het diagram de lengte van de meetlat zoals een waarnemer in het andere stelsel die waarneemt.
f Bereken met behulp van je antwoord op opdracht a de waarde van γ.
g Leg uit of de antwoorden op opdracht e en f overeenstemmen.



figuur 30 Ruimtetijddiagram met meetlat.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

33 Diagram tekenen

In ruimtetijddiagrammen kun je posities, tijden, lengten en tijdsduren aflezen.

a Teken een ruimtetijddiagram voor twee waarnemers A en B. B beweegt met snelheid $0{,}6c$ ten opzichte van A.
b Teken als een balk een meetlat van lengte 1 ls in het stilstaande stelsel.
c Bepaal de lengte van deze meetlat zoals waargenomen door waarnemer B.

34 Galilei versus Lorentz

In figuur 10 zijn de nieuwe assen na een galileitransformatie getekend voor een waarnemer die in dezelfde richting als het licht beweegt. In figuur 26 is hetzelfde gebeurd, maar nu voor een lorentztransformatie. Beschouw nu een waarnemer die met snelheid $\frac{1}{3} \cdot c$ in tegenovergestelde richting beweegt als het licht.

a Teken het diagram voor de bijbehorende galileitransformatie.

b Teken het diagram voor de bijbehorende lorentztransformatie.

★ 35 Kleine snelheden, kleine hoeken

De hoek waarover de assen naar binnen draaien in een ruimtetijddiagram is meestal heel klein.

a Hoeveel graden draaien de assen als de ene waarnemer wegrent van de andere met een snelheid van 3,0 m s^{-1}?
Tip: als je de hoek uitdrukt in radialen en de hoek is klein, dan geldt:
$\tan \alpha \approx \alpha$, $\sin \alpha \approx \alpha$ en
$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx \sqrt{1 - \alpha^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha^2$

Bekijk nu een straaljager met een snelheid van 300 m s^{-1}. Reken met een afmeting van het ruimtetijddiagram van 10 cm bij 10 cm. Een punt op de t'-as bevindt zich dan op je papier op 10 cm hoogte op een bepaalde afstand naar rechts.

b Bereken of dat stukje naar rechts meer of minder dan een micrometer groot is.

c Bij welke snelheid is het stukje naar rechts 1,0 mm groot?

5 MAGNETISME, MASSA EN LICHT

Leerdoelen

K3.5.1 Je kunt uitleggen dat wat voor de ene waarnemer een magnetisch veld is, voor een andere waarnemer een elektrisch veld kan zijn.
K3.5.2 Je kunt berekeningen maken met de relativistische energie.
K3.5.3 Je kunt uitleggen waarom licht alleen met de lichtsnelheid kan bewegen.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN				
	K3.5.1	K3.5.2	K3.5.3	3.4.1*	V2.5*
Onthouden					
Begrijpen	37a, 39d	36, 40ac	39ab		
Toepassen	37bc, 40e	39c, 40df, 41acde	38a	40b, 41b	38b
Analyseren		41g, 42		41f	

* Dit leerdoel vind je in een eerdere paragraaf of is een algemeen leerdoel.

De beschrijving van bewegingen uit de vorige paragraaf is fundamenteel belangrijk, maar in de praktijk alleen van belang bij snel bewegende deeltjes of satellieten. Toch reiken de consequenties van de relativiteit verder dan deze bijzondere situaties waarbij tijdrek en lengtekrimp een rol spelen. Er is een relatie met magnetisme, met het verband tussen massa en kinetische energie van deeltjes, en met de eigenschappen van licht.

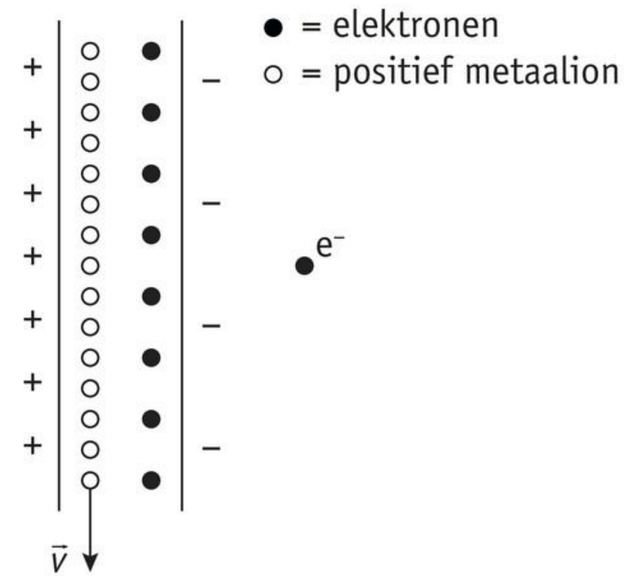
MAGNETISME

De manier waarop je magnetische effecten ziet, hangt af van het referentiestelsel waarin je je waarnemingen doet. Dat wordt geïllustreerd door het volgende voorbeeld. In een bepaalde stroomdraad bewegen de elektronen omhoog, de stroom is dus omlaag (figuur 31). Een los elektron beweegt, parallel aan de draad, ook omhoog en met dezelfde snelheid als de elektronen in de draad. Op het elektron werkt de lorentzkracht ten gevolge van het magnetisch veld B rond de draad. De grootte daarvan is $F_L = B \cdot q \cdot v$ en de richting is naar de draad toe.

figuur 31 Links een stroomdraad waarin de stroom omlaag loopt; rechts een bewegend elektron.

Vanuit het elektron beschouwd lijkt de situatie anders (figuur 32). In het meebewegende referentiestelsel is de snelheid van het elektron gelijk aan nul. Als je nu de formule voor de lorentzkracht gebruikt, is de uitkomst gelijk aan nul! Dat kan niet het eind van het verhaal zijn. Het kan niet zo zijn dat er in het ene stelsel een aantrekkende kracht is en in het andere stelsel niet. Ofwel beide waarnemers zien het elektron naar de draad toegaan, ofwel ze zien dat allebei niet.

De oplossing van deze paradox zit erin dat een voorwerp krimpt als het ten opzichte van jou beweegt. Het losse elektron ziet *geen* lengtekrimp voor de elektronen in de draad, want die bewegen met het losse elektron mee. Maar vanuit het elektron gezien beweegt het positieve metaalrooster van de draad naar beneden met snelheid v. Dat is dus *wel* gekrompen en ... heeft daardoor een grotere ladingsdichtheid, meer lading per volume, dan de elektronen. Het losse elektron ziet in zijn referentiestelsel de draad dus als positief geladen. En die positieve draad trekt het elektron aan! Zo wordt een magnetisch effect dat de ene waarnemer ziet (er is een stroomsterkte, daardoor een magneetveld, daardoor een lorentzkracht) een elektrisch effect voor een andere waarnemer (de draad is positief geladen en trekt het negatieve elektron aan).



figuur 32 De situatie uit figuur 31, maar nu gezien vanuit het referentiestelsel van het losse elektron.

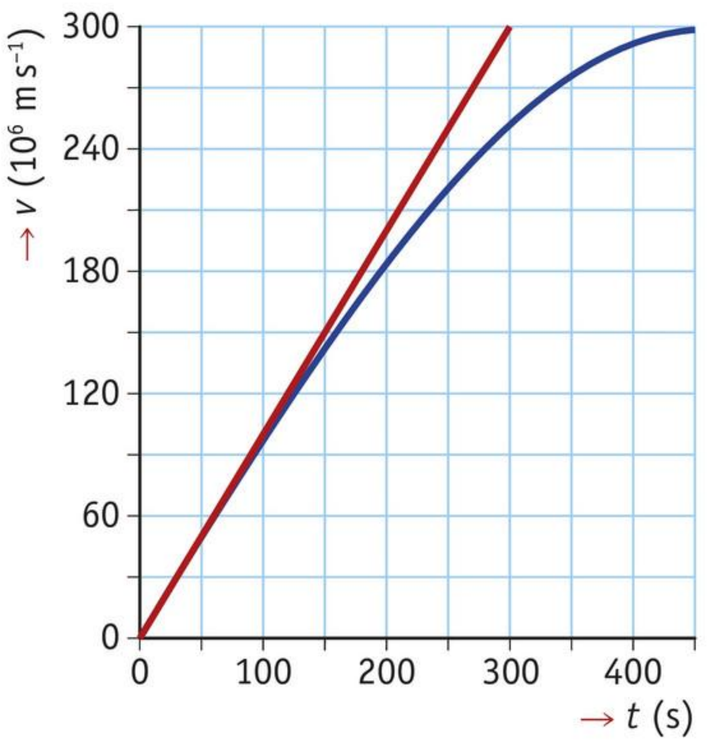
MASSA, ENERGIE EN IMPULS

Ook de massa die je aan een voorwerp toekent, hangt af van de snelheid waarmee dat voorwerp ten opzichte van jou beweegt. Als je op een voorwerp voortdurend een constante kracht uitoefent, neemt de snelheid toe. De steilheid in een (v,t)-diagram is de versnelling, die wordt gegeven door $a = \frac{F}{m}$. Dat is de steilheid van de rechte lijn in figuur 33.

Als de snelheid sterk toeneemt, blijft die versnelling echter niet constant. De maximale snelheid die je in welke situatie dan ook in het heelal kunt waarnemen is namelijk de lichtsnelheid. De grafiek moet wel steeds minder steil worden, aangezien de snelheid niet voorbij die limietwaarde kan. Als de snelheid van het voorwerp heel dicht bij de lichtsnelheid is gekomen, is de steilheid van de grafiek heel klein. Maar de kracht die wordt uitgeoefend is nog steeds constant. Dat betekent dat de massa van het snelle deeltje toeneemt. Die veranderende massa wordt aangegeven met m'. Als je een voorwerp ziet bewegen met een grote snelheid is de m' in $a = \frac{F}{m}$ dus heel groot. De massa die je waarneemt hangt af van hoe snel je het voorwerp ziet bewegen.

Dat is het kwalitatieve beeld. De formule die erbij hoort, is:

$m' = \gamma \cdot m$



figuur 33 Het wordt steeds moeilijker een deeltje meer snelheid te geven.

Hierin is m de **rustmassa**: dat is de waarde van de massa die iemand die met dezelfde snelheid meebeweegt met het voorwerp zal meten. m' is de waargenomen massa van een voorwerp dat ten opzichte van de waarnemer beweegt. Een ten opzichte van jou bewegend voorwerp reageert alsof het zwaarder is dan een ten opzichte van jou stilstaand voorwerp. De massa m' is verschillend voor verschillende waarnemers. Dat zie je doordat er een v in de formule voorkomt.
Je kunt de massa m' met de constante c^2 vermenigvuldigen. Je krijgt dan een grootheid met de dimensie Nm, die de energie E wordt genoemd.

Formule

De formule voor de relativistische energie E is:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2$$

Hierin is:
- E de relativistische energie in joule (J);
- γ (gamma, geen eenheid);
- m de massa in kilogram (kg);
- c de lichtsnelheid in meter per seconde ($\mathrm{m\,s^{-1}}$).

Een waarnemer die meebeweegt met het voorwerp meet de **rustenergie** $E = m \cdot c^2$. De extra energie ten opzichte van de rustenergie noem je de kinetische energie $E_{kin,rel} = (\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2$. De waarde hiervan is dus afhankelijk van welke waarnemer over de energie rapporteert, net als de waarde van het verband $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ in de klassieke mechanica. Maar het verband $E_{kin,rel} = (\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2$ is anders voor grote snelheden.

PRACTICUM 2 Massa en energie

LICHT

Als je uitgaat van de formule $E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, kun je drie dingen opmerken:

- Als een deeltje met een rustmassa m zou bewegen met de lichtsnelheid, wordt de noemer van de formule voor de energie $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0$, en delen door 0 wordt oneindig.

  Dus een deeltje met een massa die groter is dan 0 *kan niet met de lichtsnelheid bewegen*. Daarvoor zou een oneindige hoeveelheid energie nodig zijn. Je zou een constante kracht over een oneindig lange afstand moeten uitoefenen, omdat je steeds langzamer de lichtsnelheid nadert. De arbeid is dan oneindig groot. Die energie kan nooit worden geleverd.

- Toch kan er wel energie worden getransporteerd met de lichtsnelheid. Licht heeft duidelijk energie: je kent zonnepanelen, fotosynthese, je weet dat een fossiele brandstof een vorm van opgeslagen zonne-energie is. Je voelt de zon op je huid. Voor licht weet je dat $v = c$. Dat kan alleen als ook $m = 0$; dan staat er in de formule voor de energie $\frac{0}{0}$ en dat is niet gedefinieerd (dus niet oneindig). Alle deeltjes die bewegen met de lichtsnelheid, zoals fotonen, hebben dus rustmassa nul.
- Die laatste constatering geldt ook andersom: als een deeltje rustmassa nul heeft, kan het alleen met de lichtsnelheid energie transporteren. Want anders is de uitkomst van $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$ gelijk aan nul.

De formule voor de relativistische energie kun je dus niet gebruiken voor fotonen. Daarvoor geldt de formule uit de quantummechanica: $E_f = h \cdot f$, met f de frequentie van het licht.

Onthoud

- Als een deeltje een lorentzkracht ondervindt doordat het een snelheid heeft in een magneetveld, ervaart het in zijn ruststelsel een elektrische kracht.
- De massa van een ten opzichte van jou bewegend voorwerp zie je als $\gamma \cdot m$, met m de rustmassa.
- De relativistische energie is gelijk aan: $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$. Als $v = 0$ wordt dit: $E_0 = m \cdot c^2$, de rustenergie. De relativistische *kinetische* energie is gelijk aan het verschil tussen de relativistische energie en de rustenergie: $E_{kin,rel} = (\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2$
- Deeltjes met rustmassa ongelijk aan nul bewegen langzamer dan de lichtsnelheid.
- Deeltjes met rustmassa nul bewegen met de lichtsnelheid, deeltjes die met de lichtsnelheid bewegen hebben rustmassa nul.

OPDRACHTEN ▸ Basis

36 **Massa en energie**

In de klassieke en de relativistische theorie zijn verschillende zaken absoluut dan wel relatief.
Neem de tabel over en noteer op de juiste plekken ‘relatief’ of ‘absoluut’.

	Galilei – Huygens – Newton	Lorentz – Einstein
massa		
kinetische energie		

37 Relatief magnetisme

a Leg uit hoe je aan de formule voor de lorentzkracht op een geladen deeltje kunt zien dat die lorentzkracht relatief is, dus voor verschillende waarnemers een verschillende grootte heeft.

In het voorbeeld van figuur 31 geldt dat de lorentzkracht $F_L = B \cdot q \cdot v$ groter is als de snelheid van het elektron groter is. Vanuit een stelsel dat meebeweegt met het elektron gezien, zal het magnetisch effect eruitzien als een elektrische aantrekking.

b Leg uit dat ook dit effect groter is bij een grotere snelheid.

c Leg uit of magnetische effecten groter, kleiner of gelijk zouden zijn als de lichtsnelheid veel kleiner zou zijn.

38 Eenheid van massa

Volgens Einstein zijn rustenergie en massa van twee kanten van dezelfde medaille. Het verschil in grootheid wordt veroorzaakt door de factor c^2 in de formule $E = m \cdot c^2$. Omdat de lichtsnelheid voor *iedereen* gelijk is, kan er nooit verwarring ontstaan over wat de massa en dus rustenergie van een deeltje is.

a Bereken de rustenergie van een proton in zes significante cijfers in joule.

b Reken je antwoord om naar MeV en controleer je uitkomst met behulp van *BiNaS*.

C 39 Fotonen en protonen

Fotonen zijn de quanta van het elektromagnetisch veld. Ze bewegen met de lichtsnelheid en hebben geen massa.

a Leg met behulp van de formule voor de relativistische energie uit dat een deeltje dat met de lichtsnelheid beweegt geen massa *kan* hebben.

In veel deeltjesversnellers worden protonen tot vrijwel de lichtsnelheid versneld. Bijvoorbeeld tot 99,999% van de lichtsnelheid.

b Leg uit dat dit niet in tegenspraak is met de uitspraak dat deeltjes met massa niet met de lichtsnelheid kunnen bewegen.

c Bereken de energie in TeV van een proton dat met deze snelheid ten opzichte van jou beweegt. Geef je antwoord in twee significante cijfers.

De protonen worden in een cirkelvormige buis gehouden door magneetvelden opgewekt door stroomvoerende spoelen.

d Leg uit welke kracht de protonen ondervinden gezien vanuit het stelsel van de protonen.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

40 Een beroemde formule

Zowel in de klassieke theorie als in de relativistische theorie neemt de energie van een materiedeeltje toe als de snelheid toeneemt.

a Leg uit hoe je dat aan de formules ziet.

b Teken de grafiek van de klassieke kinetische energie (in eenheden kg c^2) als functie van de snelheid (in eenheden c).

c Leg uit wat de totale energie $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$ van een deeltje wordt volgens een waarnemer die meebeweegt met een deeltje.

d Teken de grafiek van de relativistische kinetische energie (in eenheden kg c^2) als functie van de snelheid (in eenheden c).

e Bereken het procentuele verschil tussen de klassieke en de relativistische waarde van de kinetische energie wanneer de snelheid gelijk is aan de helft van de lichtsnelheid. Reken weer met $m = 1$ kg en druk de snelheid uit in eenheden c.

Voor lage snelheden geldt: $\gamma \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$

f Vul dit in $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$ in en leg uit wat de betekenis is van de uitkomst.

41 Energie omzetten

Een elektron wordt versneld in een deeltjesversneller.

a Bereken bij welke snelheid de energie het dubbele is van de rustenergie.

b Bereken de snelheid van een elektron dat is versneld door een spanning van 10 V volgens de klassieke formule voor kinetische energie.

c Doe dit ook via $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$. Gebruik zo nodig dat voor lage snelheden geldt: $\gamma \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$

d Bereken hoeveel spanning je nodig hebt om het elektron een snelheid te geven van $v = 0{,}50\ c$.

e Bereken hoeveel spanning je nodig hebt om het elektron tot 99% van de lichtsnelheid te versnellen.

f Leg uit dat voor lage snelheden geldt dat een vier keer zo grote spanning leidt tot een twee keer zo hoge snelheid.

g Leg uit waarom dat voor hoge snelheden niet meer zo is.

★ 42

Temperatuur

Bij een hogere temperatuur bewegen deeltjes sneller. De absolute temperatuur is evenredig met de gemiddelde kinetische energie van de deeltjes.
Ruud beweert: “Er is een maximale temperatuur, want de snelheid v in $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ is maximaal gelijk aan c.”

a Leg uit waarom Ruuds redenering niet klopt.

b Is er een maximaal mogelijke temperatuur als je de juiste formule gebruikt?

AFSLUITING

In dit hoofdstuk heb je geleerd hoe ruimte en tijd zich gedragen volgens de theorie van Einstein. Maak de eindopdrachten en bereid je voor op de toets.

Eindopdrachten

43 Reis naar een ster

Een team van futurologen denkt na over de mogelijkheid meetinstrumenten naar een ster te sturen die op 100 lichtjaar afstand van ons staat. Het zou gaan om een reis van enkele sensoren in een heel lichte capsule. Door vanaf de aarde met een laser tegen het reflecterende oppervlak van de capsule te schijnen, zou de capsule sneller en sneller moeten gaan (figuur 34). Het plan is de sensoren te laten bijhouden wat de positie is door de intensiteit van het zonlicht en de intensiteit van het licht van de andere ster te meten. De eerste waarde wordt steeds kleiner, de tweede steeds groter.



figuur 34 Een capsule die dankzij een laser naar een ster gaat.

Iemand maakt bezwaar: “Zo zou je de positie niet kunnen meten, want dat is volgens het relativiteitsprincipe niet mogelijk, dat wist Galilei al!”

a Leg uit wat er niet klopt aan dit bezwaar.

Iemand zegt: “Als de capsule eenmaal veel vaart heeft, bijvoorbeeld 90% van de lichtsnelheid, dan botst het licht van de laser er minder hard tegenaan. Als je met 120 km h^{-1} botst tegen iemand die 108 km h^{-1} rijdt, heeft dat ook minder effect dan als die voorligger stilstaat.”

b Leg uit waarom dit niet klopt.

Hoewel het licht even hard tegen de capsule blijft botsen, zal de capsule toch een steeds kleinere versnelling krijgen, gezien vanaf de aarde.

c Leg dit uit.

In de capsule zit ook een micro-organisme dat tien jaar leeft. Hoewel de afstand 100 lichtjaar is, zou dit organisme de andere ster nog tijdens zijn leven kunnen bereiken. Dat komt door tijdrek.

d Bereken met welke constante snelheid ten opzichte van de twee stilstaande sterren de capsule moet bewegen zodat het micro-organisme de andere ster nog net tijdens zijn leven bereikt. Geef je antwoord in drie significante cijfers in eenheden *c*.

44 Ruimteschip

Een wetenschapper op aarde stuurt een astronaut in een ruimteschip op reis met een snelheid van 0,90*c*.

a Teken het ruimtetijddiagram voor de wetenschapper op de aarde en de astronaut. Laat de tijd lopen van 0 tot 5 jaar en de plaats van 0 tot 5 lichtjaar.

Op x = 1 lj bevindt zich een ruimtestation. Op t = 2 y stuurt de wetenschapper een lichtsignaal naar het ruimtestation. Op t = 3 y ontvangt de wetenschapper de Nobelprijs voor de natuurkunde. Volgens de wetenschapper gebeurt dat op hetzelfde moment als de tijd waarop het ruimtestation haar signaal heeft ontvangen.

b Leg met behulp van je ruimtetijddiagram het volgende uit:

- De wetenschapper en de astronaut vinden beiden dat het signaal eerst is verstuurd en daarna pas ontvangen door het ruimtestation.
- Vanuit de astronaut gezien ontvangt het ruimtestation eerst het signaal van de wetenschapper en pas daarna ontvangt ze de Nobelprijs.

c Toon hetzelfde aan, maar nu met behulp van de lorentztransformaties.

P 45 Hogere lichtsnelheid

De lichtsnelheid is voor aardse begrippen heel groot. Maar op de schaal van het heelal is dat niet zo. Je kunt in gedachten de lichtsnelheid tien keer groter maken dan in werkelijkheid en bedenken wat er dan gebeurt.

a Beschrijf de gevolgen van deze aanname voor de vraag hoe ver je terugkijkt in de tijd bij astronomische waarnemingen.

In een magnetron ontstaan staande elektromagnetische golven waarvoor geldt: $n \cdot \lambda = 2L$

b Welke twee mogelijke aanpassingen kun je aan een magnetron doen zodat het apparaat toch goed blijft werken bij een hogere lichtsnelheid?

c Welke aanpassing zou je aan antennes van mobiele telefoons moeten doen?

d Leg uit hoe je aan de formules kunt zien dat een voorwerp dat met snelheid v van ons vandaan beweegt, minder tijdrek en lengtekrimp vertoont bij de tien keer zo grote lichtsnelheid dan bij de gewone waarde voor c.

e Leg uit wat er met magneten zou gebeuren als c nog groter zou zijn.

BEREID JE VOOR OP DE TOETS

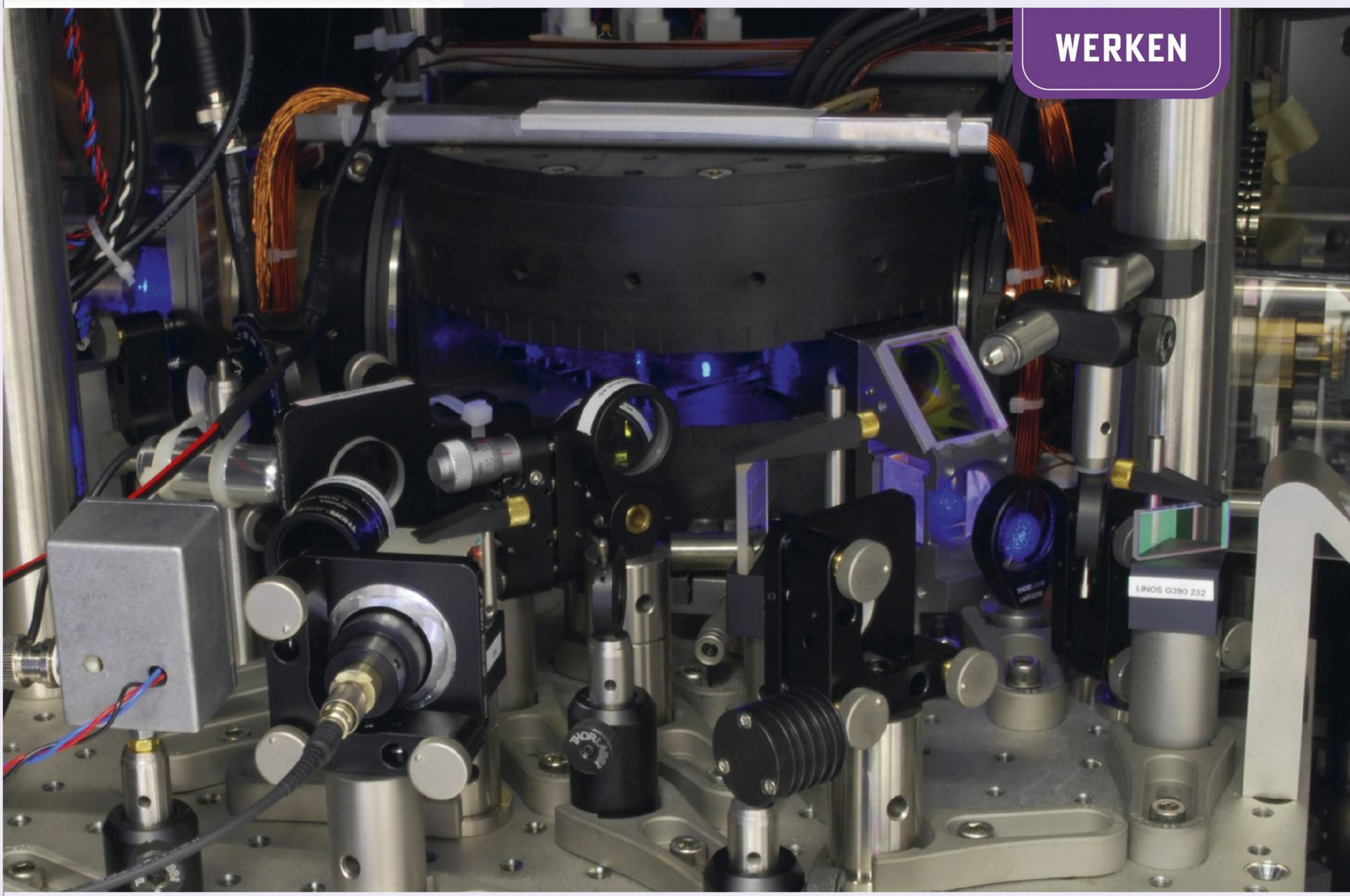
BOEK

- ☐ Neem ‘Onthoud’ door.
- ☐ Maak de eindopdrachten.
- ☐ Maak de opdrachten die je lastig vond nog een keer.
- ☐ Bestudeer de voorbeeldopdrachten.

BEREID JE ONLINE VOOR OP DE TOETS

ONLINE

- ☐ Test je begrip met Test jezelf.
- ☐ Oefen de begrippen met Flitskaarten.



WERKEN

ATOOMKLOKKEN

In de speciale relativiteit van Einstein speelt tijd een centrale rol. Ook de algemene relativiteit van Einstein voorspelt tijdrek, afhankelijk van het gravitatieveld waarin je je bevindt. Bij de lage snelheden waarop mensen zich bewegen is tijdrek maar een klein effect. Om dit effect te kunnen meten heb je extreem nauwkeurige klokken nodig: atoomklokken.

Nauwkeurige klokken zijn niet alleen interessant voor wetenschappers, maar ook voor bedrijven. Want in steeds meer toepassingen is nauwkeurige tijdmeting van belang, zoals in communicatie- en computernetwerken. Met behulp van nauwkeurige klokken kun je bijvoorbeeld het gravitatieveld van de aarde in kaart brengen en daarmee bepalen wat de structuur van de ondergrond is. Daarvoor moeten atoomklokken steeds kleiner en nauwkeuriger worden.
AQuRA is een Europees samenwerkingsverband tussen bedrijven en universiteiten dat werkt aan een klok die op de leeftijd van het heelal nog maar vijf seconden zal afwijken. Het doel is om zo'n klok in een handzaam formaat te maken.

Experimentele atoomklokken nemen nu nog een heel laboratorium in beslag. Daarvoor zijn niet alleen theoretisch en praktisch opgeleide mensen nodig, maar ook mensen met commercieel inzicht. Uiteindelijk moet er natuurlijk ook geld verdiend worden met de atoomklok.



PRACTICA

ONLINE

Bij dit hoofdstuk horen practica, een onderzoek en een praktische opdracht. Deze staan online.

PRACTICA

De practica kun je zelfstandig uitvoeren of onder begeleiding van je docent.

PRACTICUM 1 Fizeau's experiment
Hoe werkte het experiment van Hippolyte Fizeau uit 1851 om de snelheid van licht ten opzichte van een bewegend medium te meten?

PRACTICUM 2 Massa en energie
Op welke manier blijkt de relatie tussen massa en energie in chemische reacties?

PRACTICUM 3 Pseudowetenschap
Op welke manier worden de begrippen uit Einsteins theorie in pseudowetenschap onjuist gebruikt en toegepast?

ONDERZOEKEN EN ONTWERPEN

OPEN ONDERZOEK Recensie
Er zijn veel populairwetenschappelijke boeken geschreven over Einsteins relativiteitstheorie. Kies een boek en schrijf een recensie.

PRAKTISCHE OPDRACHT

PRAKTISCHE OPDRACHT Paradoxen
Binnen de theorie van Einstein zijn er twee beroemde paradoxen: de tweelingparadox en de ladderparadox. Kies een van deze paradoxen, onderzoek wat er niet lijkt te kloppen en ga na waarom er toch geen sprake is van een paradox.

KERN- EN DEELTJES-PROCESSEN

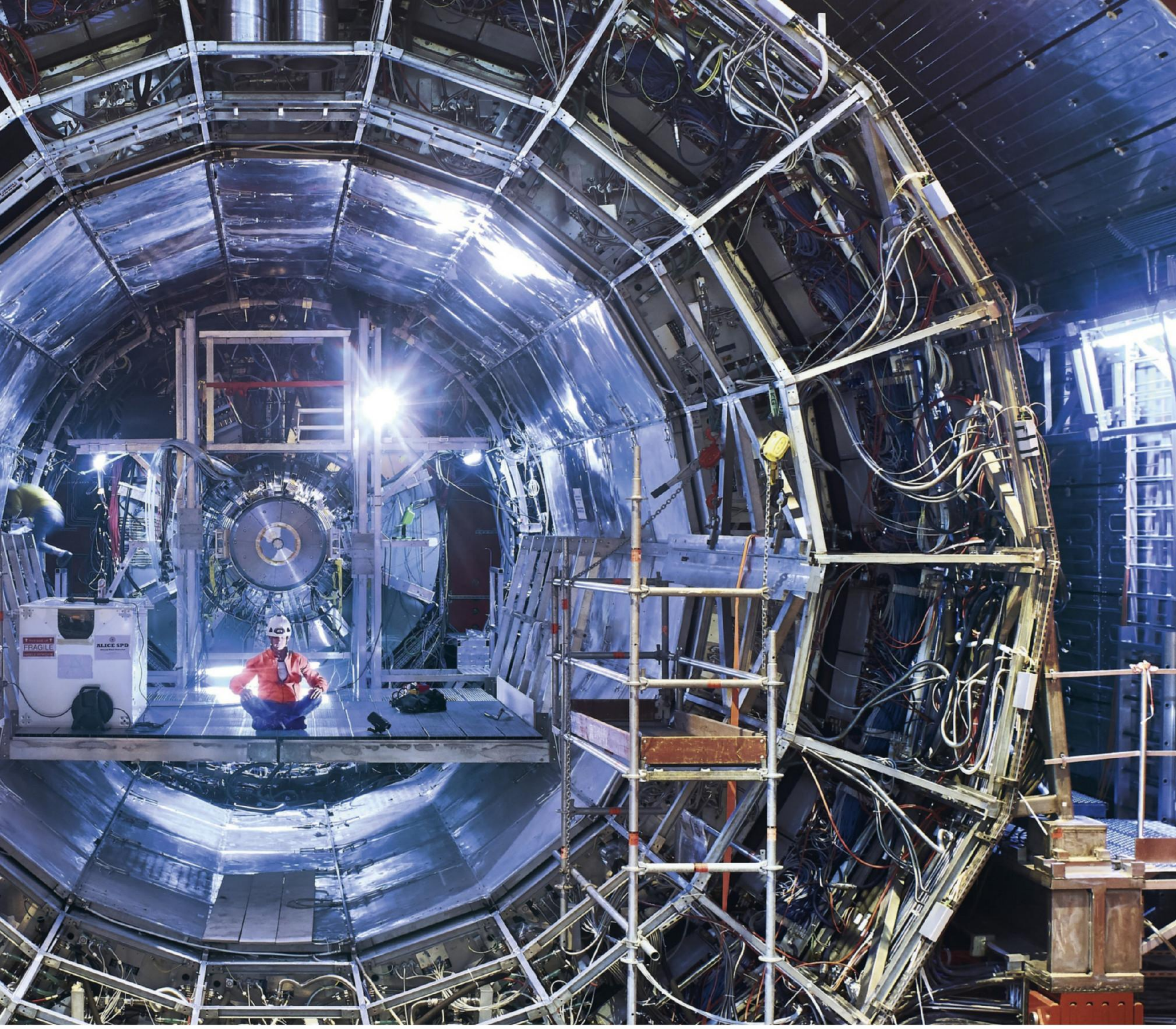
KEUZE

DOMEIN: E Straling en materie ▶ **SUBDOMEIN:** E3 Kern- en deeltjesprocessen

Alle materie is opgebouwd uit elementaire deeltjes. Om deze kleine deeltjes te bestuderen worden enorm grote detectoren gebruikt, zoals de Large Hadron Collider van CERN in Genève. Deze cirkelvormige deeltjesversneller heeft een omtrek van 27 km en bevindt zich ongeveer 100 meter onder de grond.

Onderzoek naar elementaire deeltjes bestaat relatief kort. Het eerste elementaire deeltje is eind negentiende eeuw ontdekt: het elektron. In de daaropvolgende jaren werden het proton en neutron ontdekt en in 1969 werd aangetoond dat deze deeltjes op hun beurt bestaan uit nog kleinere, elementaire deeltjes: quarks. Kennis van de wisselwerking tussen elementaire deeltjes leert je hoe het heelal in elkaar zit, hoe sterren aan hun energie komen en waar kosmische achtergrondstraling vandaan komt.

De resultaten van onderzoek naar kern- en deeltjesprocessen worden toegepast in uiteenlopende domeinen, zoals bij het maken van PET-scans in ziekenhuizen, bij de productie van kernenergie en bij de ontwikkeling van kernfusiereactoren.



PRAKTIJK

Neutrino-astronomie | 148

THEORIE

Voorkennis | 150

1 Subatomaire deeltjes detecteren | 152

2 Deeltjesversnellers | 160

3 Massa en energie | 170

4 Behoudswetten bij deeltjesprocessen | 178

5 Het standaardmodel | 186

Afsluiting | 195

MAATSCHAPPIJ

Werken: Wetenschapsjournalist | 198

BOEK

LESSTOF

Alle teksten, voorbeelden en opdrachten staan ook online in MAX.

OEFENEN

- Test jezelf
- Flitskaarten

AANVULLEND

- Practica, onderzoek en praktische opdracht

ONLINE



NEUTRINO-ASTRONOMIE

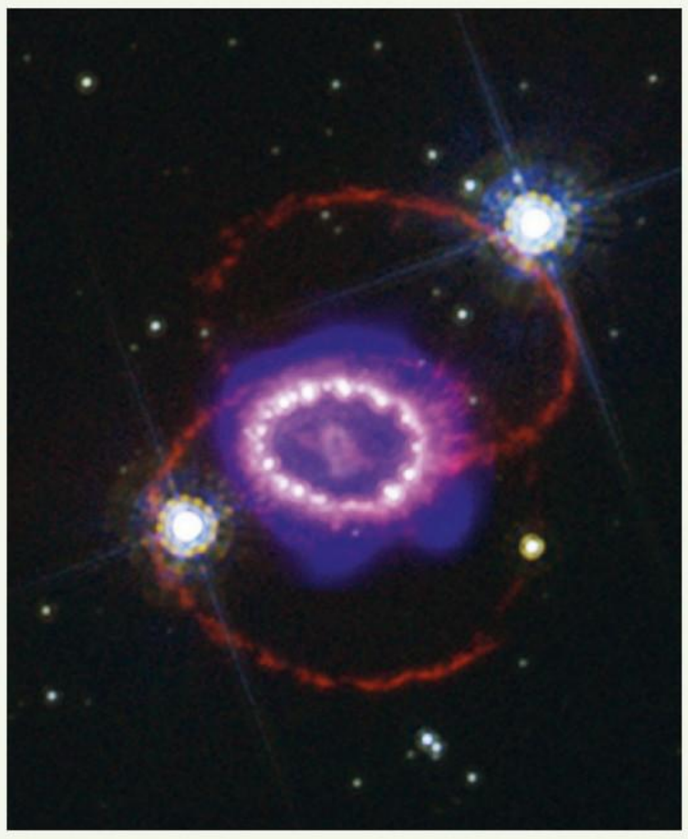
Elke seconde vliegen er zo'n 1012 elementaire deeltjes door je lichaam heen, zonder dat je er iets van merkt. Deze mysterieuze deeltjes heten neutrino's en komen voornamelijk als kosmische straling uit het heelal en van onze zon. Hoe ongrijpbaar neutrino's ook zijn, door ze te detecteren kun je via deze deeltjes meer te weten te komen over gebeurtenissen op sterren. In de Middellandse Zee is daarvoor een gigantische neutrinotelescoop gebouwd: KM3NeT.

NEUTRINOTELESCOPEN

Neutrino's zijn elementaire deeltjes (ondeelbaar) en hebben geen lading, nauwelijks massa en maar zelden interactie met andere deeltjes. Neutrino's zijn een onschatbare bron van informatie over zowel de structuur van het heelal als over elementaire deeltjes en hun wisselwerking. Neutrino's worden gebruikt voor onderzoek naar de heel grote én de heel kleine wereld. Hiervoor worden steeds grotere detectoren gebouwd. Deze neutrinotelescopen dragen illustere namen als Super-Kamiokande, IceCube en KM3NeT. Het woord 'telescoop' lijkt vreemd: de detectoren kijken niet omhoog, maar juist omlaag en bevinden zich in oude mijnen, onder het ijs of in de oceaan. Zo kan er geen ruis van andere deeltjes optreden, want alleen neutrino's zijn in staat om door te dringen tot deze kilometers diepe plaatsen.

De neutrino's die de aarde bereiken komen bijvoorbeeld vrij bij de kernfusieprocessen die in de zon plaatsvinden. Ook sterren die aan het eind van hun leven exploderen, zogenoemde supernova's, zenden in korte tijd grote hoeveelheden elektromagnetische straling en materie uit, waaronder grote hoeveelheden neutrino's.

In 1987 werd met optische en röntgentelescopen een supernova waargenomen (figuur 1). Deze was zelfs met het blote oog te zien. Het bleek dat neutrinodetectoren al drie uur voor deze waarnemingen een neutrinopiek zagen. De neutrino's arriveerden dus eerder dan de fotonen!



figuur 1 Gecombineerde optische opname en röntgenopname van de overblijfselen van supernova 1987A.

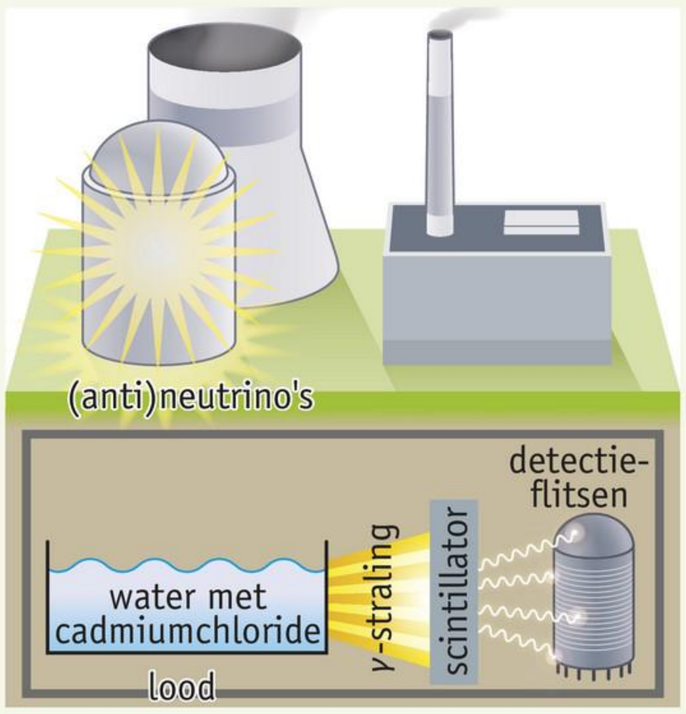
Dat wil niet zeggen dat neutrino's sneller gaan dan het licht, maar ze kunnen ongehinderd het 'puin' van de supernova verlaten, in tegenstelling tot fotonen.
De theorie voorspelt dat het inderdaad ongeveer drie uur duurt voordat de fotonen zich een weg naar buiten hebben gebaand, wat dus door de metingen werd bevestigd. De supernova uit 1987 is waargenomen met zogenoemde *multi-messenger astronomy*, waarbij heel verschillende signalen worden gecombineerd, in dit geval elektromagnetische straling en neutrino's. Deze neutrinosignalen worden tegenwoordig gezien als aankondiging van een op handen zijnde supernova; andere telescopen krijgen een waarschuwing en kunnen zich op tijd naar de juiste plaats aan de hemel richten.

HET EERSTE NEUTRINO BETRAPT

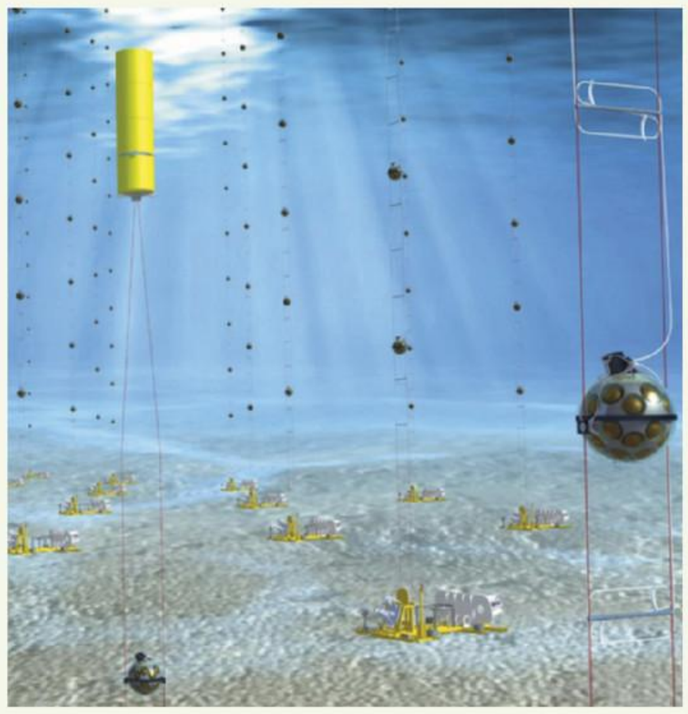
Het bestaan van neutrino's is in 1930 voorspeld door Wolfgang Pauli. Hij had gelijk dat het neutrino moeilijk is waar te nemen, maar onmogelijk bleek het niet. In 1956, 26 jaar na Pauli's vooronderstelling, lukte het de Amerikaanse natuurkundigen Clyde Cowan (1919–1974) en Fred Reines (1918–1998) neutrino's waar te nemen die vrijkwamen bij kernreacties in een nabije kerncentrale (figuur 2).

KM3NET

Na de experimentele bevestiging van het neutrino zijn er verschillende neutrinodetectoren gebouwd. Een van de nieuwste is KM3NeT in de Middellandse Zee (figuur 3). De naam verwijst naar het volume van de detector: enkele kubieke kilometers.
KM3NeT bestaat uit twee detectoren op verschillende locaties die elk een ander doel hebben. De ene detector meet neutrino's met een hoge energie, afkomstig van astronomische objecten ver van de aarde. De andere detector meet neutrino's met een lage energie, afkomstig uit de atmosfeer.
Als een neutrino een interactie aangaat met een deeltje in zeewater, dan ontstaan er geladen deeltjes. Deze deeltjes bewegen sneller door het water dan licht zou doen. Daarbij ontstaat kenmerkende, blauwachtige straling, tsjerenkovstraling genoemd. Verschillende optische modules detecteren die straling en met behulp van deze signalen kun je berekenen waar het neutrino vandaan kwam.
KM3NeT wordt onder andere gebruikt om de verhouding van de massa's van de verschillende neutrino's te bepalen. Er blijken namelijk *drie* soorten neutrino's te zijn. Volgens de huidige theorie van elementaire deeltjes hebben deze neutrino's geen massa. Maar het is al duidelijk dat dit niet klopt. Op grond van de resultaten van deze detectoren kan er misschien een betere theorie worden opgesteld.



figuur 2 Schematische weergave van de opstelling van Cowan en Reines.



figuur 3 Tekening van KM3NeT: de lijnen zijn verankerd aan de zeebodem. De bollen zijn de digitale optische modules die lichtpulsjes detecteren.

▶ **Aansluitende opdrachten bij NEUTRINO-ASTRONOMIE: 26, 38 en 42.**

V VOORKENNIS

In de vorige leerjaren heb je al een aantal dingen over kern- en deeltjesprocessen geleerd. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Neem voordat je aan dit keuzeonderwerp begint eerst hoofdstuk 6 Elektrische en magnetische velden, hoofdstuk 7 Elektromagnetische straling en materie en hoofdstuk 8 Ioniserende straling door.
Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Leerdoelen

1 Je kunt met behulp van de wet van behoud van energie berekeningen uitvoeren aan versnelde geladen deeltjes, onder andere in een lineaire versneller.
2 Je kunt de grootte en richting van de lorentzkracht op een geladen deeltje bepalen.
3 Je kunt verschillende soorten ioniserende straling en hun eigenschappen benoemen.
4 Je kunt de vergelijking van een kernreactie opstellen.
5 Je kunt beschrijven wat de opbouw van het periodiek systeem is.
6 Je kunt verbanden gebruiken tussen hoeveelheid stof, aantal deeltjes en massa.

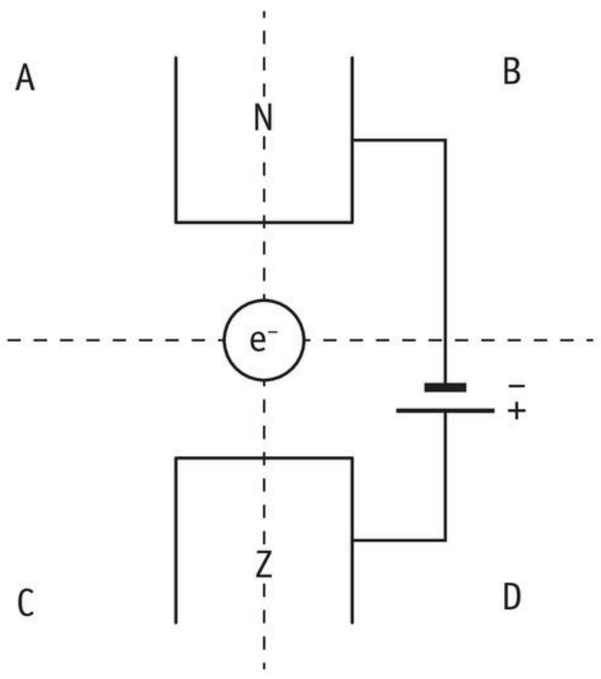
1 **Leerdoel 1**

Een proton, een alfadeeltje en een Na^+-ion worden door eenzelfde spanning, over eenzelfde afstand versneld.
Orden de deeltjes op de eindsnelheid die ze krijgen, van laag naar hoog.

.....

2 **Leerdoel 2**

Een elektron wordt door een spanning versneld en vervolgens tussen de noord- en zuidpolen van twee magneten gestuurd. De magneten zijn verbonden met een spanningsbron, waardoor ze een elektrische lading krijgen. In figuur 1 is deze situatie getekend. Het elektron komt in deze figuur het papier uit. In figuur 1 zijn vier kwadranten getekend: A, B, C en D.
Bepaal in welk kwadrant het elektron terecht zal komen.
A / B / C / D



figuur 1 Twee magneten en een elektron.

3 **Leerdoel 3**

Er zijn verschillende soorten ioniserende straling: α-, β- en γ-straling. Elk stralingstype heeft andere eigenschappen.
Vul in de tabel steeds de juiste eigenschappen in. Kies bij ioniserend en doordringend vermogen uit: zeer klein, klein, groot en zeer groot.

straling	deeltje	lading (*e*)	massa (u)	ioniserend vermogen	doordringend vermogen
α					
β					
γ					

4 **Leerdoel 4**

Uranium-235 wordt gebruikt in kernreactoren. Als de kern van dit isotoop een neutron invangt, dan wordt het instabiel en kan het splijten. Hierbij komt (relatief) veel energie vrij. Een uranium-235 isotoop splijt op deze wijze. Hierbij komen drie neutronen vrij, jood-131 en een isotoop van een ander element.
Bepaal welk element er vrijkomt en wat het massagetal is van de isotoop.

massagetal = ...

element = ...

5 **Leerdoel 5**

Maak bij deze opdracht gebruik van *BiNaS* tabel 25A en 99.
Vul het juiste aantal in.

Een argonatoom heeft ..... protonen.

Een goudatoom heeft ..... elektronen.

S-36 heeft ..... neutronen.

6 **Leerdoel 6**

Moleculair stikstof is een gas. De moleculen bestaan uit twee stikstofatomen: N_2. Eén kubieke meter lucht op zeeniveau bevat bij kamertemperatuur 908 g moleculair stikstof.
Bereken hoeveel stikstofmoleculen dit zijn.

In 908 g moleculair stikstof bevinden zich ..... stikstofmoleculen.

1

SUBATOMAIRE DEELTJES DETECTEREN

Leerdoelen

K4.1.1 Je kunt verschillende soorten subatomaire deeltjes benoemen en uitleggen wat het verschil is tussen elementaire en subatomaire deeltjes.
K4.1.2 Je kunt uitleggen wat het betekent dat deeltjes wisselwerken.
K4.1.3 Je kunt verschillende methoden beschrijven waarmee subatomaire deeltjes kunnen worden gedetecteerd.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN		
	K4.1.1	K4.1.2	K4.1.3
Onthouden			2, 5a
Begrijpen	1	3ab, 7b	4a
Toepassen			3c, 4bc, 5bc, 6a, 7ac, 8a
Analyseren			6b, 8b

Een molecuul kun je niet zien met een lichtmicroscoop, laat staan de atomen waaruit het molecuul is opgebouwd. Kernen zijn nog tienduizenden malen kleiner dan atomen en blijken zelf opgebouwd uit nog kleinere deeltjes: subatomaire deeltjes. Dit hoofdstuk gaat over die subatomaire deeltjes, hoe wetenschappers ze kunnen meten en hoe ze met elkaar wisselwerken.

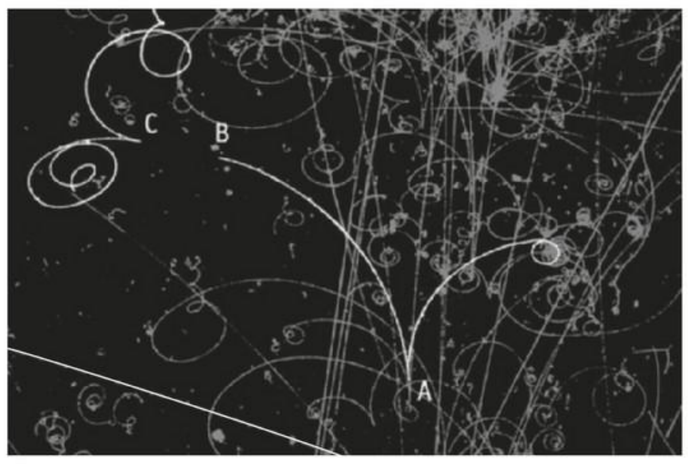
SUBATOMAIRE DEELTJES BETRAPT

De term subatomair deeltje is een verzamelnaam voor alle deeltjes kleiner dan een atoom. Je kent al alfa-, bèta- en gammadeeltjes (α-, β- en γ-deeltjes). Het bètadeeltje, of elektron, is een **elementair deeltje**: het is niet opgebouwd uit andere deeltjes. Het alfadeeltje is een samengesteld deeltje en dus niet elementair: het bestaat uit twee protonen en twee neutronen. Ook protonen en neutronen zijn geen elementaire deeltjes. Het gammadeeltje, een foton met hoge energie, is een elementair deeltje met een speciale rol: het is een wisselwerkingsdeeltje, waarover je in paragraaf 5 meer kunt lezen.
Om te weten wat de eigenschappen van deeltjes zijn, moet je ze kunnen detecteren en identificeren. Het is onmogelijk ze met een lichtmicroscoop te zien: een atoom heeft een afmeting in de orde van 10^{-10} m, een atoomkern in de orde van 10^{-14} m, terwijl een lichtmicroscoop een resolutie heeft van hoogstens 10^{-7} m. Gelukkig verraden deeltjes zich doordat ze met andere deeltjes wisselwerken: ze oefenen krachten op elkaar uit en wisselen energie uit. Uit de manier *waarop* ze wisselwerken, kun je achterhalen welke eigenschappen ze hebben.

Geladen en ongeladen deeltjes worden op een verschillende manier waargenomen. Geladen deeltjes laten in verschillende materialen sporen na doordat ze atomen of moleculen ioniseren. Met een nevelvat, een afgesloten vat gevuld met een oververzadigde damp, kun je sporen van geladen deeltjes zichtbaar maken. De deeltjes veroorzaken condensatie van de damp, waardoor er een spoor van kleine druppeltjes ontstaat. Door het nevelvat in een sterk magneetveld te plaatsen, veranderen geladen deeltjes van richting en kun je hun snelheid en lading bepalen. Met behulp van een nevelvat heeft de Chinese natuurkundige Zehui He (1914-2011) in 1945 voor het eerst interacties tussen positronen en elektronen zichtbaar gemaakt (figuur 1). Het positron is het **antideeltje** van een elektron: de massa is hetzelfde, maar de lading is tegengesteld.
In 1952 werd het bellenvat uitgevonden. In een **bellenvat** bevindt zich een vloeistof die bijna aan de kook is en bij een kleine verstoring lokaal gaat koken. Hierdoor ontstaat een spoor van belletjes dat de baan van een geladen deeltje zichtbaar maakt. Een voorbeeld hiervan kun je zien in een opname van een bellenvat (figuur 2). Het nevel- en bellenvat wordt tegenwoordig niet meer gebruikt, maar het geeft wel inzicht in het principe hoe deeltjes worden onderzocht.



figuur 1 Zehui He.



figuur 2 Opname van een bellenvat waarin een aantal sporen wit is gemaakt ter verduidelijking.

PRACTICUM 1 Elektroscoop

SPOREN ANALYSEREN

Je ziet in figuur 2 een grote hoeveelheid sporen van deeltjes. Een aantal sporen is wit gemaakt en er zijn drie posities aangegeven:

A Hier zijn een positron en een elektron ontstaan. Het ontstaan van een elektron-positronpaar wordt kortweg **paarproductie** genoemd en vindt plaats door de wisselwerking van een foton met de kern van een atoom. Doordat je op positie A paarproductie waarneemt, weet je dat er recht onder A een foton het bellenvat is binnengekomen. Als gevolg van het magneetveld gaat het positron naar links en het elektron naar rechts.

B Uit het verdwijnen van het spoor van het positron kun je opmaken dat het positron hier annihileert met een elektron. Het elektron en positron gaan daarbij in elkaar op en er ontstaan twee nieuwe fotonen die niet zichtbaar zijn. Dit proces wordt ook in een PET-scan gebruikt (hoofdstuk 8).

C Uit een van de twee fotonen ontstaat opnieuw een elektron-positronpaar.

De aanwijzing dat er bij A en C een elektron en een positron zijn ontstaan, vind je in de kromming van de paden van de deeltjes. Uit de linkerhandregel en het feit dat het magneetveld het papier in is gericht, volgt dat positieve deeltjes door de lorentzkracht linksom afbuigen en negatieve deeltjes rechtsom (hoofdstuk 6). Het valt op dat de straal van de banen snel kleiner wordt; vooral na C kun je dat goed zien. Ook veranderen elektronen en positronen soms abrupt van richting. Dat komt doordat ze een relatief kleine massa hebben: een kleine kracht zorgt al voor een grote verandering van richting.

Voorbeeldopdracht 1

Een elektron beweegt met snelheid v in een magneetveld met sterkte B. Het beschrijft daarbij een cirkel met een straal r.
Leid een verband af voor de snelheid van het elektron uitgedrukt in B en r.

Uitwerking

De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de lorentzkracht. Er geldt dus:

$$F_{mpz} = F_L$$

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$F_L = B \cdot q \cdot v$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = B \cdot q \cdot v$$

$$m \cdot v = B \cdot q \cdot r$$

$$v = \frac{B \cdot q \cdot r}{m}$$

De grootte van de lading van een elektron is e. Uit $q = e$ volgt:

$$v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m}$$

Deze formule geldt zolang het elektron veel langzamer gaat dan de snelheid van het licht, dus $v \ll c$. Zulke deeltjes worden niet-relativistisch genoemd, omdat je ze kunt beschrijven met de mechanica van Newton.

In voorbeeldopdracht 1 zie je hoe je de snelheid van een geladen deeltje kunt bepalen. Hieruit volgt dat de straal van een spoor in een bellenvat een maat is voor de snelheid en de energie van een deeltje. Deze methode werkt alleen voor geladen deeltjes die niet te snel gaan. Heel snelle deeltjes worden nauwelijks afgebogen, waardoor het moeilijk is de straal te bepalen. In moderne detectoren worden daarom **calorimeters** gebruikt: deze absorberen zo goed mogelijk alle energie van het deeltje. Als je de energie en de massa van een deeltje weet, kun je de snelheid berekenen.

DEELTJES ZONDER LADING WAARNEMEN

Fotonen wisselwerken via elektromagnetische krachten. Wanneer fotonen voldoende energie hebben, kunnen ze een elektron-positronpaar creëren (zoals in figuur 2). Als ze te weinig energie hebben voor dit proces, kun je ze waarnemen met behulp van het foto-elektrisch effect. Daarbij dragen fotonen hun energie over aan een elektron in een stof (zie ook hoofdstuk 7). In beide gevallen verdwijnen de fotonen door de interactie.

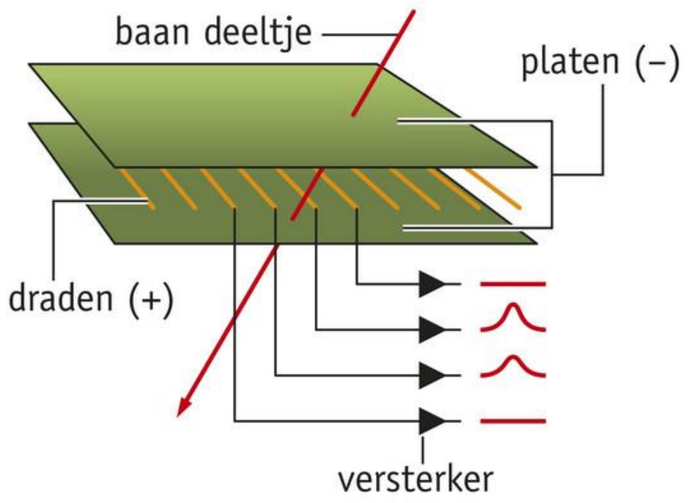
In tegenstelling tot fotonen verdwijnen geladen deeltjes (zoals alfa- en bètadeeltjes) niet, tenzij ze annihileren. Deze deeltjes verliezen geleidelijk hun energie tot ze stilstaan. Dit is waarom in hoofdstuk 8 bij alfa- en bètastraling wordt gesproken van dracht en bij gammastraling (bestaand uit fotonen) van halveringsdikte.

Andere deeltjes zonder lading, bijvoorbeeld neutronen, kunnen niet wisselwerken via elektromagnetische krachten. Sommige ongeladen deeltjes zijn instabiel. Dan kun je ze detecteren op het moment dat ze vervallen in geladen deeltjes. Om de eigenschappen van stabiele ongeladen deeltjes te onderzoeken, kun je ze laten botsen op atoomkernen. Hierbij ontstaan deeltjes die je wel kunt detecteren.

MODERNE METHODEN

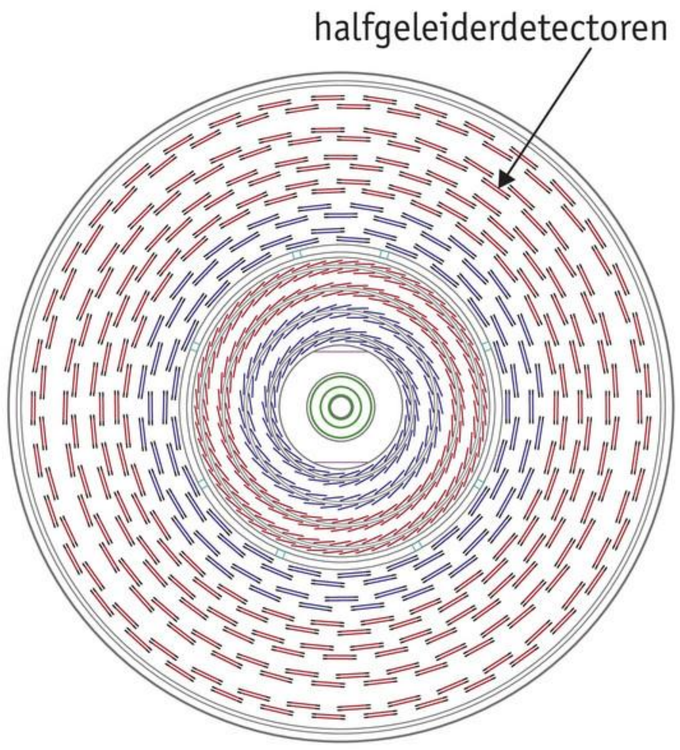
Het bellenvat levert mooie plaatjes op: veel tastbaarder worden deeltjes niet. Maar het heeft ook nadelen: hoe beslis je bijvoorbeeld op welk moment je een foto maakt en hoe analyseer je die vervolgens? Tegenwoordig wordt daarom gebruikgemaakt van andere typen detectoren: dradenkamers, halfgeleiderdetectoren en scintillatietellers.

Een **dradenkamer** is een met gas gevulde ruimte met daarin een groot aantal parallelle draden tussen twee geleidende platen (figuur 3). De draden zijn positief geladen (anode) en de platen negatief (kathode). Wanneer een geladen deeltje zich door de dradenkamer beweegt, veroorzaakt het een ionisatie in het gas en worden de hierbij vrijgemaakte elektronen aangetrokken door de draden. Ze versnellen hierdoor en ioniseren zo ook andere gasatomen. Het gevolg is een lawine van elektronen die je kunt meten als een stroompuls bij een bepaalde draad. Uit het signaal is af te leiden waar het eerste deeltje binnenkwam en wat zijn energie was. Meerdere van deze lagen maken het mogelijk de baan van het inkomende deeltje te reconstrueren. De stroompulsen worden automatisch uitgelezen en door een computer geanalyseerd.



figuur 3 Het principe van een dradenkamer.

Een **halfgeleiderdetector** gebruikt een vergelijkbaar principe als de lichtgevoelige chip in een fotocamera. Een inkomend deeltje maakt een of meerdere elektronen los in de detector die uit een vaste stof bestaat. Het aantal elektronen dat zo vrijkomt is een maat voor de hoeveelheid energie die het inkomende deeltje heeft verloren. De positie van de loskomende elektronen wordt daarbij nauwkeurig vastgelegd. Het voordeel van dit type detector is dat er minder energie nodig is voor een ionisatie en de kans groter is dat het deeltje wordt gemeten doordat de detector uit een vaste stof bestaat. Door duizenden halfgeleiderdetectoren in een opstelling te gebruiken, kun je de baan van de deeltjes nauwkeurig bepalen. Dit is bijvoorbeeld toegepast in de CMS-detector bij de deeltjesversneller LHC van CERN in Genève waarin lagen halfgeleiderdetectoren rond het punt staan waar de botsingen tussen deeltjes plaatsvinden (figuur 4).



figuur 4 Duizenden halfgeleider-detectoren in de CMS-detector van CERN.

Scintillatietellers bevatten een stof, een scintillator, die lichtpulsjes uitzendt wanneer een inkomend deeltje (geladen of ongeladen) erdoor beweegt. De lichtpulsjes ontstaan doordat het deeltje de scintillator in een aangeslagen toestand brengt. Bij terugvallen naar de grondtoestand zendt de scintillator een foton uit met een kenmerkende golflengte (zie ook hoofdstuk 7). Dit proces heet luminescentie. Dit foton wordt opgevangen in een fotomultiplicator waar het via het foto-elektrisch effect een elektrische puls veroorzaakt. Hoe meer energie het inkomende deeltje heeft, hoe meer fotonen er worden vrijgemaakt en dus hoe meer elektrische pulsen je meet. Scintillatietellers worden vaak in combinatie met andere detectoren gebruikt om een meting te starten. Ze zijn namelijk zeer gevoelig en snel: je kunt daardoor op het juiste moment een andere detector inschakelen als er een bepaald deeltje langskomt. Het spoor van deeltjes kan je minder goed bepalen dan bij een halfgeleiderdetector.

Onthoud

- Alle deeltjes kleiner dan een atoom zijn subatomaire deeltjes. Een elementair deeltje is niet opgebouwd uit andere deeltjes. Alle materie is opgebouwd uit elementaire deeltjes.
- Deeltjes kun je waarnemen doordat ze met andere deeltjes wisselwerken; ze oefenen krachten op elkaar uit en wisselen energie uit.
- Bij paarproductie worden een deeltje en zijn antideeltje gevormd. Een antideeltje heeft dezelfde massa als het bijbehorende deeltje, maar de lading is tegengesteld.
- Van geladen deeltjes kun je het spoor waarnemen met (onder andere) een bellenvat, een dradenkamer of een halfgeleiderdetector. De kromming van de baan van een geladen deeltje in een magnetisch veld geeft informatie over de snelheid, energie of massa van het deeltje.
- De energie van een deeltje kun je waarnemen met een calorimeter of een scintillatieteller.

OPDRACHTEN ▸ Basis

1 Alfa-, bèta- en gammadeeltje

Alfa-, bèta- en gammadeeltjes hebben verschillende kenmerken.
Maak een tabel waarin je de lading en massa van een alfa-, bèta- en gammadeeltje met elkaar vergelijkt. Gebruik handige eenheden.

2 Detectiemethoden

Je kunt deeltjes op verschillende manieren detecteren.
Noteer alle methoden, genoemd in deze paragraaf, waarmee je het traject van een geladen deeltje kunt detecteren.

3 Halveringsdikte en dracht

Fotonen hebben net als alfa- en bètadeeltjes een ioniserend vermogen, maar laten in een bellenvat geen spoor na. Het verschil heeft te maken met de begrippen ‘halveringsdikte’ en ‘dracht’.

a Geef van elk van deze begrippen de betekenis.

b Geef voor elk van de twee begrippen aan op welke deeltjes ze van toepassing zijn: alfa-, bèta- of gammadeeltjes?

c Geef met behulp van de twee begrippen een verklaring voor het feit dat alfa- en bètadeeltjes wel en gammadeeltjes niet als spoor in een bellenvat zichtbaar zijn.

4 Bellenvatopname

In figuur 1 zijn veel sporen van geladen deeltjes te zien.

a Geef twee argumenten waarom het hier om geladen deeltjes moet gaan.

Deeltjesfysici werken vaak met de impuls van deeltjes. Deze impuls p kun je berekenen met: $p = m \cdot v$

b Leid een verband af voor de impuls van het deeltje uitgedrukt in B, q en r.

c Beredeneer dat de impuls van het deeltje van opdracht 4b groot moet zijn.

5 PET-scan

Bij een PET-scan worden radioactieve isotopen in het lichaam van een patiënt gebracht. Deze isotopen zenden positronen uit. Wanneer het uitgezonden positron een elektron in het lichaam tegenkomt, annihileren deze twee deeltjes en ontstaan er twee gammafotonen. Scintillatietellers rondom de patiënt vangen deze gammafotonen op en helpen bij het bepalen van de locatie van de annihilatie.

a Leg uit hoe de scintillatiedetector de gammafotonen detecteert.

De twee uitgezonden gammafotonen worden in precies tegengestelde richtingen uitgezonden.

b Leg uit hoe de PET-scan met behulp van scintillatietellers kan bepalen waar in het lichaam de annihilatie plaatsvindt.

c Leg uit waarom er in een PET-scan geen dradenkamers of halfgeleiderdetectoren worden gebruikt.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

6 Snelheid deeltje

In figuur 2 ontstaat in punt A een positron dat in punt B annihileert.

a Bepaal met behulp van de figuur de snelheid van het positron. De werkelijke hoogte van figuur 2 is 40 cm. De sterkte van het magneetveld is 2,0 T.

De formule uit voorbeeldopdracht 1 om de snelheid te berekenen is alleen geldig voor niet-relativistische deeltjes.

b Leg op basis van je antwoord op opdracht a uit of het elektron in figuur 2 relativistisch beweegt of niet.

7 Massa bepalen

In voorbeeldopdracht 1 is een verband afgeleid voor de snelheid van een geladen deeltje dat in een magneetveld beweegt. Als je ook de kinetische energie van het deeltje weet, kun je hiermee de massa van het deeltje bepalen.

a Leg dit uit.

b Beredeneer dat het meten van de dracht van een deeltje informatie geeft over de energie die het deeltje had.

De energie van het deeltje volgt dus uit de lengte van het spoor. De baanstraal is een maat voor de impuls van het deeltje.

c Leid met behulp van het resultaat van voorbeeldopdracht 1 een verband af voor de massa van het deeltje uitgedrukt in de veldsterkte B, de elementaire lading e, de baanstraal r en de kinetische energie E_k.

★ 8

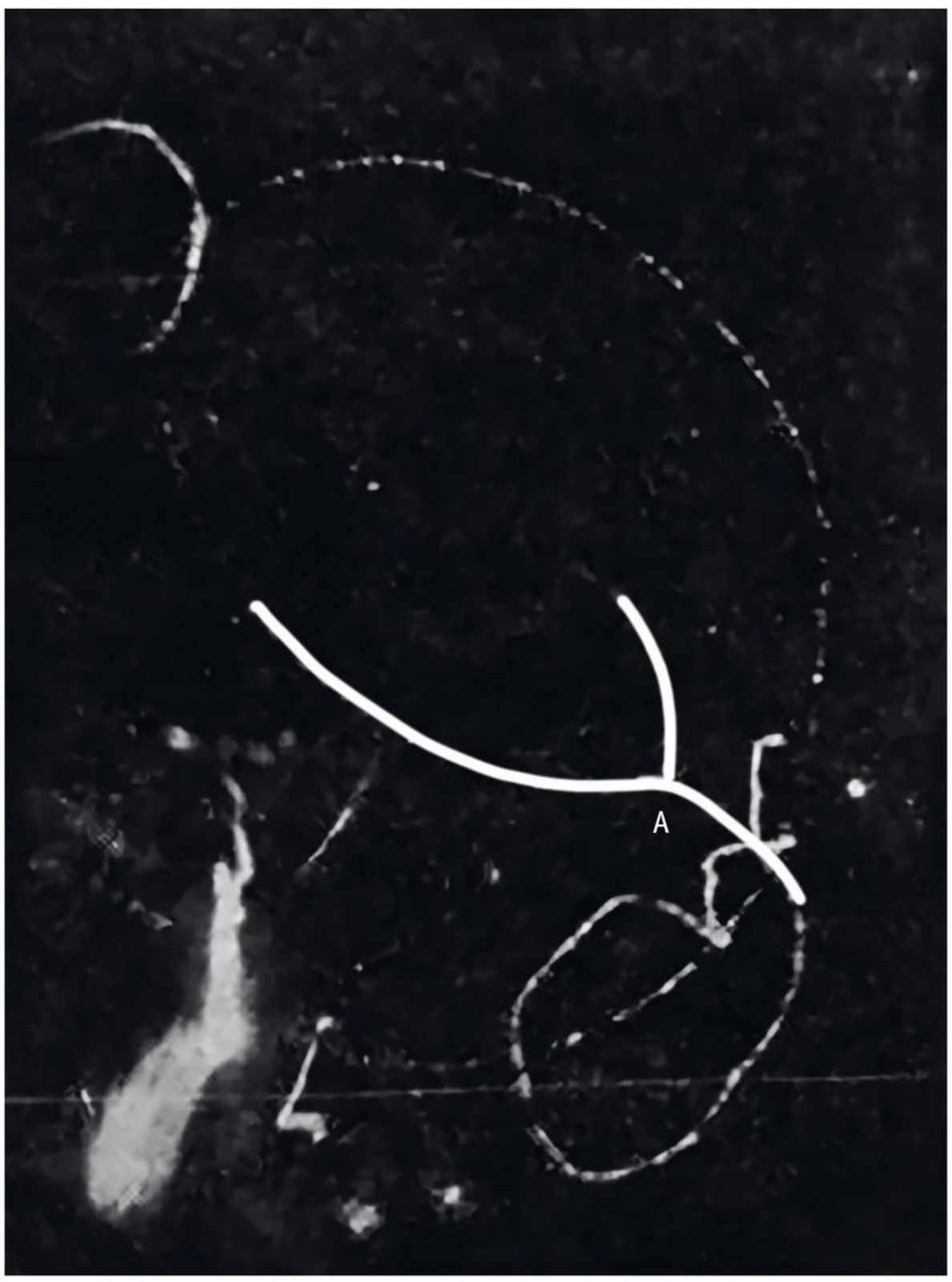
Elektron-positroninteracties

In 1945 onderzocht Zehui He het bètaplusverval van mangaan-52 waarbij positronen vrijkomen. In figuur 5 zie je een foto die zij hierbij heeft gemaakt met behulp van een nevelvat en een magnetisch veld. Dit is een van de eerste waarnemingen van botsingen tussen elektronen en positronen.

a Leg uit waaruit blijkt dat er op deze foto, bijvoorbeeld bij punt A, zowel een positron als een elektron zichtbaar is.

Bij het maken van de foto was de sterkte van het magneetveld 0,090 T. De kinetische energie van de vrijkomende positronen was 230 keV.

b Bepaal de schaal van de foto.



figuur 5 Waarneming van botsingen tussen positronen en elektronen.

2 DEELTJESVERSNELLERS

Leerdoelen

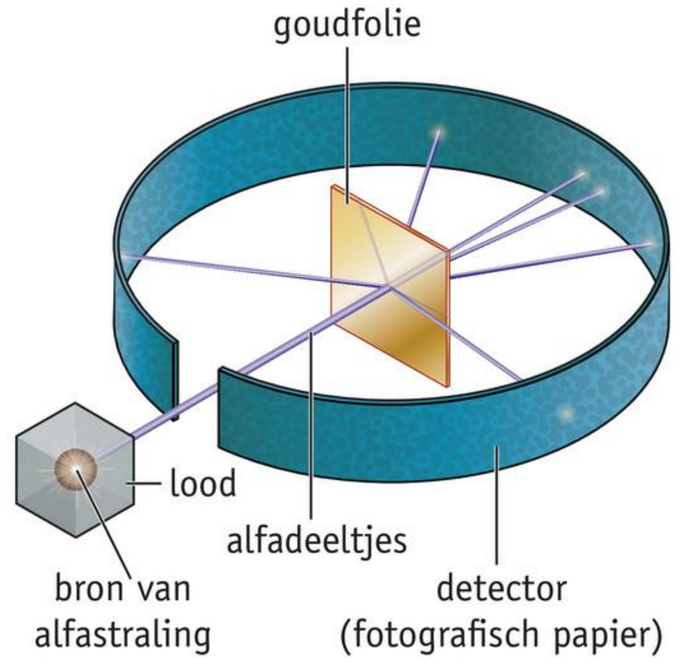
K4.2.1 Je kunt uitleggen welke krachten tussen kerndeeltjes in de kern werken.
K4.2.2 Je kunt uitleggen welke rol deeltjesversnellers en kosmische straling hebben bij het onderzoek van subatomaire deeltjes.
K4.2.3 Je kunt het verschil uitleggen tussen een circulaire en een lineaire versneller.
K4.2.4 Je kunt beschrijven hoe detectoren van een deeltjesversneller onderscheid maken tussen verschillende deeltjes.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN			
	K4.2.1	K4.2.2	K4.2.3	K4.2.4
Onthouden	9a			
Begrijpen	9b		10ab	
Toepassen	14	13	10c, 15, 16ab	11, 12
Analyseren			16cd	

Om meer te weten te komen over de structuur van materie laten natuurkundigen deeltjes met elkaar botsen. Zo is de structuur van het atoom ontdekt, later van de kern en uiteindelijk van protonen en neutronen. Om deeltjes met voldoende energie op elkaar te laten botsen, worden deeltjesversnellers gebruikt. Detectoren meten welke deeltjes er na de botsing vrijkomen.

HET GOUDFOLIE-EXPERIMENT

Een van de eerste metingen aan de bouw van atomen is het goudfolie-experiment uit 1909, uitgevoerd door Hans Geiger (1882–1945) en Ernest Marsden (1889–1970) onder leiding van Ernest Rutherford (1871–1937). Zij gebruikten een radioactieve bron die alfadeeltjes uitzond in de richting van een stukje goudfolie. Rondom het goudfolie waren fotografische platen geplaatst die vastlegden waar de alfadeeltjes terechtkwamen.
Het resultaat verbaasde de onderzoekers: de meeste alfadeeltjes gingen vrijwel rechtdoor en werden slechts een beetje afgebogen, maar sommige schoten onder een grote hoek terug (figuur 6). Dit kwam niet overeen met het toen gangbare atoommodel, dat stelde dat de positieve lading in een atoom gelijkmatig verdeeld was. Rutherford zei hierover: "Alsof je een kanonskogel op een velletje papier schiet, en die kaatst terug en raakt je." Omdat uit het goudfolie-experiment bleek dat de meeste alfadeeltjes rechtdoor gingen en slechts enkele werden teruggekaatst, concludeerde Rutherford dat het atoom grotendeels leeg moest zijn, met een massieve, positief geladen kern die de afstoting veroorzaakte.



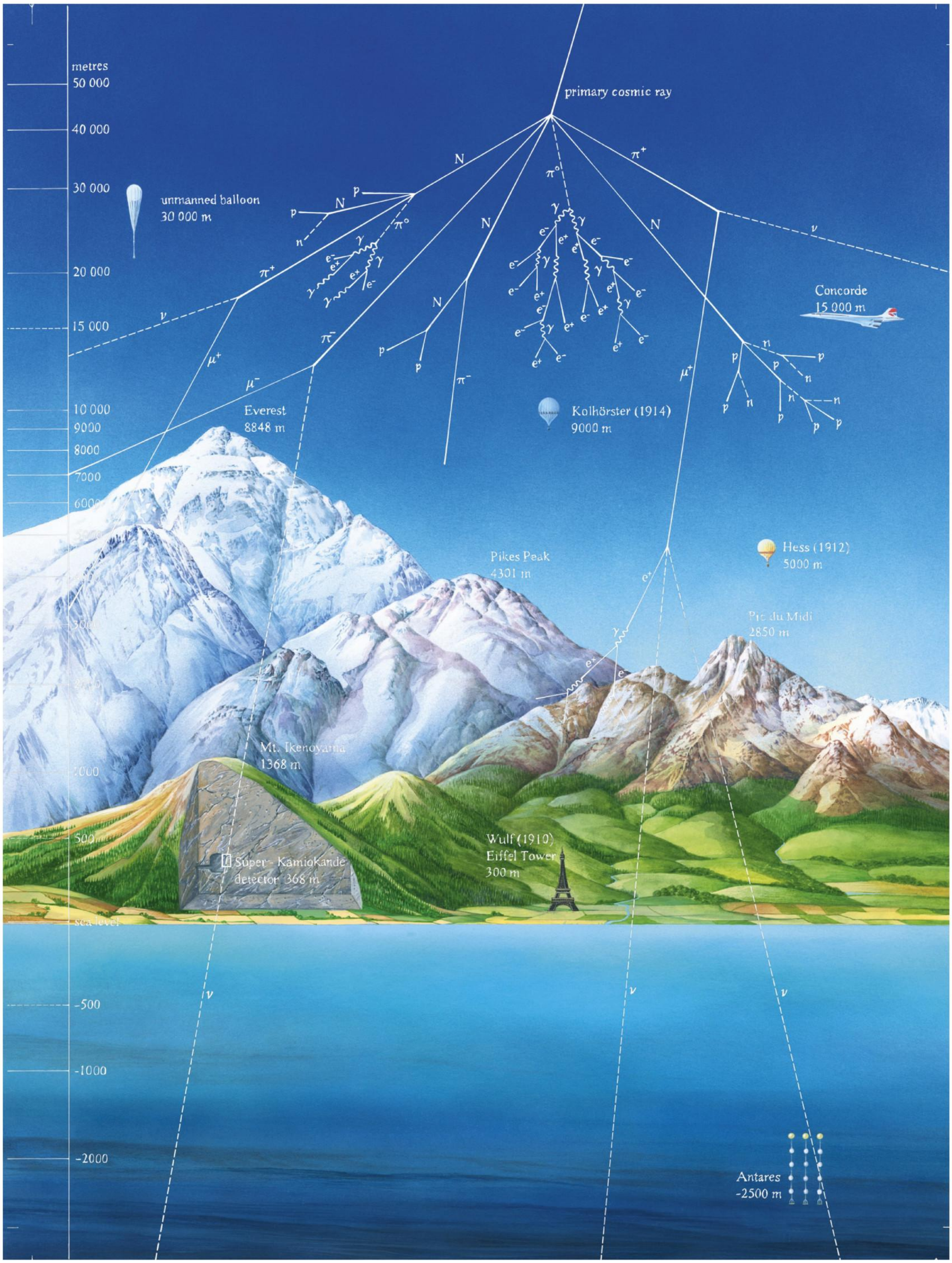
figuur 6 Het goudfolie-experiment.

STRUCTUUR VAN DE KERN

Uit de manier waarop de alfadeeltjes in het goudfolie-experiment worden afgebogen, volgt dat de kern van een goudatoom ongeveer 10^{-14} m groot is. De meeste alfadeeltjes (die een positieve lading hebben) passeerden de kern op relatief grote afstand en werden een beetje afgebogen door de coulombkracht. Op zeer kleine afstand van de kern, ongeveer 10^{-15} m, overheerst een veel sterkere kracht die de **kernkracht** wordt genoemd. De kernkracht is verder onderzocht door protonen met neutronen te beschieten. Omdat neutronen ongeladen zijn, ondervinden ze geen coulombkracht, alleen die kernkracht. Dankzij de kernkracht blijven nucleonen (protonen en neutronen) in een gebonden toestand bijeen. De kernkracht blijkt zelf geen fundamentele kracht te zijn, zoals de elektromagnetische kracht en zwaartekracht dat wel zijn. In paragraaf 5 kun je daar meer over lezen.

KOSMISCHE STRALING

Hoe meer energie je de deeltjes geeft die je op elkaar laat botsen, hoe meer details je kunt waarnemen. Een natuurlijke bron van hoogenergetische deeltjes is **kosmische straling**: een verzamelnaam voor alle straling die uit de ruimte komt. Het gaat daarbij om deeltjes uitgezonden door de zon, andere sterren en bijvoorbeeld supernova's (sterexplosies). Dit noem je primaire kosmische straling en het bestaat uit deeltjes met massa, fotonen en neutrino's. Een **neutrino** is een ongeladen deeltje met een zeer kleine massa. De massieve deeltjes zijn voornamelijk protonen en elektronen en in mindere mate helium-, koolstof- en ijzerkernen.
De primaire kosmische deeltjes wisselwerken met deeltjes in de aardatmosfeer. Na zo'n botsing ontstaat een zogenoemde *shower*: een regen van secundaire kosmische deeltjes (figuur 7). Op aarde kun je dus deeltjes detecteren die direct uit de ruimte afkomstig zijn, of die vervalproducten zijn van botsingen. Het positron en het muon zijn secundaire kosmische deeltjes, ze zijn ontdekt door onderzoek van kosmische straling. **Muonen** zijn verwant aan elektronen: ze hebben dezelfde lading en wisselwerken op dezelfde manier, maar hun massa is meer dan tweehonderd keer zo groot en ze zijn niet stabiel.

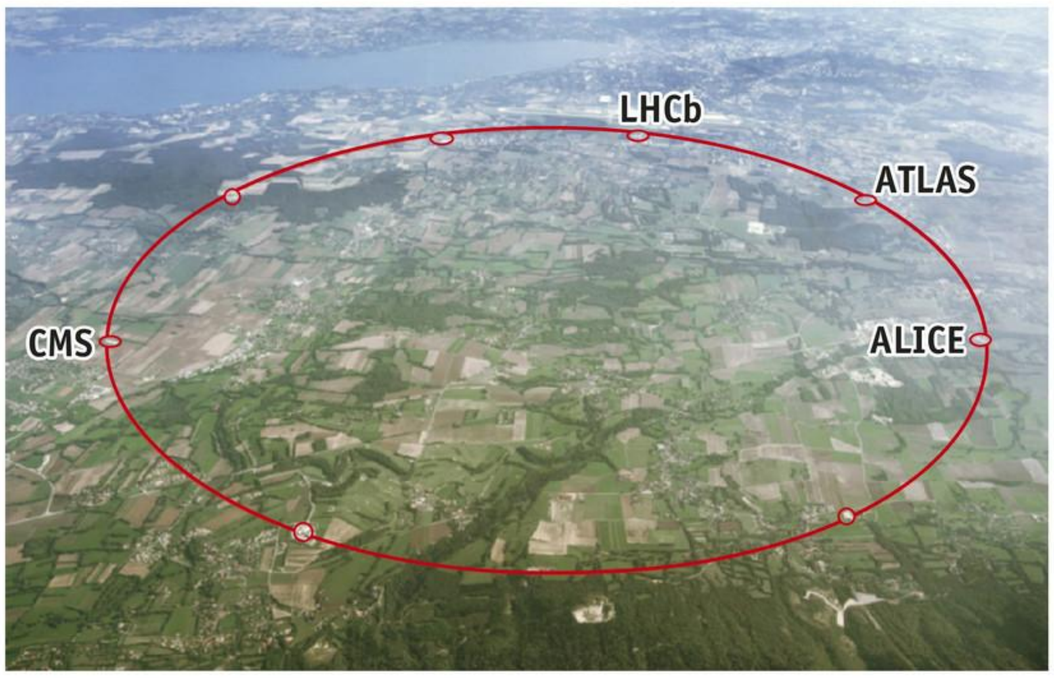


figuur 7 Een primair kosmisch deeltje veroorzaakt een regen van secundaire kosmische deeltjes.

Deeltjes in kosmische straling hebben voor natuurkundigen twee belangrijke voordelen: ze zijn gratis verkrijgbaar en hun energie kan heel hoog zijn, wel meer dan 10^{20} eV. Ter vergelijking: de energie van de snelste deeltjes die de mens kan produceren, bedraagt 10^{17} eV. Kosmische straling heeft ook twee nadelen. De intensiteit van de straling, het aantal deeltjes dat per seconde op aarde terechtkomt, is vrij laag. Een belangrijker nadeel is dat wetenschappers geen enkele controle hebben over de kosmische straling. Vanwege deze nadelen bouwen natuurkundigen deeltjesversnellers.

DEELTJESVERSNELLERS

In een deeltjesversneller worden geladen deeltjes tot hoge snelheden versneld en op elkaar of op vaste doelen geschoten. Het versnellen gebeurt met behulp van elektrische velden. Om de deeltjes van richting te laten veranderen, worden meestal magnetische velden gebruikt. Er zijn twee soorten versnellers: lineaire en circulaire.
Een voorbeeld van een **lineaire versneller** is de Linear Accelerator 4 bij CERN. Deze lineaire versneller wordt gebruikt om protonen te versnellen voordat ze in een circulaire versneller terechtkomen.
De energie die je aan deeltjes kunt geven, wordt bij een lineaire versneller beperkt door de lengte. Daarom is de **circulaire versneller** ontwikkeld. In een circulaire versneller kun je hogere energieën bereiken door deeltjes gedurende meerdere rondes te versnellen. De Large Hadron Collider (LHC) van CERN is zo'n versneller (figuur 8). De LHC loopt door een 27 km lange cirkelvormige tunnel op 100 m diepte. In de tunnel worden in twee afzonderlijke ringen protonen in tegengestelde richting versneld. Op vier posities kunnen de protonen op elkaar botsen. Op die posities staan detectoren om de deeltjes te meten die bij de botsingen vrijkomen.

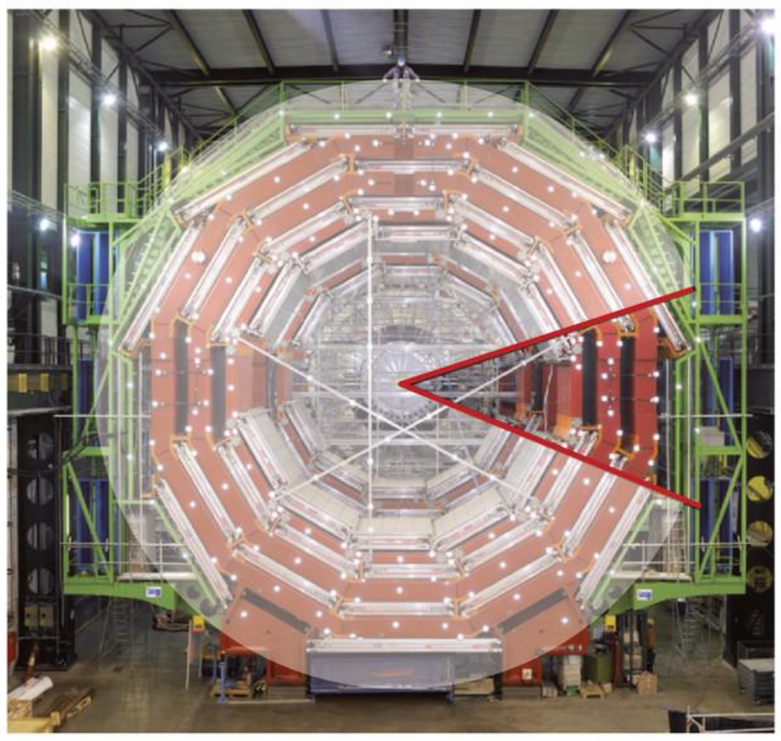


figuur 8 De LHC ingetekend in een luchtfoto, kijkend in zuidoostelijke richting, met op de achtergrond het meer van Genève en de Zwitserse Alpen. De posities van vier detectoren langs de ring zijn ingetekend.

Het voordeel van een circulaire versneller is dat je de deeltjes elke ronde een grotere snelheid kunt geven. Je hebt wel een zeer sterk magnetisch veld nodig om de deeltjes in hun baan te houden. Omdat permanente magneten hiervoor veel te zwak zijn, worden elektromagneten gebruikt. Deze elektromagneten bestaan uit spoelen die tot een extreem lage temperatuur worden gekoeld (tot 1,9 K). Bij deze lage temperatuur worden de spoelen supergeleidend en hebben ze geen elektrische weerstand. Hierdoor kunnen ze veel sterkere magnetische velden creëren dan gewone permanente magneten.
Een circulaire versneller heeft wel een nadeel ten opzichte van de lineaire versneller. Geladen deeltjes in een cirkelbaan gaan elektromagnetische straling uitzenden. Hierdoor verliezen ze energie en wordt het steeds moeilijker om de deeltjes verder te versnellen. Dit effect is bij elektronen sterker dan bij protonen, omdat hun massa veel lager is. Daarom worden in de LHC protonen en geen elektronen versneld.

DE WERKING VAN EEN DETECTOR

De versneller zorgt voor een botsing, maar vervolgens heb je wel een detector nodig om waar te kunnen nemen wat er in die botsing is gebeurd. Een voorbeeld van zo'n detector is de CMS die zich (in figuur 8) links in de ring van de LHC bevindt. Deze detector is cilindervormig: 21 m lang met een diameter van 15 m (links in figuur 9). Rechts in figuur 9 zie je dat de CMS is opgebouwd uit allemaal verschillende detectoren, elk geschikt om verschillende soorten deeltjes waar te nemen.



figuur 9 Links de CMS-detector: in het midden vinden de botsingen plaats (let op de technicus die boven op de detector staat); rechts schematisch de opbouw van de detector.

Met de halfgeleiderdetectoren wordt de baan van geladen deeltjes bepaald. De elektromagnetische calorimeter meet de energie van fotonen en elektronen. De hadroncalorimeter meet de energie van zwaardere, samengestelde deeltjes zoals protonen. Met muonkamers wordt de baan van muonen gereconstrueerd.

Voorbeeldopdracht 2

Voorspel welk pad een elektron, dat bij een botsing vrijkomt, in de CMS-detector zal volgen.

Uitwerking

Een elektron is negatief geladen. Het ontstaat in het midden van de detector en komt dan tussen de halfgeleiderdetectoren (figuur 9, rechts). Daar heerst een magneetveld het papier uit (weergegeven door de cirkel met punt). Het elektron beweegt in eerste instantie naar rechts, wat betekent dat de stroom naar links is gericht. Met de linkerhandregel vind je dan dat het elektron naar boven afbuigt (naar links als je met het elektron meereist). Vervolgens komt het de eerste calorimeter binnen. Daar wordt alle energie geabsorbeerd en stopt het spoor.

De opbouw van de CMS is zo gekozen dat fotonen en elektronen niet verder komen dan de elektromagnetische calorimeter. Zwaardere deeltjes (hadronen) verliezen hier maar weinig energie. Deze deeltjes worden gestopt in de hadroncalorimeter. Alleen muonen en neutrino's bereiken de buitenste ring van de detector. Door van al die deeltjes de sporen en hun energieën te bepalen, kun je reconstrueren welke deeltjes bij de botsing in de versneller zijn ontstaan.

Onthoud

- Tussen nucleonen (kerndeeltjes) werkt een zeer sterke aantrekkende kracht: de kernkracht. De kernkracht werkt alleen op korte afstanden.
- Kosmische straling bestaat uit verschillende soorten deeltjes die uit de ruimte afkomstig zijn (primaire kosmische straling) of die botsingsproducten zijn van deze deeltjes in de atmosfeer (secundaire kosmische straling). Kosmische straling levert de meest energetische deeltjes voor onderzoek.
- In deeltjesversnellers worden geladen deeltjes tot hoge energie versneld. Er zijn twee typen versnellers: circulaire en lineaire versnellers.
- Deeltjesversnellers zijn ontworpen om deeltjes op elkaar te laten botsen. De botsingsproducten worden in detectoren bestudeerd.

OPDRACHTEN ▸ Basis

9 Het goudfolie-experiment

In het goudfolie-experiment van Rutherford, Geiger en Marsden werd ontdekt dat de meeste alfadeeltjes vrijwel recht door het goudfolie gingen, terwijl sommige alfadeeltjes onder een grote hoek terugkaatsten.

a Wat was de belangrijkste conclusie over de structuur van het atoom die Rutherford uit dit experiment trok?

b Leg uit waarom uit dit experiment volgt dat er een extra kracht aanwezig is in de atoomkern, naast de coulombkracht.

10 Deeltjesversnellers

Er wordt al aan een volgende versneller gewerkt: de International Linear Collider (ILC). In de ILC worden elektronen (of positronen) in twee aparte lineaire versnellers versneld, om vervolgens op elkaar te botsen. Het voordeel van elektronen is dat zij, in tegenstelling tot protonen, elementaire deeltjes zijn. De botsingsproducten zullen dus 'eenvoudiger' zijn.

a Noem het voordeel van een lineaire versneller boven een circulaire versneller.

b Noem het nadeel van een lineaire versneller.

c Leg uit waarom je elektronen niet tot hoge energie in een circulaire versneller kunt versnellen.

11 Muonen en neutronen

In voorbeeldopdracht 2 is het spoor van een elektron beschreven, zoals het door de CMS wordt waargenomen. Doe hetzelfde voor een:

a muon

b neutron

↻ 12 Protonen en fotonen

In voorbeeldopdracht 2 is het spoor van een elektron beschreven, zoals het door de CMS wordt waargenomen. Doe hetzelfde voor een:

a proton

b foton

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

13 Kosmische straling

In figuur 10 zie je de verdeling van de energie van kosmische straling.

a Welke kosmische deeltjes worden het vaakst waargenomen: die met een lage of die met een hoge energie? Leg je antwoord uit.

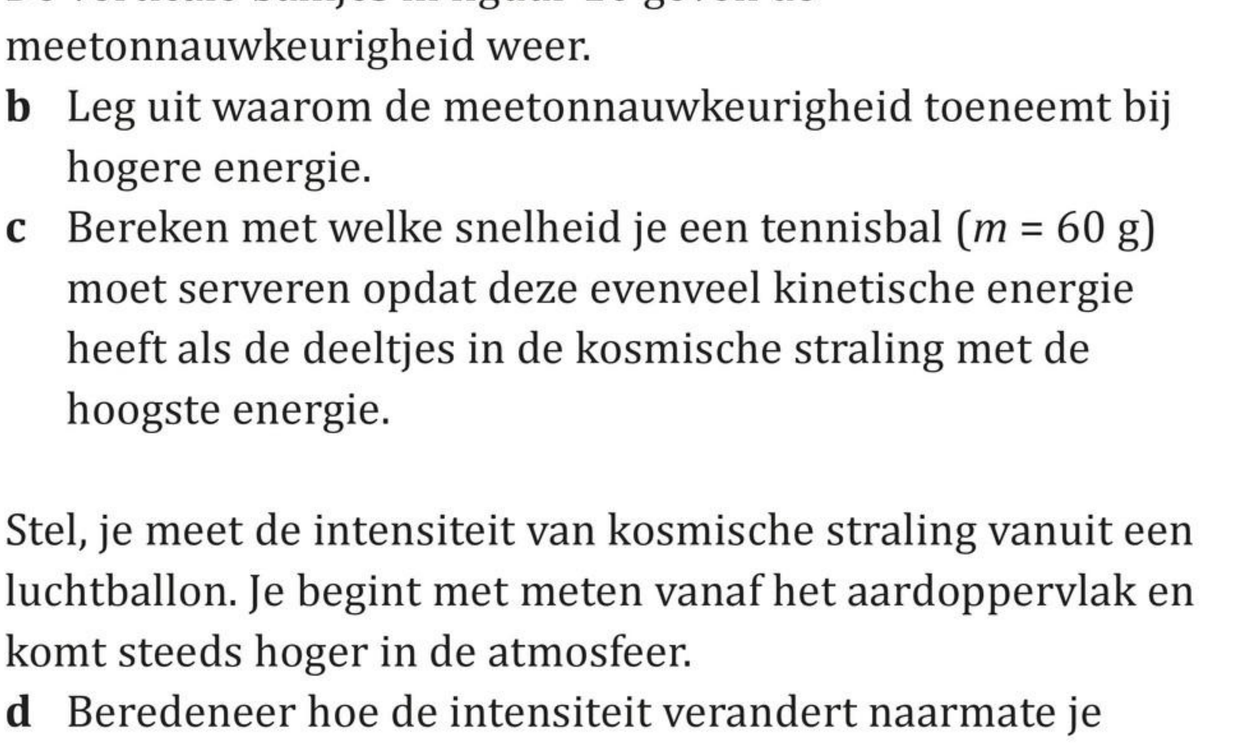
De verticale balkjes in figuur 10 geven de meetonnauwkeurigheid weer.

b Leg uit waarom de meetonnauwkeurigheid toeneemt bij hogere energie.

c Bereken met welke snelheid je een tennisbal (m = 60 g) moet serveren opdat deze evenveel kinetische energie heeft als de deeltjes in de kosmische straling met de hoogste energie.

Stel, je meet de intensiteit van kosmische straling vanuit een luchtballon. Je begint met meten vanaf het aardoppervlak en komt steeds hoger in de atmosfeer.

d Beredeneer hoe de intensiteit verandert naarmate je hoger komt. Maak voor je antwoord gebruik van figuur 7.



figuur 10 Dit diagram toont de verdeling van de energie van kosmische deeltjes. Langs de horizontale as staat de energie (in eV) van de deeltjes. De verticale as geeft een maat voor de hoeveelheid deeltjes per vierkante meter aardatmosfeer.

14 Afmeting aluminiumkern

Geiger en Marsden gebruikten in hun goudfolie-experiment radium als alfastraler.

a Beredeneer op basis van gegevens uit *BiNaS* welke isotoop van radium hiervoor het meest praktisch is.

In een vervolgexperiment probeerden ze de afmeting van de atoomkern te bepalen. Ze gingen uit van het volgende model: het alfadeeltje en de kern zijn beide positief geladen bolletjes en het alfadeeltje wordt niet beïnvloed door de elektronen rond de kern.

b Leg uit dat de alfadeeltjes informatie geven over de afmeting van de kern, als ze recht op de kern af komen, worden afgeremd en weer terugkomen.

De kinetische energie van de alfadeeltjes wordt bij deze beweging volledig omgezet in potentiële elektrische energie.

c Leg uit waarom je alfadeeltjes moet gebruiken met een zo hoog mogelijke kinetische energie voor het bepalen van de afmeting van de atoomkern.

d Beargumenteer waarom Geiger en Marsden uiteindelijk besloten aluminium te beschieten en niet goud.

De potentiële elektrische energie tussen twee ladingen q_1 en q_2 die zich op een afstand r bevinden, wordt gegeven door:

$$E_{el} = f \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$$

e Bereken op basis van energiebehoud een bovengrens voor de straal van de aluminiumkern. Ga uit van alfadeeltjes met een energie van 7,7 MeV.

f Vergelijk je antwoord op opdracht e met de moderne waarde: $r = 3{,}6 \cdot 10^{-15}$ m. Geef een verklaring voor een eventueel verschil.

15 Elektronen en protonen in de LHC

De hoeveelheid energie die deeltjes in een deeltjesversneller meekrijgen, bepaalt in belangrijke mate welke deeltjes er bij een botsing kunnen worden gevormd.
Een proton en een elektron in een circulaire deeltjesversneller krijgen evenveel kinetische energie en bewegen niet relativistisch ($v \ll c$).

a Leg uit welk deeltje de grootste snelheid heeft.

b Bereken de verhouding van de snelheden van het elektron en het proton.

Beide deeltjes doorlopen een cirkelbaan met baanstraal r.

c Bereken de verhouding van de middelpuntzoekende versnelling (a_{mpz}) van het elektron en het proton. Bepaal hiervoor eerst de formule voor middelpuntzoekende versnelling met behulp van de formule voor middelpuntzoekende kracht en de tweede wet van Newton.

De deeltjes gaan straling uitzenden als gevolg van de versnelling die ze krijgen. Voor het vermogen P van deze straling geldt: $P \sim a^2$, met a de versnelling van de deeltjes.

d Bereken de verhouding van het vermogen dat de deeltjes uitzenden.

De LHC is de grootste circulaire versneller.

e Leg uit wat het voordeel is van een circulaire versneller met een grote diameter.

f Leg uit waarom er in de LHC protonen en geen elektronen worden gebruikt.

★ 16 Structuur van het proton

In de lineaire versneller SLAC van de Stanford Universiteit in de Verenigde Staten is voor het eerst de structuur van het proton ontrafeld. Hiervoor werden elektronen met hoge snelheid op waterstofkernen (protonen) geschoten. De elektronen kregen daarbij een energie van 50,0 GeV.

a Reken deze energie om naar een snelheid en toon daarmee aan dat de klassieke mechanica van Newton niet van toepassing is op elektronen met deze energie.

De versneller heeft een lengte van 3,20 km.

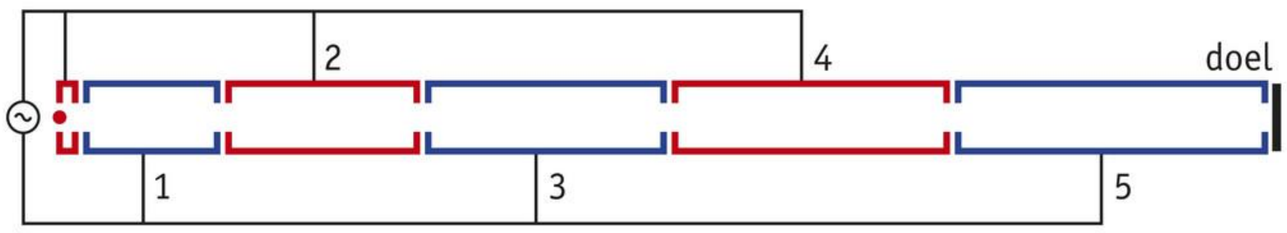
b Bereken hoeveel de energie van de elektronen gemiddeld per meter toenam.

Volgens de speciale relativiteit geldt voor de energie van een deeltje: $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$ (hoofdstuk K3). Hierbij is: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, met v de snelheid van het deeltje.

c Toon aan dat de elektronen na 1,00 m een snelheid bereikten van 99,9% van de lichtsnelheid.

Lineaire versnellers zoals de SLAC bestaan uit metalen cilinders waarop afwisselend een positieve en een negatieve spanning staat (figuur 11). Tussen elke cilinder worden de elektronen door het elektrisch veld versneld. De frequentie waarmee de spanning wisselt, is constant.

d Leg op basis van je antwoord op opdracht c uit dat de metalen cilinders in de eerste meter steeds langer moeten worden, maar daarna dezelfde lengte kunnen hebben.



figuur 11 Het principe van een lineaire versneller.

3 MASSA EN ENERGIE

Leerdoelen

K4.3.1 Je kunt redeneren met en rekenen aan het verband tussen massa, energie en bindingsenergie.

K4.3.2 Je kunt het massadefect en de bijbehorende energie berekenen voor een kernreactie.

K4.3.3 Je kunt uitleggen op welke manier kernsplijting en kernfusie worden gebruikt bij de productie van elektriciteit.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN			
	K4.3.1	K4.3.2	K4.3.3	K4.2.1*
Onthouden				
Begrijpen			23c	21a
Toepassen	17, 18cd, 19, 22abc	18ab, 20a, 21bcd, 22de	20bc, 23abdef	
Analyseren				

* Dit leerdoel vind je in een eerdere paragraaf of is een algemeen leerdoel.

Bij de botsingen in deeltjesversnellers ontstaan zoveel nieuwe deeltjes dat het onmogelijk lijkt te achterhalen wat er precies is gebeurd. Maar de deeltjes gedragen zich volgens strikte regels, uit te drukken als behoudswetten. Die bepalen welke processen wel en niet kunnen plaatsvinden. Met een van die wetten kun je bepalen welke isotopen stabiel zijn en welke radioactief. Deze wet wordt toegepast bij de productie van kernenergie.

MASSADEFECT

Bij scheikunde heb je geleerd dat massa een behouden grootheid is: voor en na een reactie is de totale massa van de moleculen gelijk. Als je heel precies de massa bepaalt voor en na een kernreactie of radioactief verval, dan blijkt dat er massa is verdwenen. Deze ‘ontbrekende’ massa noem je **massadefect**.

Voorbeeldopdracht 3

Bereken het massadefect bij het alfaverval van uranium-233.

Uitwerking

Noteer eerst de vervalvergelijking:

$^{233}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{229}_{90}\text{Th} + {}^{4}_{2}\text{He}$

Om het massadefect te berekenen, moet je eerst de *kern*massa's voor en na het verval weten. Voor de massa voor en na het verval geldt:

$m_{\underline{\text{U233}}} = m_{\underline{\text{Th229}}} + m_{\underline{\text{He4}}} + \Delta m$

Hierin is Δm het massadefect en de massa's met onderstreepte isotopen zijn kernmassa's. *BiNaS* tabel 25 vermeldt echter *atoom*massa's:

$m_{\text{U233}} = 233{,}039\ 63$ u, $m_{\text{Th229}} = 229{,}031\ 75$ u en $m_{\text{He4}} = 4{,}002\ 603$ u.

De kernmassa's bereken je door van deze atoommassa's de massa van de elektronen af te halen:

$m_{\text{U233}} - 92\ m_{\text{e}} = (m_{\text{Th229}} - 90\ m_{\text{e}}) + (m_{\text{He4}} - 2\ m_{\text{e}}) + \Delta m$

De elektronmassa's vallen links en rechts tegen elkaar weg en je kunt verder rekenen met atoommassa's:

$m_{\text{U233}} = m_{\text{Th229}} + m_{\text{He4}} + \Delta m$

$\Delta m = m_{\text{U233}} - m_{\text{Th229}} - m_{\text{He4}}$

$\Delta m = 233{,}039\ 63 - 229{,}031\ 75 - 4{,}002\ 603 = 0{,}005\ 28$ u

Het massadefect is dus 0,005 28 u = $8{,}77 \cdot 10^{-30}$ kg.

Bij het verval van uranium-233 is er niet alleen massa verdwenen, er is ook energie ontstaan: het alfadeeltje heeft een (kinetische) energie van 4,83 MeV gekregen (*BiNaS* tabel 25). Die energie lijkt uit het niets te zijn gekomen. Kortom: massa en energie zijn elk op zich niet behouden.

Einstein gaf een verklaring voor de energie die ontstaat en de massa die verdwijnt. Hij stelde dat massa en energie equivalent zijn: ze kunnen in elkaar worden omgezet. Met andere woorden: de energie van het alfadeeltje is gelijk aan de verdwenen massa. Massa en energie kun je omrekenen met de **massa-energierelatie**.

Formule

De formule voor de massa-energierelatie is:

$E = m \cdot c^2$

Hierin is:

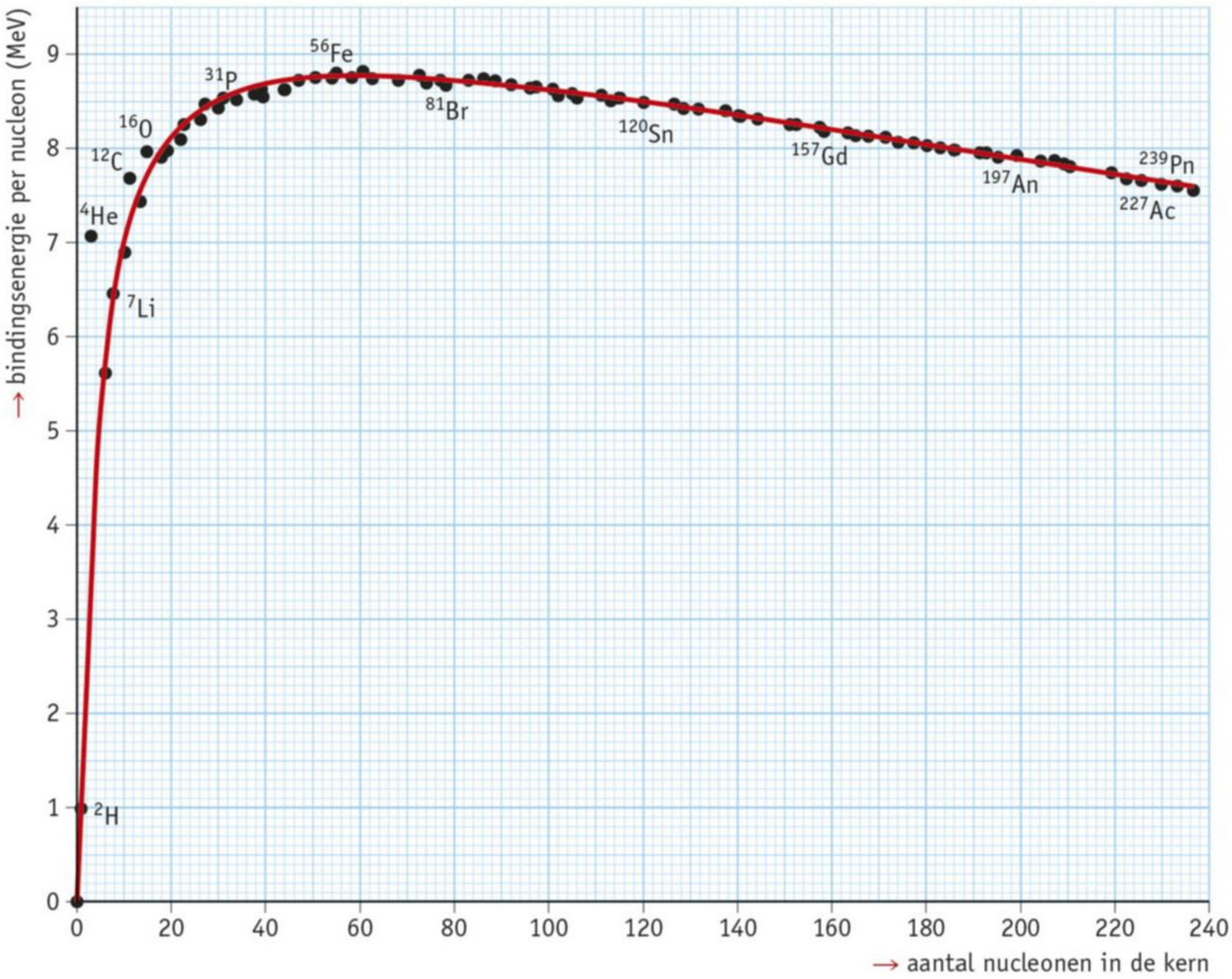
- E de rustenergie van een deeltje in joule (J);
- m de massa in kilogram (kg);
- c de lichtsnelheid in meter per seconde (m s^{-1}).

Bij het verval van uranium-233 is het massadefect $8{,}77 \cdot 10^{-30}$ kg. Met de massa-energierelatie kun je dat omrekenen naar een energie van $8{,}77 \cdot 10^{-30} \times (2{,}998 \cdot 10^{8})^2 = 7{,}88 \cdot 10^{-13}$ J = 4,92 MeV. Het alfadeeltje heeft daarvan dus 4,83 MeV meegekregen. Er blijft nog 0,09 MeV over. Dit is de kinetische energie van de dochterkern (thorium-229). Bij radioactief verval treedt altijd een massadefect op en komt er kinetische energie vrij. Massadefect is wat er aan massa verloren is gegaan. Er kan ook sprake zijn van een negatief massadefect. Dit betekent dat er massa bij is gekomen. Deze massa ontstaat niet zomaar, bij een negatief massadefect moet je energie aan het systeem toevoegen om de reactie te laten verlopen.

BINDINGSENERGIE

Bij radioactief verval komt energie vrij: de totale massa van de dochterkern en het stralingsdeeltje is kleiner dan die van de moederkern. Het verschil in massa is omgezet in energie. Dit lijkt op wat er bij een exotherme reactie gebeurt: de energie van de reactieproducten is kleiner dan die van de reagerende stoffen, het verschil komt vrij als warmte. Bij (chemische) reacties is dit een gevolg van de elektrische wisselwerking tussen elektronen en kernen. Bij radioactief verval en kernreacties is de vrijkomende energie echter een gevolg van de kernkracht tussen de nucleonen. Deze kernkracht houdt de nucleonen bij elkaar.
Stel je een deuteron voor, de kern van deuterium, ofwel ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$. Het proton en neutron trekken elkaar blijkbaar aan: ze vormen immers een kern. Als je ze, denkbeeldig, uit elkaar wilt halen, moet je over een bepaalde afstand een kracht uitoefenen. Je verricht daarmee arbeid en stopt energie in het systeem. Die energie noem je de **bindingsenergie**: deze energie moet je toevoeren om de deeltjes los te krijgen en deze komt vrij als je de deeltjes samenvoegt. Hoe groter de bindingsenergie, hoe sterker de deeltjes zijn gebonden.
Als je voor elke isotoop de bindingsenergie per nucleon uitzet tegen het aantal nucleonen (massagetal), krijg je een diagram zoals in figuur 12.
Een aantal zaken valt op in dit diagram:

- Tot ijzer-56 neemt de bindingsenergie per nucleon toe met toenemend massagetal, daarna neemt ze af.
- De bindingsenergie per nucleon is in de orde van enkele MeV.
- Helium-4 heeft een zeer grote bindingsenergie (per nucleon) in vergelijking met nabijgelegen atomen: het kost relatief veel energie het deeltje uit deze kern uit elkaar te halen.



figuur 12 Bindingsenergie per nucleon.

PRACTICUM 2 Gausskanon

Voorbeeldopdracht 4

Bereken de bindingsenergie van uranium-235 met behulp van gegevens uit *BiNaS*. Druk deze uit in MeV en in MeV per nucleon. Controleer je antwoord met behulp van figuur 12.

Gegevens

m_{U235} = 235,043 92 u (*BiNaS* tabel 25, atoommassa)
m_p = 1,007 276 u (*BiNaS* tabel 7)
m_n = 1,008 665 u (*BiNaS* tabel 7)
m_e = 0,000 549 u (*BiNaS* tabel 7)
1 u = 931,494 061 MeV (*BiNaS* tabel 7)

Uitwerking

$m_{U235} = m_{U235} - 92\ m_e = 235{,}043\ 92 - 92 \times 0{,}000\ 549$ u = 234,993 41 u
De massa van de afzonderlijke deeltjes samen:
$m = 92\ m_p + (235 - 92)$
$m_n = 92 \times 1{,}007\ 276 + (235 - 92) \times 1{,}008\ 665 = 236{,}908\ 487$ u
$E_b = m - m_{U235} = 236{,}908\ 487 - 234{,}993\ 41 = 1{,}915\ 08$ u
$E_b = 1{,}915\ 08 \times 931{,}494\ 061 = 1783{,}89$ MeV

Per nucleon is dit: $\frac{1783{,}88}{235} = 7{,}590\ 99$ MeV

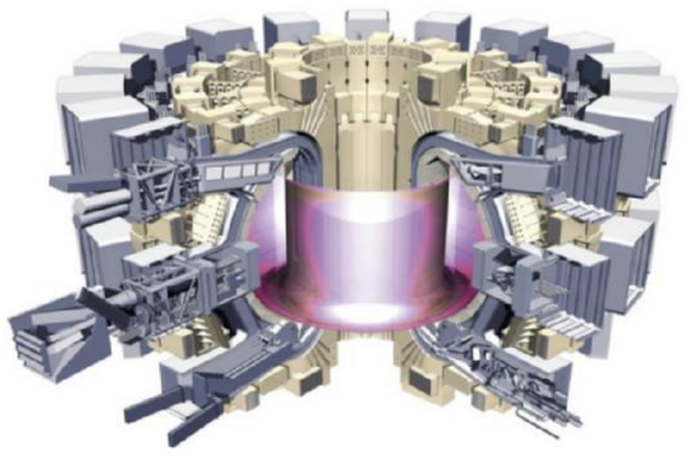
In figuur 12 lees je bij een massagetal van 235 een energie af van 7,6 MeV. Dit komt overeen met de berekening.

KERNENERGIE: SPLIJTING EN FUSIE

Kerncentrales wekken energie op door gebruik te maken van het verschil in bindingsenergie tussen isotopen. In een kerncentrale wordt uranium-235 beschoten met neutronen. Er ontstaat uranium-236 dat instabiel is en splijt. De manier waarop dat gebeurt gaat volgens een kansverdeling: verschillende brokstukken kunnen met een bepaalde kans ontstaan. Hierbij is het belangrijk dat er ook neutronen vrijkomen die nieuwe splijtingsreacties kunnen veroorzaken en zo de kettingreactie in stand houden. Het beschieten van een kern met neutronen kost energie, maar dit proces levert uiteindelijk energie op. Je kunt je dit als volgt voorstellen: de energie die het kost om een zwaar element als uranium-236 te splitsen in afzonderlijke nucleonen, is minder dan de bindingsenergie die vrijkomt bij het vormen van de lichtere elementen (figuur 12).

Een fusiereactor laat juist isotopen fuseren met een laag massagetal. In figuur 12 kun je zien dat de bindingsenergie voor lichte isotopen toeneemt met toenemend massagetal. Stel je weer voor: de energie die vrijkomt bij de vorming van zwaardere elementen is groter dan de energie die het kost om een licht element te splitsen in afzonderlijke nucleonen. Het principe is redelijk eenvoudig, de praktijk is dat helaas niet. Bij kernfusie moet je positief geladen kernen dicht bij elkaar brengen, zodat de kernkracht ze vervolgens samenbindt. Maar daarvoor moet eerst de afstotende coulombkracht worden overwonnen. Daarvoor moeten de deeltjes voldoende snelheid hebben, wat betekent dat de temperatuur zeer hoog moet zijn, in de orde van 150 miljoen kelvin. In de zon vindt kernfusie plaats bij een lagere temperatuur, omdat daar de druk ook nog eens heel hoog is.

In Frankrijk wordt momenteel een experimentele fusiereactor (ITER) gebouwd (figuur 13). Die moet het voor elkaar krijgen kernfusie tot stand te brengen en netto energie op te leveren. Daarna pas kunnen commerciële fusiereactoren worden ontworpen en gebouwd. Er is dus nog een lange weg te gaan. De voordelen van kernfusie zijn groot: de fusiebrandstoffen zijn op aarde ruim aanwezig en de fusieproducten zijn niet schadelijk. Er is dus geen probleem van afval dat lang radioactief blijft.



figuur 13 De experimentele fusiereactor ITER.

Onthoud

- Het massadefect is de afname van massa bij een deeltjesreactie of verval. De afname van massa is gelijk aan de toename in (kinetische) energie volgens $E = m \cdot c^2$. Eén atomaire massaeenheid (u) komt zo overeen met een energie van 931,49 MeV (*BiNaS* tabel 7).
- Bindingsenergie is de energie die vrijkomt bij het binden van deeltjes en is gelijk aan de energie die nodig is om de gebonden deeltjes vrij te maken. Het optreden van een massadefect komt overeen met een afname van de bindingsenergie. In geval van radioactief verval is er een massadefect en komt er dus energie vrij.
- In een kerncentrale komt bindingsenergie vrij door zware elementen (uranium-235) te splijten in lichtere elementen.
- Bij kernfusie komt bindingsenergie vrij door lichte elementen tot zwaardere te laten fuseren. Voor elementen tot en met ijzer-56 levert dit netto energie op, omdat de bindingsenergie per nucleon toeneemt.

OPDRACHTEN ▸ Basis

17 Paarproductie

Bij paarproductie ontstaan een elektron en een positron uit een hoogenergetisch foton.
Gebruik de relatie van Einstein ($E = m \cdot c^2$) om uit te rekenen hoeveel energie het foton minimaal moet hebben. Geef je antwoord in drie significante cijfers.

18 Massadefect

Bij radioactief verval treedt massadefect op.
Bereken het massadefect, uitgedrukt in MeV, dat optreedt bij het verval van:

a radium-224
b koolstof-14

Het stralingsdeeltje dat in opdracht a en b wordt uitgezonden, krijgt een deel van het massadefect als kinetische energie mee.

c Controleer met informatie uit *BiNaS* dat je antwoorden bij opdracht a en b hiermee in overeenstemming zijn.
d Vergelijk de berekeningen van opdracht a en b met elkaar: in welk geval kun je direct rekenen met atoommassa's?

19 Bindingsenergie

IJzer-57 is de isotoop met de hoogste bindingsenergie per nucleon.
Bereken de bindingsenergie per nucleon van ijzer-57.
Controleer je antwoord met behulp van figuur 12.

20 Fusiereactor

Twee interessante fusiereacties voor de productie van energie met een fusiereactor zijn:
${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$ en ${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

a Bereken voor beide fusiereacties hoeveel energie er vrijkomt, in MeV per nucleon.

Deuterium komt op aarde veel voor en is relatief goedkoop te winnen. Helium-3 is zeer zeldzaam en daarom wordt voor toepassingen in een fusiereactor gekeken naar de eerste fusiereactie. Tritium, ${}^{3}\mathrm{H}$, is ook zeldzaam, maar kun je vormen door lithium-7 te bestralen met neutronen. Na het invangen van een neutron treedt een kernsplijting op, waarbij ook weer een neutron wordt uitgezonden.

b Geef de reactievergelijking waarbij tritium wordt gevormd.

Het lithium kun je in de reactorwand verwerken, zodat er 'vanzelf' tritium wordt gevormd. Daarvoor moet je de neutronen voldoende afremmen. Dat kun je doen met grafiet.

c Noem welke twee problemen er ontstaan door het invangen van neutronen door grafiet.

21 Ontdekking neutron

Het neutron is ontdekt in een kernreactie waarbij beryllium-9 met helium-4 werd beschoten. Daarbij ontstaat een isotoop van koolstof. Alfastralers zenden heliumkernen uit met een energie van ongeveer 5 MeV.

a Leg uit waarom het nodig is de helium-4-kernen met grote snelheid op het beryllium af te vuren.

De reactievergelijking van dit proces is: ${}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C}$

b Bereken hoeveel energie er bij dit proces netto vrijkomt.

Uit metingen bleek dat de vrijkomende energie niet volledig als gammastraling wordt uitgezonden: er was energie zoek. James Chadwick stelde daarom in 1932 voor dat er ook een ongeladen deeltje met massa vrijkomt: het neutron.

c Geef de nieuwe reactievergelijking en leg uit dat er nog steeds koolstof wordt gevormd.

d Bereken opnieuw hoeveel energie er netto bij dit proces vrijkomt en controleer of je antwoord inderdaad kleiner is dan dat bij opdracht b.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

22 Kernfusie in de zon

De energie die de zon uitzendt, is afkomstig van kernfusie.

a Zoek in *BiNaS* op hoeveel energie de zon per seconde uitzendt.

b Bereken hoeveel massa de zon per seconde verliest.

De proton-protoncyclus is een belangrijk fusieproces in de zon. Het bestaat uit de volgende fusiereacties:

$^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

$^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He}$

$^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\ {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

c Geef schematisch weer hoe deze drie fusiereacties met elkaar samenhangen.

d Schrijf de drie reactievergelijkingen als één netto reactievergelijking.

e Bereken de energie die netto bij de reactievergelijking van opdracht d vrijkomt.

★ 23 Kerncentrale

In een kerncentrale wordt uranium-235 beschoten met neutronen. Het uranium-236 dat zo wordt gevormd, is instabiel en valt uiteen in verschillende brokstukken. Daarbij worden drie neutronen uitgezonden die elk ook een uranium-236-kern vormen die splijt.

a Bereken hoeveel uranium-236-kernen er na tien van dit soort stappen zijn gespleten.

b Maak een beredeneerde schatting van de energie die daarbij is vrijgekomen (in joule). Het is hiervoor niet nodig te weten wat de splijtingsproducten zijn.

c Geef het percentage uranium-235 dat zich in natuurlijk uranium bevindt.

Voor een kernreactor wordt uranium verrijkt tot het 5% uranium-235 bevat. De rest is dan nog uranium-238, dat ook neutronen kan invangen, maar daarbij niet splijt.

d Beredeneer hoe je antwoorden bij opdracht a en b veranderen als je rekening houdt met de samenstelling van de brandstof in een kernreactor.

Uranium-239 is een bètaminstraler.

e Toon aan dat er na een aantal vervallen plutonium-239 wordt gevormd.

Plutonium-239 is ook splijtbaar en kun je in kernwapens gebruiken.

f Leg uit waarom een kernreactor op basis van uranium-235 relatief veel plutonium-239 produceert.

4 BEHOUDSWETTEN BIJ DEELTJESPROCESSEN

Leerdoelen

K4.4.1 Je kunt een vergelijking opstellen voor de wisselwerking tussen deeltjes.
K4.4.2 Je kunt benoemen aan welke behoudswetten deeltjesprocessen moeten voldoen.
K4.4.3 Je kunt behoudswetten toepassen om een deeltjesvergelijking kloppend te maken.
K4.4.4 Je kunt uitleggen hoe nieuwe deeltjes worden gepostuleerd op basis van behoudswetten.

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN			
	K4.4.1	K4.4.2	K4.4.3	K4.4.4
Onthouden				
Begrijpen	26a, 27a	24, 26bc	31a	
Toepassen	26e, 28a, 30b	26f, 27b, 28b	25, 26d, 30a, 31bcde	29a
Analyseren		28c		29b

In de vorige paragraaf heb je gelezen dat massa en energie apart geen behouden grootheden zijn, maar massa-energie wel. Met die behoudswet kun je voor een belangrijk deel bepalen welk radioactief verval en welke deeltjesprocessen in principe mogelijk zijn en welke niet. Er zijn nog meer behoudswetten die bepalen welke deeltjesprocessen mogelijk zijn.

DEELTJESPROCESSEN

Alfaverval kun je zien als het opnieuw rangschikken van protonen en neutronen in de kern van een atoom. Daarbij is het aantal protonen en neutronen voor en na het verval gelijk. Het is verleidelijk om elementaire deeltjes te zien als een soort legosteentjes die je op verschillende manieren kunt combineren. Bètaverval laat zien dat dat beeld niet klopt, bijvoorbeeld:

$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

Het aantal protonen en neutronen is bij dit verval niet gelijk gebleven en er is een bètamindeeltje (een elektron) ‘ontstaan’. Wat er met de afzonderlijke deeltjes gebeurt, kun je weergeven met een **deeltjesvergelijking**:

$^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{p} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

Het neutron is vervallen tot een proton en een elektron. Het is dus niet zo dat het neutron uit een proton en een elektron bestaat. Dat is niet bepaald te vergelijken met legosteentjes! Deze vergelijking is een voorbeeld van een **deeltjesproces**. Het is slechts een van de vele mogelijke deeltjesprocessen. Natuurkundigen zijn geïnteresseerd in de vraag welke deeltjesprocessen mogelijk zijn.

LADINGBEHOUD

In de bellenvatopname van paragraaf 1 (figuur 2) ontstonden uit een foton via paarproductie een elektron en een positron. Het deeltjesproces voldoet aan ladingbehoud: de lading voor en na de reactie is gelijk. Stel je voor dat de volgende reactie zou plaatsvinden:

$$n \xrightarrow{?} e^+ + e^-$$

In deze situatie is de lading ook behouden. Bovendien is er een flink massadefect, waardoor het positron en elektron met grote snelheid weg zouden moeten vliegen om de extra energie weg te dragen. Toch wordt deze reactie in de natuur niet waargenomen. Er wordt blijkbaar een behoudswet geschonden die de reactie verbiedt.

BEHOUD VAN BARYONGETAL

Het verboden verval van een neutron in een elektron en een positron laat zien dat er een belangrijk verschil is tussen de betrokken deeltjes. Neutronen en protonen worden **baryonen** genoemd, of 'zware deeltjes'. Net zoals een proton een elektrische lading $+1e$ heeft, heeft een baryon een baryongetal $A = +1$. Ook het neutron heeft een baryongetal van +1. En net zoals het positron, ofwel 'anti-elektron', een tegengestelde lading heeft als het elektron, bestaat er een antiproton met een tegengestelde lading en een baryongetal van $A = -1$. Elektronen en positronen daarentegen zijn **leptonen**, 'lichte deeltjes', waarvoor geldt $A = 0$. In elke reactie moet het baryongetal behouden zijn. Dat is duidelijk niet het geval bij $n \xrightarrow{?} e^+ + e^-$. Op basis van ladingbehoud en behoud van baryongetal kun je de volgende deeltjesreactie voorspellen:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \overline{p}$$

Hierin is $\overline{p}$ het antiproton. Maar er lijkt een probleem te zijn met energiebehoud: de massa rechts is twee keer zo groot als links. Toch kan deze reactie wel degelijk plaatsvinden: door in een deeltjesversneller, zoals de LHC, met hoge snelheid twee protonen op elkaar te laten botsen. De energie om het extra proton en antiproton te creëren, komt uit de bewegingsenergie van de botsende protonen.

IMPULSBEHOUD

Het is nu duidelijk dat het positron-elektronpaar uit de bellenvatopname van paragraaf 1 niet ontstond uit een neutron. Maar het is ook niet mogelijk dat het uit één enkel foton is ontstaan. Dat is een gevolg van **impulsbehoud**.
Impuls is een maat voor de hoeveelheid beweging (hoofdstuk 10). Voor een deeltje met massa geldt: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, voor het foton geldt: $p = \frac{E}{c}$
Impuls is een vectorgrootheid: om de totale impuls van meerdere deeltjes te bepalen, moet je de impulsvectoren samenstellen. Impuls is een behouden grootheid. De impuls van het foton moet gelijk zijn aan de totale impuls van het positron-elektronpaar. Dat zou op zich kunnen, maar de energie moet ook behouden zijn. Het blijkt niet mogelijk aan deze twee eisen te voldoen als het positron-elektronpaar is ontstaan uit één foton. De juiste deeltjesvergelijking voor paarproductie moet zijn:
$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$

Het extra foton is meestal afkomstig van een atoomkern in het bellenvat. Het inkomende foton wisselt energie uit met die kern door uitzending van een extra foton. Op die manier staat het inkomende foton een deel van z'n energie af aan de kern die daardoor een beetje snelheid krijgt. Zo kan worden voldaan aan zowel impuls- als energiebehoud.

OMKEERBAARHEID

In figuur 2 (paragraaf 1) verdwijnt bij punt B een positron. Door ladingbehoud weet je dat dit niet zomaar mogelijk is. Je kunt het positron laten 'verdwijnen' door de deeltjesvergelijking voor paarproductie om te keren. Dan voldoe je ook aan alle behoudswetten. Dit omgekeerde proces heet **annihilatie**: het elektron en positron 'slokken' elkaar op, waarbij alle massa als energie wordt uitgezonden in de vorm van twee fotonen. Dit proces is te schrijven als:
$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$

De annihilatie van elektronen en positronen vormt de basis van de PET-scan (hoofdstuk 8). Doordat de fotonen in tegenovergestelde richtingen wegschieten, kun je uit het verschil in aankomsttijd terugrekenen waar het positron en elektron annihileerden.
Dit omkeren van een deeltjesvergelijking heet **omkeerbaarheid**: elke deeltjesvergelijking kan omgekeerd ook voorkomen. Als een reactie spontaan optreedt, komt er energie bij vrij. Om de omgekeerde reactie te laten plaatsvinden, is er dus energie nodig. Omkeerbaarheid zelf is geen behoudswet, maar een principe dat geen enkele behoudswet schendt.
Een ander voorbeeld is de deeltjesvergelijking voor bètaminverval:
$n \rightarrow p + e^-$

De omgekeerde reactie is:
$p + e^- \rightarrow n$

Dit proces komt in verschillende isotopen voor en heet **K-vangst**, omdat het elektron van deze reactie uit de binnenste schil (K-schil) van het atoom komt.

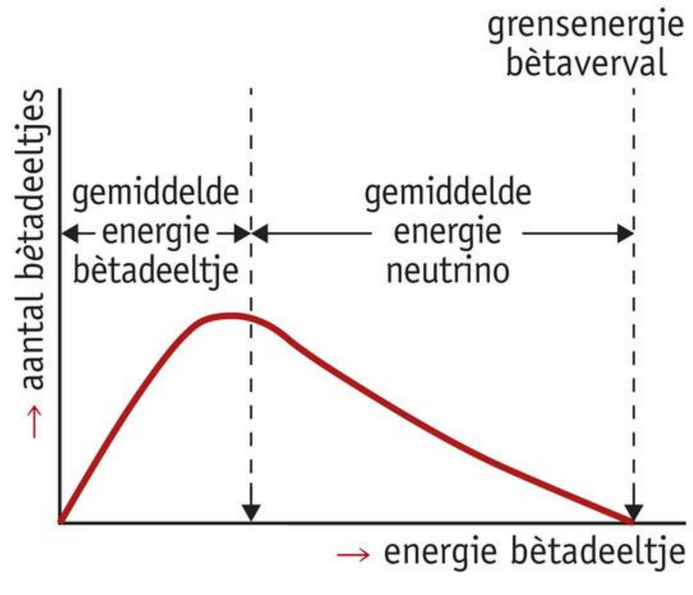
KRUISINGSSYMMETRIE

Naast K-vangst en bètaminverval kan ook het volgende proces optreden:
$p \rightarrow n + e^+$

Dit is bètaplusverval. De vergelijking lijkt op die voor K-vangst. Het verschil is dat er geen elektron wordt opgenomen, maar een positron wordt uitgezonden. Je kunt de deeltjesvergelijking van bètaplusverval uit die van K-vangst verkrijgen door het elektron links weg te halen en rechts te vervangen door het antideeltje. Dit heet **kruisingssymmetrie** en dit principe geldt algemeen.
Net als bij omkeerbaarheid blijven alle 'ladingen' door kruisingssymmetrie behouden. Wel lijkt massa-energiebehoud nu geschonden, omdat het massadefect negatief is: de massa neemt rechts toe. Een vrij proton kan dus niet spontaan vervallen; daarvoor is er onvoldoende energie. Bètaplusverval treedt alleen op in een atoomkern. Een deel van de bindingsenergie van de moederkern wordt daarbij omgezet in massa.

BEHOUD VAN LEPTONGETAL

Met behulp van behoudswetten kun je in sommige gevallen voorspellen dat er een nieuw deeltje moet zijn en ook welke eigenschappen dat deeltje heeft. Elke alfastraler zendt alfadeeltjes uit met een vaste hoeveelheid energie. Zo zendt uranium-233 altijd alfadeeltjes uit met een energie van 4,83 MeV, maar uranium-235 altijd met een energie van 4,52 MeV. Dat is een gevolg van energie- en impulsbehoud als er na het verval twee deeltjes overblijven: de dochterkern en het alfadeeltje.
Bij bètaverval gebeurt er iets anders. In *BiNaS* vind je voor bètaverval de maximale energie van het bètadeeltje. Het kan dus blijkbaar ook minder zijn. Als je van heel veel vervallen zou bijhouden met welke energie het bètadeeltje wordt uitgezonden, dan krijg je een grafiek zoals in figuur 14.
Deze verdeling is alleen mogelijk wanneer bij bètaverval een *derde* deeltje vrijkomt dat een deel van de impuls en energie meedraagt. Bij bètaminverval gaat het om het antineutrino, aangegeven met $\bar{\nu}$. Uit de deeltjesvergelijking kun je afleiden welke eigenschappen dit deeltje moet hebben:
$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$



figuur 14 Verdeling van de energie van het bètadeeltje bij bètaverval.

De lading links is nul, rechts heeft het proton een lading $+e$, het elektron een lading $-e$. Het antineutrino moet dus een lading nul hebben. Verder was het baryongetal al behouden (links een neutron, rechts een proton). Dus het baryongetal van het antineutrino is ook nul.
Rechts in de vergelijking is een elektron ontstaan. Een elektron is een lepton met leptongetal $L = +1$. Links waren er geen leptonen. Als het leptongetal L, net zoals het baryongetal, behouden blijft, dan betekent dit dat het antineutrino een leptongetal zou moeten hebben van $L = -1$ en een neutrino een leptongetal van $L = +1$. Anders gezegd: er is een verschil tussen een neutrino en een antineutrino. Om dat te controleren kun je kruisingssymmetrie toepassen door het antineutrino van rechts naar links te halen en te vervangen door zijn antideeltje, een neutrino:

$$n + \nu \rightarrow p + e^-$$

Deze reactie zou moeten optreden en wordt ook waargenomen. Als het neutrino en antineutrino aan elkaar gelijk zouden zijn, dan moet de volgende reactie ook worden waargenomen:

$$n + \overline{\nu} \xrightarrow{?} p + e^-$$

Deze reactie is onderzocht door de veronderstelde antineutrino's die bij bètaminverval vrijkomen af te sturen op een stuk lood, zodat ze een reactie kunnen aangaan met de neutronen die zich daarin bevinden. De reactie is echter nooit waargenomen. De conclusie is dat het neutrino en het antineutrino twee verschillende deeltjes zijn, zoals voorspeld op basis van behoud van leptongetal.

Onthoud

- Met een deeltjesvergelijking beschrijf je wat er met de afzonderlijke deeltjes gebeurt in een deeltjesproces.
- In elke deeltjesreactie is lading, massa-energie, impuls, baryon- en leptongetal behouden.
- Deeltjesvergelijkingen kunnen worden omgekeerd en leveren dan processen op die ook mogelijk zijn. Als het proces de ene kant op spontaan verloopt, dan moet er energie worden toegevoerd in het omgekeerde proces.
- Bij kruisingssymmetrie verplaatst een deeltje in een deeltjesvergelijking van de ene naar de andere kant van de pijl. Daarbij verandert het van deeltje naar antideeltje (of andersom).
- Bètaplusverval, bètaminverval en K-vangst zijn via kruisingssymmetrie aan elkaar verwant.

OPDRACHTEN ▸ Basis

24 Behoudswetten

Energie- en impulsbehoud zijn continue behoudswetten.
De behoudswetten voor lading, baryon- en leptongetal zijn discrete behoudswetten.
Leg uit wat er wordt bedoeld met een continue en een discrete behoudswet.

25 Bètaverval

Bepaalde deeltjesvergelijkingen zijn via kruisingssymmetrie en omkeerbaarheid verwant aan bètaverval.
Noteer alle mogelijke deeltjesvergelijkingen die via kruisingssymmetrie en omkeerbaarheid verwant zijn aan bètaminverval (vergeet het neutrino niet).

P 26 Kosmische straling

Sommige deeltjes in kosmische straling zijn afkomstig van nog onbegrepen puntbronnen in het heelal. Deze zenden onder andere neutrino's en protonen uit. Protonen met een energie boven ongeveer $4 \cdot 10^{19}$ eV hebben interactie met fotonen uit de kosmische achtergrondstraling en je kunt ze daarom niet gebruiken voor metingen. Neutrino's hebben daar geen last van.

a Leg uit waarom neutrino's geen last hebben van kosmische achtergrondstraling.

b Geef een andere eigenschap van kosmische neutrino's waardoor de bron beter is te bepalen dan wanneer protonen worden gedetecteerd.

c Noem een belangrijk probleem bij het waarnemen van neutrino's.

Protonen 'verdwijnen' na interactie met kosmische achtergrondstraling via het volgende proces:
$p + \gamma \rightarrow n + \pi^+$

d Ga, voor zover mogelijk, na dat dit proces geen behoudswetten schendt.

KM3NeT detecteert deze kosmische neutrino's. Dat gaat via een aantal tussenstappen. Eerst moet het neutrino via interactie met een atoomkern een lepton creëren.

e Geef de twee reactievergelijkingen van deze wisselwerking waarbij een elektron en een positron ontstaan.

KM3NeT kijkt naar beneden om deze neutrino's te meten.

f Leg uit dat er geen andere deeltjes 'van onder' kunnen komen.

27 Bètaplusverval

Bètaplusverval is gerelateerd aan bètaminverval.

a Geef de deeltjesvergelijking voor bètaplusverval.

b Leg uit dat bij bètaplusverval het baryongetal behouden is.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

28 K-vangst

Lang niet alle isotopen vertonen K-vangst. Een voorbeeld is waterstof ($^{1}_{1}H$).

a Bereken het massadefect als waterstof wel via K-vangst zou vervallen en toon daarmee aan dat waterstof geen K-vangst kan vertonen.

b Leg met behulp van de theorie uit dat waterstof ook niet via andere wegen kan vervallen.

c Waarom is het evolutionair gezien 'gelukkig' dat waterstofkernen stabiel zijn?

29 PET-scan

De twee fotonen die bij een PET-scan worden uitgezonden, hebben een karakteristieke energie van 511 keV.

a Toon dat aan op basis van het massadefect dat optreedt bij de vorming van de twee fotonen.

Voor een PET-scan wordt fluor-18 gebruikt, dat positronen uitzendt met een maximale energie van 0,63 MeV. Desondanks heeft elk van de fotonen altijd een energie van 511 keV.

b Wat kun je hieruit concluderen over de manier waarop een elektron en positron annihileren?

30 Uranium-233

In voorbeeldopdracht 3 (paragraaf 3) bleek het massadefect bij het verval van uranium-233 gelijk te zijn aan 0,005 28 u ofwel 4,92 MeV. Volgens *BiNaS* krijgt het alfadeeltje daarvan 4,83 MeV als kinetische energie mee.

a Bereken op basis van impulsbehoud welke snelheid de dochterkern moet hebben. Neem aan dat de moederkern geen snelheid had.

b Controleer of deze snelheid overeenkomt met de ontbrekende energie.

★ 31 Paarproductie

Bij paarproductie ontstaan uit twee fotonen een positron en elektron.

a Leg met behulp van impulsbehoud uit dat het niet mogelijk is dat één enkel foton een elektron-positronpaar kan produceren, ook al heeft het voldoende energie.

Paarproductie vindt meestal plaats in de buurt van een geladen deeltje, bijvoorbeeld een atoomkern. Het inkomende foton wisselwerkt met de kern door een nieuw foton uit te wisselen. In de rest van deze opdracht bekijk je een foton dat op die manier met een waterstofkern wisselwerkt, waarbij een positron en een elektron worden gevormd zonder extra kinetische energie.

b Leg op basis van impulsbehoud uit dat de atoomkern door dit proces een snelheid moet krijgen. Houd voor de energie van het foton alleen rekening met de benodigde energie voor de creatie van het elektron-positronpaar.

Voor de impuls van een foton geldt: $p = \frac{E}{c}$

c Bereken met welke minimale snelheid de waterstofkern wegschiet.

d Bereken op basis van je antwoord op opdracht c de minimale energie die het foton moet hebben om dit proces mogelijk te maken.

e Om wat voor soort foton gaat het?

5 HET STANDAARDMODEL

Leerdoelen

K4.5.1 Je kunt uitleggen hoe het standaardmodel de elementaire deeltjes en de wisselwerking daartussen beschrijft.

K4.5.2 Je kunt uitleggen wat de verschillen en overeenkomsten zijn tussen generaties deeltjes.

K4.5.3 Je kunt het feynmandiagram tekenen bij een gegeven deeltjesproces (en omgekeerd).

TAXONOMIE	LEERDOELEN EN OPDRACHTEN		
	K4.5.1	K4.5.2	K4.5.3
Onthouden			
Begrijpen	32a, 33a, 34	33b, 39b	
Toepassen	32b, 35, 36, 37 38, 39c	33c	39a
Analyseren			40

Zoals het periodiek systeem van de elementen orde schept in de veelheid aan elementen, zo schept het standaardmodel van de deeltjesfysica orde in de veelheid aan elementaire deeltjes.

DE SPELERS TOT NU

Het **standaardmodel** is de meest complete beschrijving van elementaire deeltjes en hun interacties. Het vormt niet alleen de bouwdoos van alle materie die voor de mens van belang is – protonen, neutronen en elektronen – maar ook van de vele andere soorten deeltjes die in kosmische straling en deeltjesversnellers worden waargenomen.
De deeltjes die je tot nu in dit hoofdstuk bent tegengekomen, zijn protonen, neutronen, elektronen, positronen, muonen, neutrino's en fotonen. Daarvan zijn elektronen, muonen en neutrino's elementair, ofwel ondeelbaar. Het foton is een vreemd soort deeltje: het heeft geen massa, is z'n eigen antideeltje en verschijnt alleen als gevolg van de wisselwerking tussen geladen deeltjes. Het wordt daarom een **wisselwerkingsdeeltje** genoemd: overbrenger van de elektromagnetische kracht. Het proton en neutron zijn geen elementaire deeltjes, maar samengestelde deeltjes.

QUARKS

Rutherford ontdekte dat het atoom structuur heeft door er alfadeeltjes op af te schieten (paragraaf 2). De structuur van protonen is ontdekt door ze te beschieten met elektronen. In figuur 15 zie je de resultaten van verstrooiingsexperimenten voor het atoom (figuur 15a) vergeleken met die voor het proton (figuur 15b). De stippellijnen geven de verwachte resultaten weer als het atoom/proton een massief geladen balletje zou zijn. Je ziet dat er bij zowel het atoom als het proton meer deeltjes over een grotere hoek verstrooien dan verwacht.

In 1964 stelde de Amerikaan Murray Gell-Mann (1929–2019) een model voor waarin protonen en neutronen zijn samengesteld uit deeltjes die hij **quarks** noemde. Baryonen, zoals protonen en neutronen, bestaan elk uit drie quarks. Een proton bestaat uit twee up- en één down-quark: uud. Een neutron bestaat uit één up- en twee down-quarks: udd. Omdat een proton een lading e heeft en een neutron neutraal is, moet de lading van een quark fractioneel zijn: $q_u = \frac{2}{3}e$ en $q_d = -\frac{1}{3}e$. Quarks hebben **quarkgetal** +1, antiquarks hebben quarkgetal −1, dit quarkgetal is in alle processen behouden.

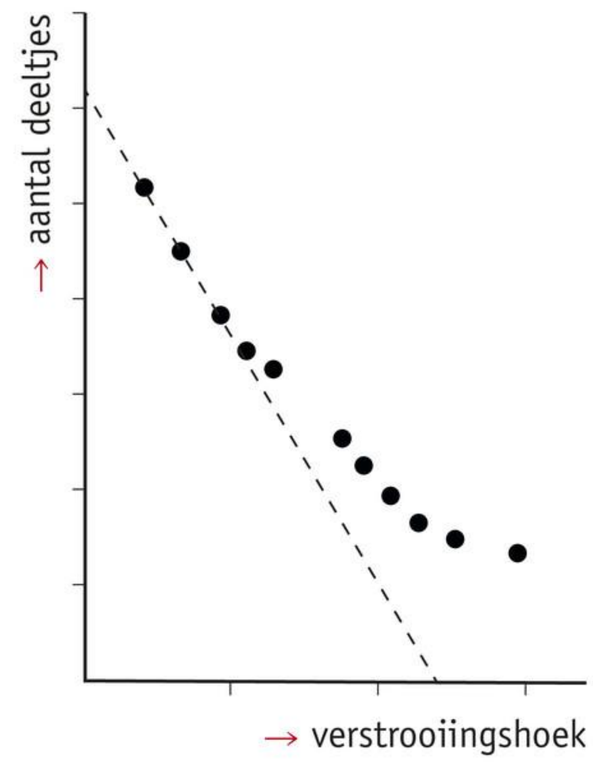
Quarks zijn nog nooit vrij waargenomen. Ze worden door een zeer sterke kracht samengebonden: de **sterke kracht**, een fundamentele kracht, zoals ook de gravitatiekracht en elektromagnetische kracht fundamenteel zijn.

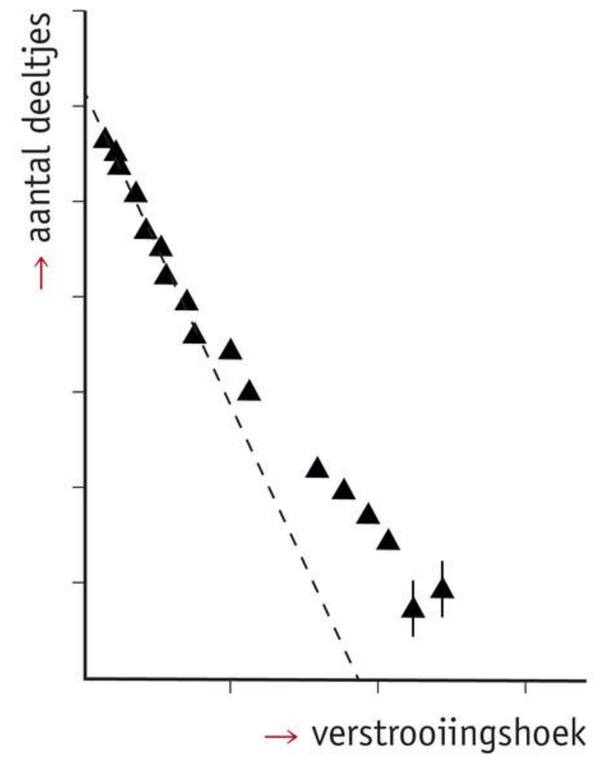
WISSELWERKINGSDEELTJES EN LADING

Zoals eerder genoemd, is het foton in dit model een wisselwerkingsdeeltje dat de elektromagnetische kracht overbrengt. Dat geldt algemener in het standaardmodel: krachten worden overgebracht door het uitwisselen van wisselwerkingsdeeltjes. Dat kun je vergelijken met het overgooien van een bal, terwijl je op glad ijs staat. Op het moment dat je de bal gooit, beweeg je in tegengestelde richting, op het moment dat de andere persoon de bal vangt, beweegt deze een beetje met de bal mee. Gooier en vanger stoten elkaar dus af. Natuurlijk kun je op die manier geen aantrekkende kracht verklaren, maar het geeft wel een idee hoe een deeltje een kracht kan overbrengen.

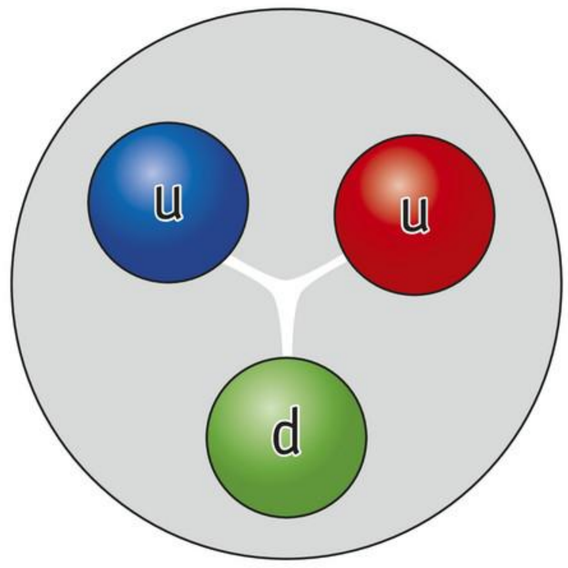
De eigenschap van het deeltje die je 'lading' noemt bepaalt voor welke kracht het gevoelig is. Zo is de 'lading' van de gravitatiekracht de massa van een deeltje. Quarks zijn elektrisch geladen deeltjes, dus wisselwerken ze via de elektromagnetische kracht. Maar quarks zijn ook gevoelig voor de sterke kracht. Net zoals het foton de elektromagnetische kracht overbrengt, is het gluon het wisselwerkingsdeeltje voor de sterke kracht.

figuur 15 Resultaten van verstrooiingsexperimenten voor (a) atomen en (b) protonen.





De 'lading' die hoort bij de sterke kracht is kleur: een behouden grootheid. Je moet je daarbij geen echte kleur voorstellen. Omdat de sterke kracht alleen tussen quarks en niet tussen baryonen optreedt, moet een baryon 'kleurloos' zijn. Dat kan als er drie soorten kleurladingen zijn: rood, groen en blauw. De quarks in een baryon hebben alle een andere kleur, zodat ze 'opgeteld' wit zijn (figuur 16). Nu zie je waarom er voor 'kleur' als naam voor deze lading is gekozen. Er is nog een andere manier om met quarks een 'kleurloos' deeltje te maken: door een quark met een antiquark te combineren. Bijvoorbeeld rood en antirood wordt weer wit. Deze deeltjes die uit twee quarks bestaan, heten **mesonen**: 'middelmatig zware' deeltjes. In *BiNaS* tabel 26C vind je een overzicht met enkele mesonen en baryonen en de deeltjes waarin ze vervallen.



figuur 16 Quarks hebben kleur, het proton als geheel is kleurloos.

Je kunt je nu afvragen voor welke kracht het neutrino gevoelig is. Het heeft geen elektrische lading, dus is het niet gevoelig voor de elektromagnetische kracht. Het wisselwerkt maar spaarzaam, dus blijkbaar heeft het ook geen kleurlading; het is niet gevoelig voor de sterke kracht. Er moet nog een ander soort kracht zijn die de **zwakke kracht** wordt genoemd. Deze kracht is verantwoordelijk voor bètaverval en K-vangst (paragraaf 4). Niet alleen het neutrino, maar alle leptonen en quarks zijn gevoelig voor de zwakke kracht. Bij deze kracht horen drie verschillende wisselwerkingsdeeltjes. Een van die deeltjes, het W-deeltje, doet iets bijzonders: het kan een quark veranderen van soort (van up naar down, of andersom). Daardoor kan bij bètaverval een neutron in een proton veranderen.

tabel 1 Wisselwerkingsdeeltjes.

deeltje (naam)	q (e)	m (MeV c^{-2})	fundamentele kracht
g (gluon)	0	0	sterke kracht
γ (foton)	0	0	elektromagnetische kracht
$W^{\pm}$ (W-plus, W-min)	±1	$82 \cdot 10^3$	zwakke kracht (geladen)
Z^0 (Z-nul)	0	$93 \cdot 10^3$	zwakke kracht (ongeladen)

In tabel 1 zie je de wisselwerkingsdeeltjes samengevat. Hierbij is de massa uitgedrukt in MeV c^{-2}. Dit is gebaseerd op de formule $E = m \cdot c^2$, wat handig is, omdat je de massa dan direct in energietermen weergeeft. Eén soort fundamentele kracht met bijbehorend deeltje ontbreekt: de gravitatiekracht en het graviton. Dit komt omdat er nog geen theorie is die alle fundamentele krachten samen beschrijft. Hoewel er veel pogingen zijn gedaan om een dergelijke theorie te ontwikkelen, blijft het graviton een theoretisch concept dat nog niet experimenteel is waargenomen. Bovendien speelt in veel deeltjesprocessen gravitatiekracht geen enkele rol, omdat de massa's zo klein zijn en de gravitatiekracht ook relatief zwak is.

In 2024 heeft een onderzoeksteam een stap in de goede richting gezet. Dit team heeft voor het eerst een systeem van elektronen waargenomen dat overeenkomsten vertoont met enkele theoretisch voorspelde eigenschappen van gravitonen. Daarmee kun je nader onderzoek doen, maar de zoektocht naar het 'echte' graviton gaat gewoon door.

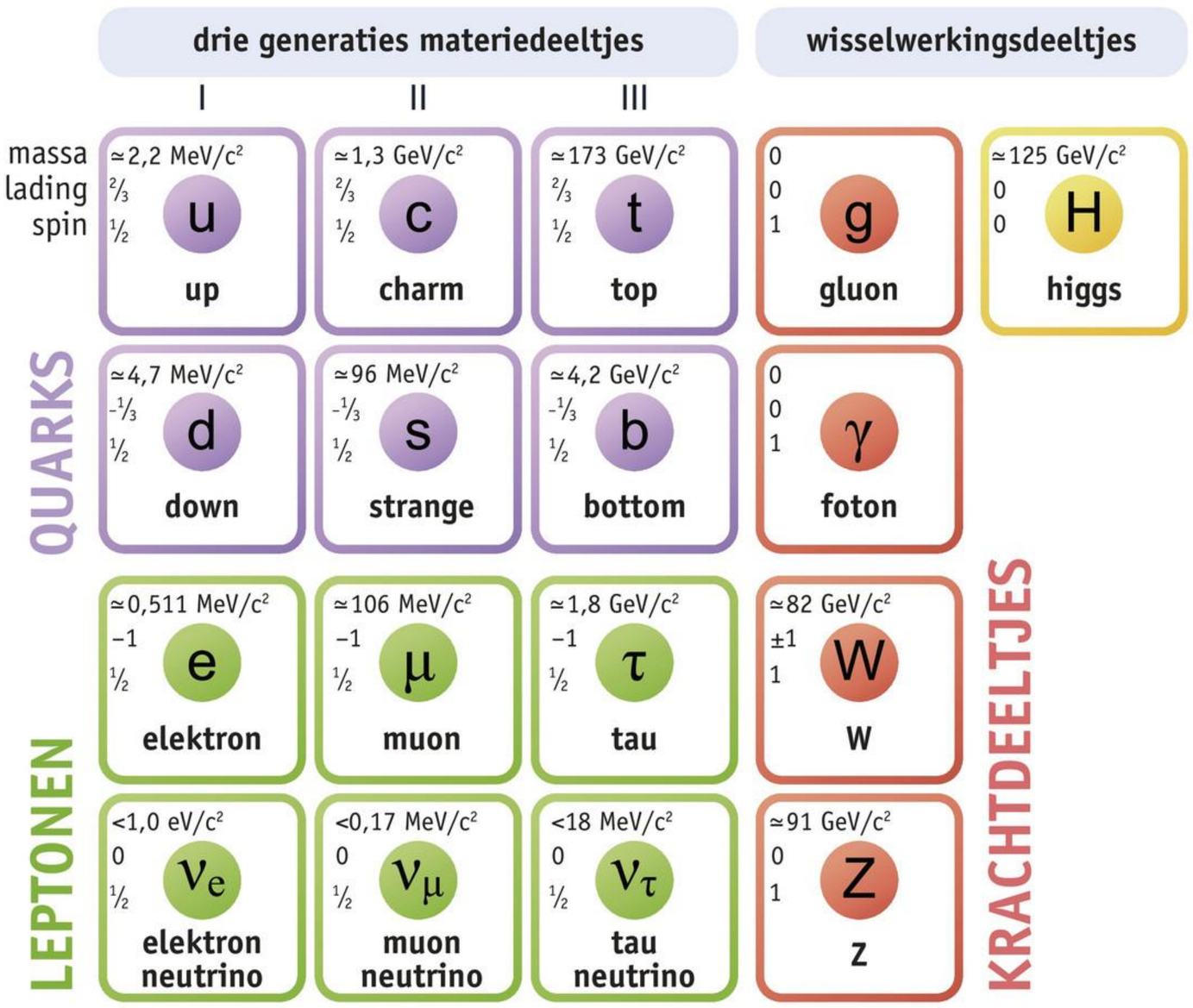
GENERATIES

Tot zo ver blijken de volgende deeltjes elementair te zijn: up- en down-quark, elektron en neutrino. Maar hoe zit het met muonen, de aan elektronen verwante deeltjes die in kosmische straling voorkomen? De oplossing is te vinden in hoe deze deeltjes vervallen en het toepassen van behoudswetten.
Muonen (μ^-) zijn niet stabiel en kunnen in een elektron en twee neutrino's vervallen:
$\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \overline{\nu}$

Omdat het elektron een lepton is met leptongetal +1, moet wegens behoud van leptongetal het muon ook een leptongetal +1 hebben. Als dat zo is, dan zou het volgende verval ook mogelijk moeten zijn:
$\mu^- \xrightarrow{?} e^- + \gamma$

In dit verval is lading behouden, het massadefect is positief en bovendien is het leptongetal behouden. Maar toch is dit verval nog nooit waargenomen. Blijkbaar is hier een behoudswet die wordt geschonden. Het probleem is op te lossen door aan te nemen dat het muon en het elektron verschillende soorten leptonen zijn, waarbij twee verschillende leptongetallen horen. Bij een muon horen de getallen $L_\mu = +1$ en $L_e = 0$. Bij een elektron horen de getallen $L_\mu = 0$ en $L_e = +1$. Het muon kan dan niet vervallen in een elektron en een foton, omdat vóór het verval $L_\mu = +1$ en $L_e = 0$ en ná het verval $L_\mu = 0$ en $L_e = +1$. De behoudswet voor het leptongetal is dus geschonden. Als je terugkijkt naar de vervalvergelijking van het muon waarbij een neutrino en een antineutrino ontstaan, dan geldt blijkbaar voor het neutrino $L_\mu = +1$ en voor het antineutrino $L_e = -1$. In dat geval is er geen behoudswet geschonden. Er zijn dus blijkbaar twee verschillende soorten neutrino's: ze worden elektronneutrino en muonneutrino genoemd. Het verval wordt dan:
$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$

Het muon is dus een ander soort lepton dat met zijn eigen neutrino een aparte groep vormt. Deze groepen worden in het standaardmodel generaties genoemd. Er blijkt *nog* één andere generatie te zijn, bestaande uit het taudeeltje (soms tauon genoemd) en het tauneutrino. En zo zijn er ook drie generaties quarks; naast het up- en down-quark zijn er het strange- en charm-quark en het top- en bottom-quark. In tegenstelling tot een apart leptongetal per generatie, is er geen apart quarkgetal voor de drie generaties quarks. Het lijkt ingewikkeld, maar *alle* materie is samengesteld uit deeltjes (of antideeltjes) uit een van deze generaties (figuur 17).



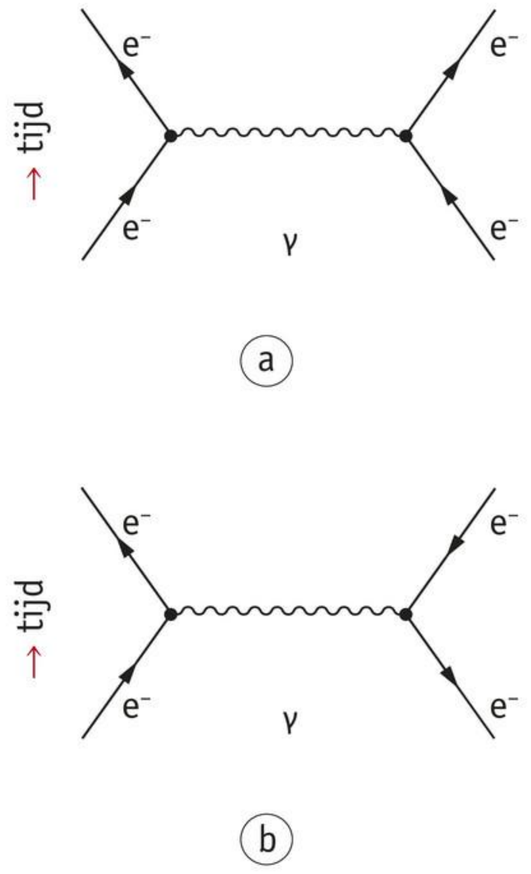
figuur 17 De deeltjes van het standaardmodel en hun eigenschappen.

FEYNMANDIAGRAMMEN

Natuurkundigen willen kunnen berekenen met welke kans een bepaald deeltjesproces optreedt en wat de halveringstijd is van deeltjes die vervallen. Een probleem is dat de wisselwerking tussen deeltjes al snel heel ingewikkeld wordt. De Amerikaanse Nobelprijswinnaar Richard Feynman (1918–1988) bedacht daar een slimme oplossing voor. Hij tekende de verschillende deeltjesprocessen in een diagram: een **feynmandiagram**. In figuur 18a zie je een voorbeeld: twee elektronen oefenen een (coulomb)kracht op elkaar uit door het uitwisselen van een foton. De tijd loopt van onder naar boven. Je moet je dit niet letterlijk voorstellen als paden van deeltjes. Elk deel van het diagram is te vertalen naar een stukje van een formule waarmee de kans is uit te rekenen dat dit proces optreedt.

Alle behoudswetten en regels uit paragraaf 4 zijn in de feynmandiagrammen verwerkt. Zo is in figuur 19b kruisingssymmetrie toegepast door het rechterdeel van het diagram 180° te draaien over het fotonlijntje. De pijltjes van het rechter elektron lopen daardoor van boven naar onder, dus 'terug in de tijd'. Dat komt overeen met een antideeltje van het elektron: het positron. Je kunt verder zien dat in elk knooppunt de lading behouden is. Je mag de diagrammen draaien en vervormen, maar niet knippen. Je kunt onderdelen toevoegen: als die maar bestaan uit het knooppunt van een inkomend elektron, uitgaand elektron en foton. Dat levert steeds ingewikkelder diagrammen op die voor mogelijke deeltjesprocessen staan.

figuur 18 Feynmandiagrammen van (a) de afstoting tussen twee elektronen en (b) de aantrekking tussen een elektron en een positron.



HIGGS

Al in 1964 was voorspeld dat er nog een fundamenteel deeltje bestaat waarmee je kunt verklaren waarom de deeltjes in het standaardmodel massa hebben: het higgsdeeltje. Dit deeltje was lange tijd de heilige graal in de deeltjesfysica en een van de redenen om de LHC te bouwen (figuur 8 in paragraaf 2). De ontdekking was op 4 juli 2012 voorpaginanieuws en dat was niet zonder reden: deze vondst was een belangrijke bevestiging van de juistheid van het standaardmodel. Dat betekent niet dat de natuurkunde klaar is op dit gebied. Het staat bijvoorbeeld vast dat neutrino's een zeer kleine massa hebben. Maar het standaardmodel gaat er nog steeds van uit dat neutrino's geen massa hebben. En ook de gravitatiekracht ontbreekt nog.

KAONVERVAL

In 1949 ontdekte Rosemary Fowler een deeltje dat belangrijk is voor onderzoek naar het standaardmodel; het kaon. Kaonen zijn deeltjes die bestaan uit twee quarks: een strange-quark en een top- of down-antiquark. Kaonen komen in de natuur niet zomaar voor, doordat ze snel vervallen. Normaal gesproken vervalt dit deeltje in een muon en een neutrino, maar heel soms vervalt een kaon in een pion en een neutrino-antineutrinopaar. Theoretisch gezien zou dit 13 op de 100 miljard keer moeten voorkomen. In 2024 werd bekendgemaakt dat dit extreem zeldzame verval is gemeten in het NA62-experiment bij CERN. In dit experiment vervielen de kaonen ongeveer anderhalf keer zo vaak in een pion en neutrino-antineutrinopaar dan wat je op basis van het standaardmodel kunt verwachten. Ook dit zou erop wijzen dat het standaardmodel niet volledig is en dat er nog meer deeltjes een rol spelen. De metingen die tot nu toe zijn gedaan zijn nog niet precies genoeg om deze hypothese te kunnen testen, dus voorlopig gaan de wetenschappers bij CERN door met hun metingen.

Onthoud

- Leptonen zijn lichte elementaire deeltjes met lading $-e$. Er zijn drie generaties leptonen: elektron, muon en tau.
- Baryonen zijn 'zware' deeltjes opgebouwd uit drie quarks, zoals neutronen en protonen.
- Mesonen zijn 'middelmatig zware' deeltjes opgebouwd uit een quark en een antiquark.
- Quarks hebben een fractionele lading en wisselwerken via de sterke, de zwakke en de elektromagnetische kracht. Er zijn drie generaties quarks: up/down, strange/charm en top/bottom. Neutronen en protonen zijn opgebouwd uit up- en down-quarks.
- Het standaardmodel is de meest complete beschrijving van elementaire deeltjes en hun interacties. Het standaardmodel bevat, naast de generaties leptonen en quarks, wisselwerkingsdeeltjes die zorgen voor de overbrenging van fundamentele krachten en het higgsdeeltje.
- Om wisselwerking tussen deeltjes overzichtelijk weer te geven kun je feynmandiagrammen tekenen.

OPDRACHTEN ▸ Basis

32 Drie generaties

Er zijn drie generaties leptonen.

a Leg op basis van massa uit dat een muon wel in een elektron kan vervallen, maar niet in een taudeeltje.

b Geef de deeltjesvergelijking voor het verval van een taudeeltje in een muon.

33 Quarks

In *BiNaS* tabel 26C vind je een overzicht van uit quarks samengestelde deeltjes.

a Noem de twee soorten samengestelde deeltjes die in deze tabel zijn vermeld.

b Wat is het verschil tussen deze samengestelde deeltjes wat betreft hun quarksamenstelling?

c Controleer op basis van de quarksamenstelling van twee deeltjes van elke soort, vermeld in *BiNaS* tabel 26C, dat de lading van de deeltjes een veelvoud is van de elementaire lading e.

34 Afmeting aluminiumkern

Geiger en Marsden bepaalden de afmeting van een aluminiumkern door deze te beschieten met alfadeeltjes. De moderne waarde voor de afmeting van atoomkernen is gebaseerd op beschieting met elektronen.
Geef twee argumenten waarom elektronen hiervoor geschikter zijn op basis van de eigenschappen van het elektron.

35 Toegestaan of niet?

Het standaardmodel beperkt welke deeltjesvergelijkingen zijn toegestaan.
Ga voor de volgende deeltjesvergelijkingen na of ze binnen het standaardmodel wel of niet zijn toegestaan. Zo niet: noem ten minste één behoudswet die wordt geschonden.
Maak gebruik van *BiNaS* tabel 26.

a $p + \overline{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^0$
b $e^- + p \rightarrow \nu_e + \pi^0$
c $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$
d $p + p \rightarrow p + p + p + \overline{p}$
e $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$
f $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$
g $\mu^- \rightarrow e^- + \overline{\nu}_e$
h $\eta_c \rightarrow 2\gamma$
i $p + p \rightarrow \Sigma^+ + n + K^0 + \pi^+ + \pi^0$
j $\pi^0\ s \rightarrow K^- + \pi^+ + \pi^0$

36 Verval

Niet alle deeltjesprocessen zijn vervalreacties.
Leg uit in welke van de deeltjesvergelijkingen uit opdracht 35 het om het verval van een deeltje gaat.

C 37 Pionen

Een π^+ (positief pion) is een meson dat bestaat uit een up- en een anti-downquark. Een π^+ kan vervallen in een μ^+ en een ν_μ.
Ga na voor alle behoudswetten die in dit hoofdstuk zijn besproken dat dit verval inderdaad mogelijk is.

OPDRACHTEN ▸ Eindniveau

P 38 Supernova 1987A

De ster die overging in supernova 1987A stond op een afstand van $168 \cdot 10^3$ lichtjaar van de aarde. Bij de explosie zijn in de orde van grootte van 10^{58} neutrino's uitgezonden. Een neutrinodetector in Japan heeft daarvan slechts twaalf neutrino's gedetecteerd in een tijdspanne van 12 s.

a Bereken hoeveel van de uitgezonden neutrino's per vierkante meter oppervlakte op aarde terechtkwamen. Ga ervan uit dat de neutrino's gelijkmatig in alle richtingen zijn uitgezonden.

De neutrinodetector in Japan is een cilindervormig vat met een hoogte en diameter van 16 m.

b Bereken hoeveel neutrino's er maximaal op de detector terecht zijn gekomen.
c Bereken het percentage van de neutrino's dat door de detector werd waargenomen.
d Leg op basis van je antwoord op opdracht c uit via welke fundamentele kracht de neutrino's wisselwerking hebben met andere deeltjes.

39 Feynmandiagrammen

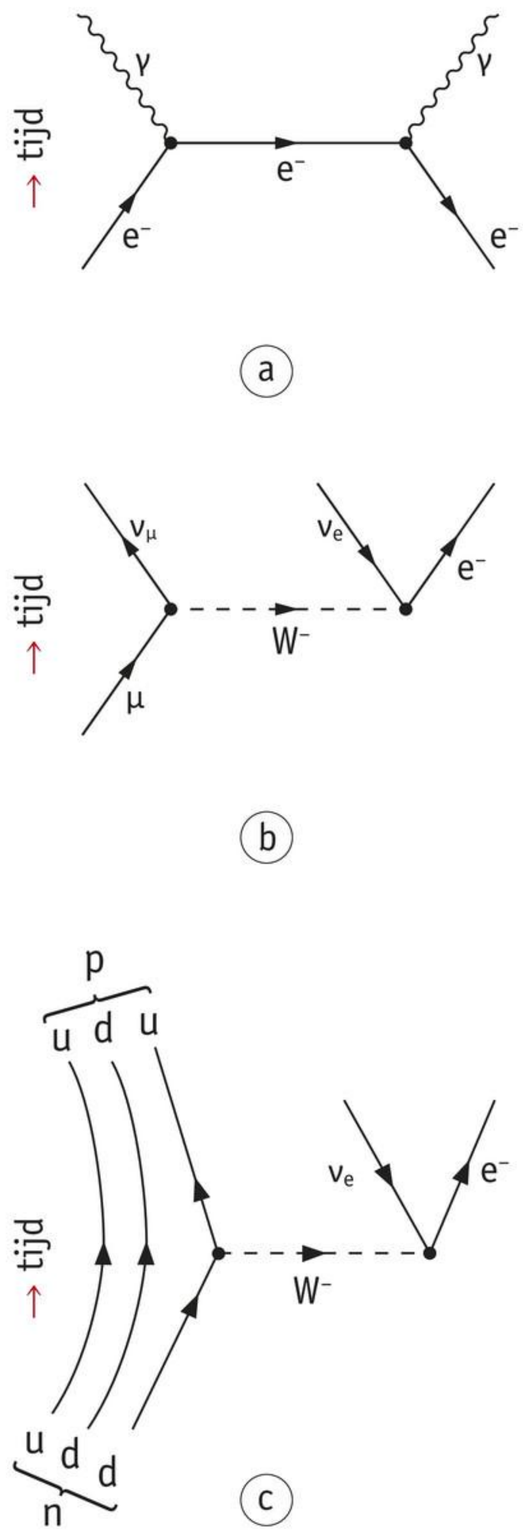
In figuur 19 zie je feynmandiagrammen van drie verschillende deeltjesprocessen.

a Geef voor elk diagram de bijbehorende deeltjesvergelijking.

b Geef voor elk diagram de naam van het uitgebeelde deeltjesproces.

c Leid uit diagram b en c af hoe groot het lepton- en quarkgetal van het W^- is en welke lading en kleur het heeft.

figuur 19 Drie feynmandiagrammen.

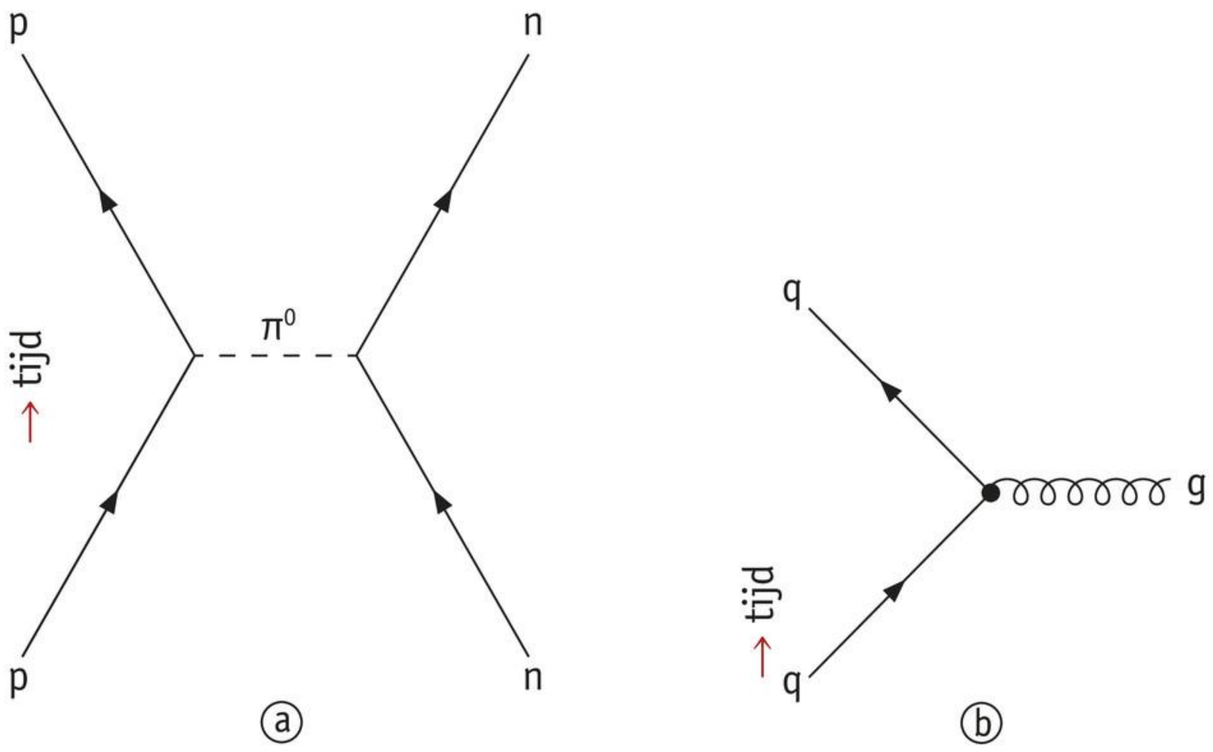


★ 40 Kernkracht

In figuur 20 zie je het feynmandiagram voor een van de processen die de kernkracht veroorzaakt. Een proton en een neutron trekken elkaar hier aan door uitwisseling van een π^0. Op een fundamenteler niveau zijn het de quarks in het proton, neutron en π^0 die wisselwerken via een gluon. Bijvoorbeeld: een 'blauw' up-quark verandert in een 'rood' up-quark, waarbij hij een gluon uitzendt. Het gluon heeft dus twee kleureigenschappen: blauw en antirood. Een gluon verandert nooit het type quark en vrije gluonen bestaan niet.

Teken het feynmandiagram op quarkniveau behorende bij figuur 20. Teken eerst de quarklijnen die horen bij het proton, neutron en π^0. Verbind ze daarna met gluonlijnen. In figuur 20b zie je een voorbeeld van hoe een gluonlijn koppelt aan twee quarks.

figuur 20 (a) Feynmandiagram voor de aantrekking van een proton en neutron, (b) onderdeel van feynmandiagram voor een gluon (g) en twee quarks (q).



AFSLUITING

In dit hoofdstuk heb je geleerd wat subatomaire en samengestelde deeltjes zijn, hoe je deze deeltjes kunt detecteren en hoe ze een rol spelen in kernsplijting en kernfusie. Ook heb je kennisgemaakt met het standaardmodel en feynmandiagrammen. Maak de eindopdrachten en bereid je voor op de toets.

Eindopdrachten

41 Een bellenvatfoto analyseren

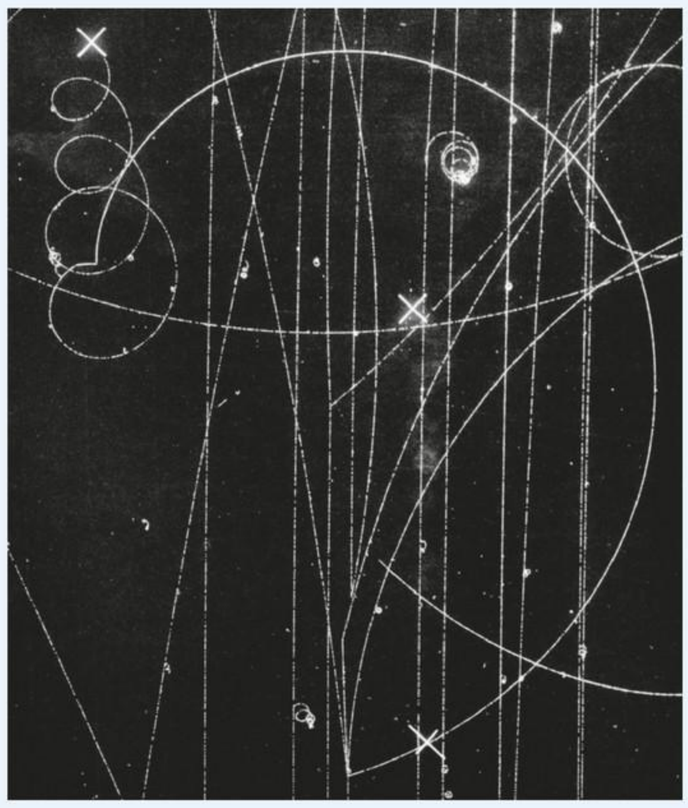
In figuur 21 zie je een opname van een bellenvat, gemaakt in CERN. In werkelijkheid is de hoogte 40 cm. Van onder in de foto komen negatieve kaonen (K^-); dat zijn de vrijwel verticale lijnen. Het bellenvat is gevuld met vloeibare waterstof.

a Beschrijf de werking van een bellenvat.

b Welke moderne methoden hebben het bellenvat vervangen?

c Wat voor soort deeltje is een kaon?

d Bepaal met behulp van de lorentzkracht de richting van het magneetveld in het bellenvat.



figuur 21 Een bellenvatopname.

De kaonen komen met een energie van 8,2 GeV binnen en botsen met de protonen in de vloeibare waterstof, waarbij andere mesonen en hadronen ontstaan.

e Leg uit via welke fundamentele kracht de kaonen en protonen in dat geval wisselwerking hebben.

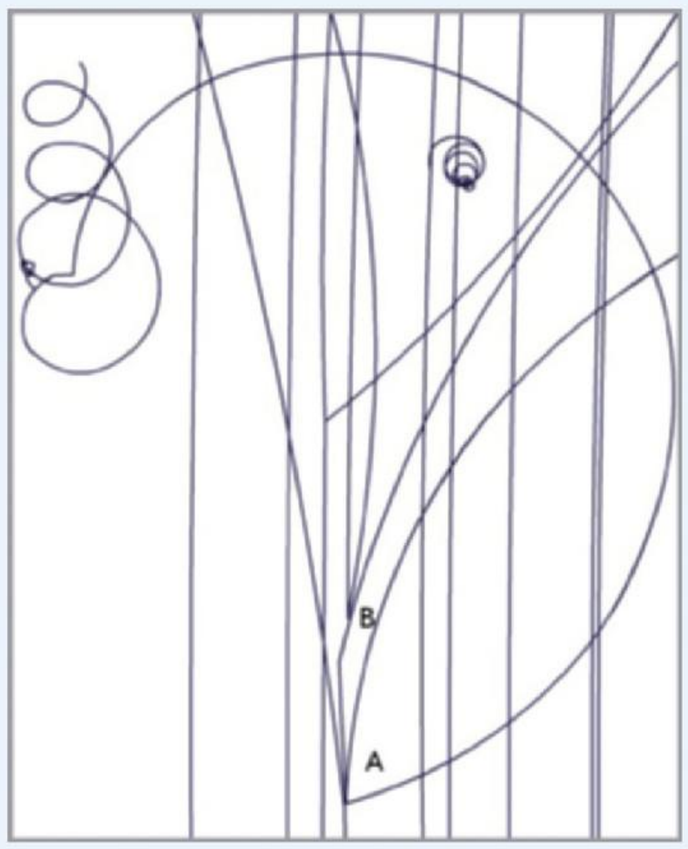
In figuur 21 zijn ook achtergrondsporen te zien die niets met de kaonen hebben te maken.

f Noem twee mogelijke bronnen van deze achtergrondsporen.

In figuur 22 zijn de achtergrondsporen verwijderd zodat alleen nog de sporen zijn te zien die met de kaonen hebben te maken. Onder in de foto is een botsing te zien met een proton (punt A). Er zijn vier uitgaande sporen zichtbaar.

g Leg uit dat deze botsing niet te vergelijken is met botsende biljartballen.

h Bepaal van elk van de uitgaande deeltjes welke lading ze hebben. Maak hiervoor gebruik van ladingbehoud.



figuur 22 Een opgeschoond beeld van de bellenvatopname van figuur 21 (de getoonde hoogte is in werkelijkheid 40 cm).

Het deeltje dat met een grote boog vanuit punt A tegen de klok in beweegt, is een pion (π^+). Voor deeltjes met relativistische snelheden geldt het verband $p = B \cdot q \cdot r$, met r de straal van de baan in het magneetveld (B = 1,78 T). De energie van een relativistisch deeltje is:

$E = \sqrt{p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4}$

i Bepaal met behulp van figuur 22 de impuls van het π^+ en toon daarmee aan dat het een totale energie (rustenergie en kinetisch) heeft van $1{,}8 \cdot 10^2$ MeV.
j Leg uit waar deze kinetische energie vandaan komt.

Er blijkt ook nog een ongeladen deeltje bij de botsing te zijn gevormd.
k Waarom is hiervan geen spoor te zien?
l Hoe kun je zien dat het ongeladen deeltje bij punt B weer vervalt?

De deeltjes die in een deeltjesversneller ontstaan, zijn gerust exotisch te noemen: in het dagelijks leven spelen ze geen rol.
m Welke elementaire deeltjes vormen vrijwel alle materie om je heen?
n Verklaar waarom materie om je heen uit juist deze deeltjes bestaat en niet uit deeltjes van de andere generaties van het standaardmodel.
o Maak een beredeneerde schatting van het aantal quarks waaruit jouw lichaam bestaat.

P 42 Ontdekking van het neutrino

Als in de detector van Cowan en Reines een neutrino wisselwerkt met een proton, ontstaan een neutron en een positron. Als het positron vervolgens annihileert met een elektron, ontstaan twee kenmerkende gammafotonen.
a Noteer de twee hier beschreven deeltjesvergelijkingen.
b Leg uit waarom het proces waarbij het antineutrino wordt ingevangen 'omgekeerd bètaverval' wordt genoemd.

De gammafotonen die vrijkomen na annihilatie van het positron verliezen hun energie aan moleculen in de scintillator. Deze moleculen verliezen vervolgens weer energie door het uitzenden van uv-fotonen.
c Beschrijf het proces waardoor de moleculen fotonen uitzenden.
d Geef een beredeneerde schatting van het maximum aantal uv-fotonen dat per uitgezonden positron vrijkomt.
e De uv-fotonen worden gemeten in een fotomultiplicatorbuis.
Leg uit wat een fotomultiplicatorbuis is en geef beknopt de werking weer.

Cowan en Reines besloten ook de neutronen te meten die vrijkomen bij omgekeerd bètaverval. Daarvoor vulden ze het detectorvat met water en een verbinding van cadmium-108, dat neutronen kan invangen. De kern die daarbij wordt gevormd, zendt gammastraling uit.

f Toon met een berekening aan dat de energie van het gammafoton dat wordt uitgezonden na het invangen van het neutron, maximaal 9 MeV bedraagt. Ga in je berekening uit van één gammafoton.

BEREID JE VOOR OP DE TOETS

BOEK

- ☐ Neem ‘Onthoud’ door.
- ☐ Maak de eindopdrachten.
- ☐ Maak de opdrachten die je lastig vond nog een keer.
- ☐ Bestudeer de voorbeeldopdrachten.

BEREID JE ONLINE VOOR OP DE TOETS

ONLINE

- ☐ Test je begrip met Test jezelf.
- ☐ Oefen de begrippen met Flitskaarten.

WERKEN



WETENSCHAPS-JOURNALIST

Natuurwetenschappen zijn niet alleen voor wetenschappers. Ze leveren inzicht in hoe de wereld om ons heen werkt en wekken verwondering en nieuwsgierigheid. Bovendien heeft natuurwetenschappelijk onderzoek een directe impact op de samenleving. Denk bijvoorbeeld aan innovaties als zonnepanelen en warmtepompen, die belangrijk zijn voor de verduurzaming. Door de achterliggende principes te begrijpen, kunnen mensen meer waardering krijgen voor wetenschap.

Wetenschapsjournalisten spelen een belangrijke rol in het verbinden van wetenschap en maatschappij. Ze interviewen experts, analyseren wetenschappelijke artikelen en plaatsen ontdekkingen in een bredere context. Hun werk draait om het toegankelijk maken van kennis en het stellen van kritische vragen. Door wetenschap toegankelijker te maken voor een breder publiek, helpen ze mensen om een geïnformeerde mening te vormen over wetenschappelijke ontwikkelingen.
Margriet van der Heijden is een voorbeeld van een natuurkundige én wetenschapsjournalist. Na enkele jaren als deeltjesfysicus te hebben gewerkt bij CERN, heeft ze zich gericht op het schrijven over wetenschap. Ze is wetenschapsredacteur geweest bij verschillende kranten, waarbij ze zich vooral richtte op onderwerpen uit de wis- en natuurkunde. In haar boek *Ongekend* brengt Margriet vrouwelijke wetenschappers onder de aandacht, vrouwen die een cruciale rol hebben gespeeld in de wetenschap, maar die hier vaak nauwelijks erkenning voor hebben gekregen.

PRACTICA

ONLINE

Bij dit hoofdstuk horen practica, een onderzoek en een praktische opdracht. Deze staan online.

PRACTICA

De practica kun je zelfstandig uitvoeren of onder begeleiding van je docent.

PRACTICUM 1 **Elektroscoop**
Hoe kun je met een elektroscoop ioniserende straling waarnemen?

PRACTICUM 2 **Gausskanon**
Hoe kan bindingsenergie door splijting vrijkomen?

ONDERZOEKEN EN ONTWERPEN

OPEN ONDERZOEK **Bouw je eigen nevelvat**
In dit open onderzoek bouw je je eigen nevelvat waarmee je verschillende natuurlijke bronnen van ioniserende straling bekijkt.

PRAKTISCHE OPDRACHT

PRAKTISCHE OPDRACHT **Deeltjesdetector**
Schrijf een populairwetenschappelijk artikel over een detector van CERN.



VAARDIGHEDEN

Bij het vak natuurkunde gaat het zowel om kennis (wat je weet) als om vaardigheden (wat je kunt). Bij die vaardigheden horen onder andere het kunnen stellen van een goede onderzoeksvraag, gegevens uit grafieken halen en het rekenen met formules.

Inhoud

1 Onderzoeken, ontwerpen en modelleren

1.1 Onderzoek doen 201
1.2 Een verslag schrijven 202
1.3 Het ontwerpproces 204
1.4 Modelleren 205

2 Natuurkundige vaardigheden

2.1 Informatie opzoeken 208
2.2 Meetwaarden aflezen 209
2.3 Meetnauwkeurigheid en significantie 210
2.4 Tussentijds afronden 212
2.5 Werken met grootheden en eenheden 214
2.6 Een trendlijn tekenen 215
2.7 Een raaklijn tekenen en de steilheid bepalen 216
2.8 De oppervlakte onder een grafiek bepalen 217
2.9 Werken met formules 220
2.10 Coördinatentransformaties 221

3 Reken- en formulevaardigheden

3.1 Verbanden: redeneren met evenredigheden 223
3.2 Oplossen van lineaire vergelijkingen 224
3.3 Regels voor werken met exponenten 226
3.4 Sinus, cosinus, tangens 228
3.5 Gelijkvormigheid bij driehoeken toepassen 230

1 ONDERZOEKEN, ONTWERPEN EN MODELLEREN

1.1 ONDERZOEK DOEN

Leerdoel

V1.1 Je kunt een werkplan voor een onderzoek opstellen en uitvoeren.

Bij het doen van een natuurkundig onderzoek begin je met het bedenken van de onderzoeksvraag. Je stelt een werkplan op om het antwoord te vinden en voert dat plan vervolgens systematisch uit.

STAP 1 Formuleer een onderzoeksvraag

Het kan zijn dat je de onderzoeksvraag al van je docent hebt gekregen. Dan hoef je alleen te bedenken hoe je deze vraag kunt beantwoorden. Bij sommige opdrachten moet je zelf een onderzoeksvraag opstellen. Denk dan van tevoren na over hoe je die vraag kunt beantwoorden, want het kan zijn dat het onderzoek dat je hebt bedacht niet haalbaar is met de middelen die op jouw school aanwezig zijn. De onderzoeksvraag die je bedenkt beschrijft één probleem en je moet deze vraag zo precies mogelijk verwoorden.
Bij grote onderzoeken kan het zijn dat je de onderzoeksvraag (de hoofdvraag) opdeelt in deelvragen. Bij elke onderzoeksvraag stel je in principe ook een hypothese (verwachting) op: je noteert het antwoord dat jij op de onderzoeksvraag verwacht. Probeer dat antwoord zoveel mogelijk te baseren op de theorie die je over je onderwerp hebt gevonden.

STAP 2 Theorie

Op internet en uit je natuurkundeboeken kun je informatie verzamelen die van belang is voor je onderzoek. Soms kan het zijn dat je naar aanleiding van de gevonden informatie je onderzoeksvraag een beetje moet bijstellen. Bij natuurkunde bevat de informatie die je moet opzoeken vaak een formule of (een deel van) een theorie die verband houdt met je onderzoek. Denk ook aan de theorie die je nodig hebt om je resultaten te kunnen verwerken en interpreteren.

STAP 3 Maak een werkplan

Als je voldoende informatie hebt verzameld, kun je je werkplan opstellen. Het werkplan wordt ook wel de methode genoemd. Zorg ervoor dat je in je werkplan in elk geval aandacht besteedt aan de volgende punten:

- Welke grootheden ga je variëren? Dit zijn je *onafhankelijke* variabelen.
- Welke grootheden ga je meten? Dit zijn je *afhankelijke* variabelen. Ze veranderen als gevolg van je onafhankelijke variabelen.
- Welke grootheden houd je hierbij constant? Dit zijn je *controlevariabelen*.
- Welke (meet)apparatuur en eventueel andere materialen heb je nodig?
- Welke opstelling ga je bouwen? Maak daarvan een tekening.
- Welke metingen ga je uitvoeren? Denk ook al na over een goede spreiding van je metingen en hoeveel metingen je moet verzamelen.
- Hoe ga je je meetgegevens verwerken?
- Welke formules ga je gebruiken?

In het algemeen geldt dat je je werkplan aan een medeleerling moet kunnen geven zodat deze jouw onderzoek kan uitvoeren. Wees dus specifiek en concreet.

STAP 4 Uitvoeren en uitwerken

Nu kun je de proefopstelling opbouwen en de metingen uitvoeren. Noteer je meetresultaten overzichtelijk, bijvoorbeeld in een tabel. Vaak moet je een grafiek tekenen of berekeningen uitvoeren om het antwoord op je onderzoeksvraag te vinden. Doe dat al in deze fase, want uit de gevonden resultaten kan blijken dat je de metingen niet goed of te onnauwkeurig hebt uitgevoerd. Geef helder aan hoe je de gegevens hebt verwerkt en let erop dat je de resultaten weergeeft met een juiste nauwkeurigheid. Noteer ook of je bent afgeweken van je werkplan. Je kunt in je verslag je werkplan erop aanpassen of het vermelden in de discussie.
Je meetresultaten zijn meestal *kwantitatieve* resultaten: je noteert hiervoor een getal en een eenheid. Bedenk dat ook *kwalitatieve* resultaten van belang kunnen zijn. Dat zijn waarnemingen waarvoor je geen getal (of eenheid) kunt noteren. Voorbeelden van dit soort waarnemingen zijn geur, kleur en of iets warm aanvoelt.

STAP 5 Conclusie

In het onderdeel conclusie geef je antwoord op je onderzoeksvraag en eventuele deelvragen. Het kan zijn dat je antwoorden de eerder opgestelde hypothese(n) onderbouwen, maar het kan ook zijn dat een hypothese niet overeenkomt met een gevonden onderzoeksresultaat.

STAP 6 Discussie

In het onderdeel discussie kijk je kritisch naar je onderzoek: wat had er beter gekund? Wat is de nauwkeurigheid van je bepalingen? In de discussie kun je bijvoorbeeld ook aangeven waarom volgens jou (sommige) resultaten afwijken van de theorie. Je kunt hier ook suggesties doen voor vervolgonderzoek.

STAP 7 Maak een verslag

Bij een onderzoeksopdracht hoort bijna altijd het maken van een verslag. Hoe je dit doet, vind je hierna bij de vaardigheid V1.2 *Een verslag schrijven*. Het kan ook zijn dat je je resultaten moet presenteren. Uiteraard maak je dan een mooie poster of een presentatie.

1.2 EEN VERSLAG SCHRIJVEN

Leerdoel

V1.2 Je kunt een verslag over je onderzoek schrijven.

Het verslag van een natuurkundig onderzoek bestaat uit een aantal vaste onderdelen.

TITELPAGINA

Hier noteer je de titel van het onderzoek en je naam.

§1 ONDERZOEKSVRAAG

Hier geef je in het kort aan welke hoofdvraag en eventuele deelvragen je met je onderzoek beantwoordt. Ook vermeld je hier de hypothesen die je bij de onderzoeksvragen hebt opgesteld.

§2 THEORIE
Hierin geef je een (natuurkundige) theorie of een deel ervan weer die belangrijk is voor je onderzoek. Ook onderbouw je de opgestelde hypothesen op basis van de verzamelde informatie.

§3 WERKPLAN
Hierin geef je de onderzoeksmethode weer die je hebt gebruikt. Je kunt hierbij denken aan:
- de grootheden die je hebt gemeten en welke metingen je hebt uitgevoerd
- de meetapparatuur en materialen die je hebt gebruikt
- eventueel een tekening of foto van de proefopstelling

Bedenk hierbij dat aan de hand van de beschrijving van je werkplan bijvoorbeeld een andere leerling uit je klas je onderzoek moet kunnen herhalen.

§4 ONDERZOEKSRESULTATEN
Dit is vaak het belangrijkste deel van je verslag. De metingen die je hebt uitgevoerd zet je netjes in een tabel (of tabellen). Bijna altijd verwerk je je meetgegevens ook in een of meerdere grafieken. Zo kun je verbanden ontdekken of controleren. Vaak is de evenredigheidsconstante in zo'n verband een natuurkundige constante of stofeigenschap waarin je geïnteresseerd bent. Door een grafiek van je meetresultaten te maken middel je ook meetonnauwkeurigheden op een wiskundig juiste manier uit. Zie hiervoor de vaardigheid V2.6 *Een trendlijn tekenen*.
De berekeningen die je verder nog nodig hebt om je onderzoeksvragen te beantwoorden neem je ook op in dit onderdeel. Vaak doe je dit aan de hand van (een punt op) de getekende grafiek (in plaats van berekeningen herhalen voor alle meetparen die je hebt gedaan).

§5 CONCLUSIE
Hierin geef je het antwoord op de onderzoeksvraag: je onderbouwt of weerlegt de hypothese met verantwoorde onderzoeksresultaten.

§6 DISCUSSIE
In de discussie evalueer je hoe het onderzoek is verlopen en hoe je het eventueel kunt verbeteren. Soms geef je aan hoe je het onderzoek op een andere manier had kunnen uitvoeren. Ook probeer je de oorzaak van eventuele afwijkingen aan te geven en onderbouw je de betrouwbaarheid van je resultaten. Je doet suggesties voor vervolgonderzoek.

1.3 HET ONTWERPPROCES

Leerdoel

V1.3 Je kunt benoemen wat de stappen van de ontwerpcyclus zijn.

Net als bij het doen van een onderzoek doorloop je als je een product gaat ontwerpen een aantal stappen (figuur 1).



figuur 1 Ontwerpcyclus.

STAP 1 Analyseren en beschrijven

Als eerste stel je de vraag wat de wensen (of eisen) zijn van de gebruiker of de opdrachtgever van het product dat je gaat ontwerpen. Daarna analyseer en beschrijf je de situatie waar je ontwerp voor is bedoeld. Denk na over hoe iemand het product gaat gebruiken. Tegen welke problemen loopt de gebruiker of opdrachtgever aan? Wat is dus het probleem? Bestaan er al soortgelijke producten? Waarom werken die (blijkbaar) niet goed (genoeg)?

STAP 2 Programma van eisen opstellen

Een programma van eisen bestaat uit de voorwaarden waar je ontwerp aan moet voldoen. Later gebruik je deze eisen bij het testen van je product. Je noteert nu wat je wilt meten om te testen of het product voldoet aan de eisen. Je kunt hier onderscheid maken tussen functies en eisen. Een functie is iets wat het product moet kunnen. Een functie van een stoel is bijvoorbeeld dat je erop kunt zitten. Een eis is iets waar het product aan moet voldoen. Bij een stoel is bijvoorbeeld een eis dat er iemand op moet kunnen zitten met een massa van 200 kg. Zorg ervoor dat functies en eisen zo concreet mogelijk zijn, zodat je kunt meten of eraan is voldaan.

STAP 3 (Deel)uitwerkingen bedenken

Ga op zoek naar ideeën over hoe je je product kunt ontwerpen. Gebruik daarvoor verschillende bronnen, zoals boeken, internet en de kennis van andere mensen. Noteer zoveel mogelijk oplossingen. Denk creatief en verzin nieuwe oplossingen. Later kun je daar nog een keuze uit maken. Het is soms handig om je ontwerp in delen te beschrijven. Voor elk van de delen noteer je dan verschillende ideeën. Voor deze stap kun je een ideeëntabel maken (tabel 1).

tabel 1 Ideeëntabel.

Deeluitwerking → Eis/functie ↓	idee 1	idee 2	idee 3	...
1				
2				
...				

STAP 4 Ontwerpvoorstel formuleren

Nu maak je een keuze uit alle ideeën over je ontwerp en werk je details uit. Gebruik hiervoor je ideeëntabel. Je zult zien dat sommige ideeën niet samengaan en andere juist wel. Je moet dus keuzes maken. Noteer waarom je een bepaalde keuze maakt. Maak overzichtelijke schema's en bouwtekeningen van je ontwerp waarop alle materialen, onderdelen en afmetingen zijn aangegeven. Een medeleerling zou op basis van jouw beschrijving het ontwerp moeten kunnen bouwen.

STAP 5 Ontwerp realiseren

Bouw je ontwerp. Je kunt eventueel met eenvoudige middelen eerst een idee uitproberen. Dan merk je of je ontwerp kan voldoen aan je programma van eisen. Als het de eerste keer is dat je de cyclus voor je ontwerp uitvoert, kun je het hier eventueel bij laten. In de volgende cyclus kun je je ontwerp verbeteren.

STAP 6 Ontwerp testen en evalueren

Test of je (deel)ontwerp voldoet aan het programma van eisen. Je evalueert de testresultaten en beschrijft welke aspecten van je ontwerp zijn geslaagd en wat je eraan kunt verbeteren. Waarschijnlijk wil je nogmaals de ontwerpcyclus doorlopen om je ontwerp te verbeteren.
Als je je ontwerp presenteert aan je opdrachtgever of aan je klasgenoten, benoem dan alle stappen van de ontwerpcyclus, van wens van gebruiker of opdrachtgever tot testresultaat.

1.4 MODELLEREN

Leerdoel

V1.4 Je kunt de modelleercyclus toepassen om een complex probleem terug te brengen tot een probleem dat je op kunt lossen.

Als je een complex probleem wilt vereenvoudigen met behulp van een model, doorloop je een aantal stappen.
De modelleercyclus bestaat uit de volgende zeven stappen (figuur 2):

1 Onderzoeksvraag: dit is het probleem dat je wilt oplossen. Soms bedenk je zelf een onderzoeksvraag, soms is die in een opdracht gegeven.
2 Oriëntatie: probeer te begrijpen wat het probleem is en wat er wordt gevraagd. Het helpt als je een schets van de situatie maakt met de gegevens uit de opdracht.
3 Probleem vereenvoudigen: in deze stap is het belangrijk zo eenvoudig mogelijk te beginnen, zodat je snel een eerste poging kunt doen om antwoord te geven op de vraag. Kijk of je hier een aanname kunt doen over de situatie, waardoor het probleem lijkt op eerdere vraagstukken. Geef je aannamen duidelijk aan.
4 Vergelijkingen opstellen: noteer de vergelijkingen die van toepassing zijn op het vereenvoudigde probleem. Zoek deze vergelijkingen eventueel op in *BiNaS*.
5 Vergelijkingen oplossen: combineer de vergelijkingen om zo uitdrukkingen te krijgen voor de grootheden die je wilt berekenen. Vul de gegevens in en los de vergelijkingen op.
6 Evaluatie: kijk of je antwoord zinnig is.
7 Reflectie: ga na wat de beperkingen zijn van je model en of de aannamen wel redelijk zijn. Je kunt het model realistischer maken door weer bij stap 1 te beginnen en te kijken waar je het probleem te veel hebt vereenvoudigd.



figuur 2 Modelleercyclus.

DYNAMISCHE MODELLEN

Met dynamische modellen kun je de computer laten uitrekenen hoe een systeem zich in de tijd ontwikkelt. Bij tekstmodelleren geef je de computer instructies in de vorm van tekstregels. De computer voert eerst, van boven naar beneden, de instructies uit in de rechterkolom van figuur 3, de startwaarden. De tekst achter de apostrof is een toelichting en wordt door de computer genegeerd. Vervolgens voert de computer, weer van boven naar beneden, de instructies uit in de linkerkolom (de modelregels in figuur 3). Bij de laatste modelregel aangekomen, springt de computer weer naar boven en begint van voren af aan. De volgorde waarin je de regels zet, is dus van belang.

START

modelregels		startwaarden	
1 t := t + dt	‘ nieuwe tijd	1 dt := 0,05	‘ stapgrootte (s)
2 Fz := -m*g	‘ zwaartekracht	2 t := 0	‘ begintijd (s)
3 Fres := Fz	‘ resulterende kracht	3 h := 100	‘ beginhoogte (m)
4 a := Fres/m	‘ versnelling	4 v := 0	‘ beginsnelheid (m/s)
5 v := v + a*dt	‘ nieuwe snelheid	5 g := 9,81	‘ valversnelling (m/s^2)
6 h := h + v*dt	‘ nieuwe hoogte	6 m := 0,250	‘ massa (kg)
7 Als h<=0 Dan	‘ stopconditie		
8 Stop			
9 EindAls			

HERHAAL

figuur 3 Dynamisch model voor een vrije val.

Aandachtspunten

- De computer kan niet rekenen met eenheden. Die worden dus niet ingevoerd. Het is verstandig om altijd alle waarden in te voeren in SI-eenheden.
- In het computermodel kun je een punt, maar ook een komma gebruiken om de decimalen te scheiden van de eenheden. In tabel 2 staat een aantal andere speciale karakters voor wiskundige bewerkingen.
- De tekens `:=` moet je lezen als ‘wordt’. In modelregel 1 staat dus: de nieuwe tijd wordt de oude tijd plus dt. Merk op dat het geen gelijkteken kan zijn: dan staat er onzin, want links en rechts zou `t` wegvallen en dan volgt dat `dt` gelijk is aan nul. En dat klopt niet.
- In modelregel 5 is gebruikgemaakt van $v_{\text{nieuw}} = v_{\text{oud}} + \Delta v$ en $\Delta v = a \cdot \Delta t$ (binnen een tijdstap mag je aannemen dat de versnelling constant is en het een eenparig versnelde beweging is).
- In modelregel 6 is gebruikgemaakt van $x_{\text{nieuw}} = x_{\text{oud}} + \Delta x$ en $\Delta x = v_{\text{nieuw}} \cdot \Delta t$ (weer geldt dat je binnen een tijdstap kunt aannemen dat de waarde constant is).

- Modelregels 7-9 bevatten de stopvoorwaarde. Zonder stopvoorwaarde voert de computer een vooraf ingesteld aantal iteraties uit. Het zou dan kunnen dat de hoogte kleiner wordt dan nul en het voorwerp dus 'door de grond valt'. De stopvoorwaarde zorgt ervoor dat de berekening stopt zodra de hoogte kleiner dan of gelijk aan 0 wordt.

tabel 2 Speciale weergave voor wiskundige bewerkingen in een tekstmodel.

wiskundige bewerking	karakter in tekstmodel
vermenigvuldigen	`*`
delen	`/`
$ax10^b$	`aEb`
a^b	`a^b`
$\sqrt{a}$	`Sqrt(a)`
$\|a\|$	`Abs(a)`

ENKELE BELANGRIJKE FUNCTIES

In het model van figuur 3 zag je een voorbeeld van een stopvoorwaarde.
`Als ... Dan` geeft zo'n voorwaarde weer en `Stop` is de functie om het programma onmiddellijk te laten eindigen. Als aan de voorwaarde tussen `Als` en `Dan` wordt voldaan, dan worden de opdrachten tussen `Dan` en `EindAls` uitgevoerd. In dit geval eindigt dan het programma.
Je kunt ook twee voorwaarden hebben, bijvoorbeeld dat een valbeweging van een meteoriet stopt als de grond is bereikt óf als de meteoriet helemaal is verdampt in de atmosfeer. Je gebruikt dan `OF`:

```
Als h<=0 OF m<=0 Dan Stop Eindals
```

Wanneer aan twee voorwaarden allebei moet worden voldaan, dan gebruik je `EN`.
Opmerking: bij de voorwaarden zet je `<=0` en niet `=0`, omdat bij discrete stapjes je nooit precies op bijvoorbeeld een precieze massa 0 uitkomt. De waarde is nog net positief en de volgende tijdstap levert een net negatieve waarde op, signaal om het model te laten stoppen.
Soms zijn speciale functies handig, bijvoorbeeld `Abs()`. Uit de wiskunde ken je de absolute waarde. Bij wiskunde schrijf je bijvoorbeeld $|-12| = 12$. In een computermodel is de notatie hiervoor `Abs`, dus `Abs(x)` heeft als uitkomst de absolute waarde van x.
De tweede speciale functie is `Teken()`. De uitkomst daarvan is −1 als tussen de haakjes iets negatiefs staat, en +1 als tussen de haakjes iets positiefs staat.
Voorbeeld: de luchtweerstandskracht werkt altijd tegen de richting van de snelheid in.
Dan schrijf je: `F = -Teken(v) * c * v^2`

NATUURKUNDIGE VAARDIGHEDEN

2.1 INFORMATIE OPZOEKEN

Leerdoel

V2.1 Je kunt informatie opzoeken in *BiNaS*.

BiNaS is de titel van een informatieboek dat je gebruikt bij Biologie, Natuurkunde en Scheikunde. Je mag *BiNaS* ook tijdens het eindexamen gebruiken. Bij het maken van de opdrachten moet je dit informatieboek regelmatig raadplegen. *BiNaS* heeft geen paginanummering, maar tabelnummers. Als je in de inhoudsopgave van *BiNaS* kijkt, zie je dat er een algemeen deel voor alle vakken is en een gedeelte voor natuurkunde, scheikunde, wiskunde en biologie. Elk vak heeft in *BiNaS* een eigen kleur. Om snel informatie in *BiNaS* te kunnen vinden, kun je gebruikmaken van deze indeling op vak, de inhoudsopgave en de index achterin.
In *BiNaS* tabel 4 vind je de grootheden in het SI en de bijbehorende SI-eenheden. Als je op je examen bijvoorbeeld niet meer weet waarvoor s = 10 m staat, kun je dat in deze tabel terugvinden. In *BiNaS* tabel 2 staan de vermenigvuldigingsfactoren zoals milli, kilo, mega, enzovoort vermeld. In tabel 5 staan omrekeningsfactoren die horen bij de eenheden die geen officiële SI-eenheden zijn.

Voorbeeldopdracht 1

Een wasmachine gebruikt op een dag 1,2 kWh aan elektrische energie.

a Wat is het symbool voor de grootheid energie?
b Wat is de SI-eenheid van energie?
c Reken de door de wasmachine gebruikte energie om naar de eenheid joule.

Uitwerking

a In *BiNaS* tabel 4 zoek je op wat het symbool is voor de grootheid energie. Dat is de hoofdletter E.
b In *BiNaS* tabel 4 zoek je op wat de eenheid is van energie. Dat is de joule (J).
c In *BiNaS* tabel 5 vind je dat een kWh gelijk is aan $3{,}6 \cdot 10^6$ J. De energie is gelijk aan $1{,}2 \times 3{,}6 \cdot 10^6$ J = $4{,}3 \cdot 10^6$ J. Dus $E = 4{,}3 \cdot 10^6$ J

In enkele gevallen wordt het symbool van een grootheid ook voor een andere grootheid gebruikt. Zo is bijvoorbeeld het symbool van dichtheid ρ (spreek uit als rho). Dat is hetzelfde als het symbool voor de soortelijke weerstand ρ. De letter Q wordt zelfs voor drie verschillende grootheden gebruikt: lading, warmte en debiet. Je moet dan bij het invullen van een formule goed kijken welke grootheid wordt bedoeld. Je kunt dit zien aan de overige symbolen in de formule.
Veel tabellen in *BiNaS* hebben een eerste rij waarin is aangegeven welke grootheid er in de kolom staat, wat de gebruikte eenheid is en of er bijvoorbeeld een vermenigvuldigingsfactor wordt gebruikt. Een voorbeeld uit *BiNaS* tabel 8 met gegevens van metalen zie je in tabel 3.

tabel 3 Deel van *BiNaS* tabel 8.

	dichtheid T = 293 K	elasticiteitsmodulus T = 293 K
	10^3 kg m^{-3}	10^9 Pa
aluminium	2,70	71
berylium	1,85	300

De dichtheid van aluminium is dus $2{,}70 \cdot 10^3$ kg m^{-3}. Vergeet niet de vermenigvuldigingsfactor en eenheid te noteren.

2.2 MEETWAARDEN AFLEZEN

Leerdoel

V2.2 Je kunt in een grafiek waarden met de juiste nauwkeurigheid aflezen.

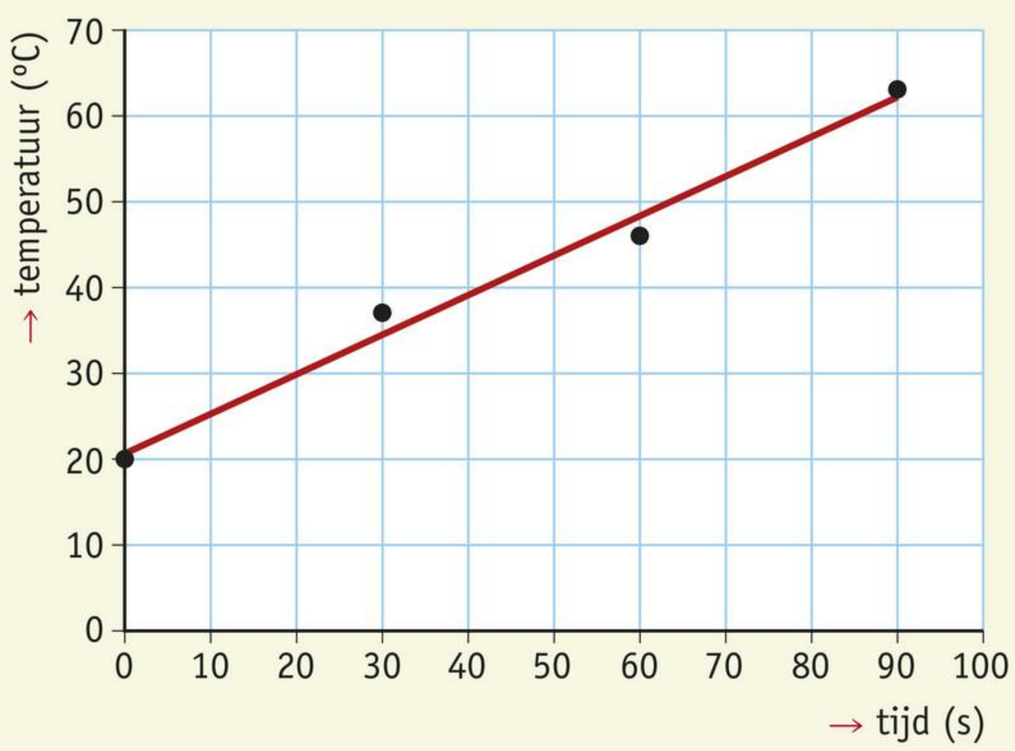
Bij veel opdrachten moet je gegevens uit een grafiek aflezen. Je moet proberen dit zo nauwkeurig mogelijk te doen. De schaalverdeling van de grafiek bepaalt met welke nauwkeurigheid je je antwoord kunt geven.

Voorbeeldopdracht 2

In figuur 4 staat de grafiek van een hoeveelheid water die wordt opgewarmd met een brander.
Bepaal de temperatuur op het tijdstip t = 50 s.

Uitwerking

Je ziet dat de temperatuur op het tijdstip t = 50 s tussen de 40 °C en 50 °C ligt. Je kunt de waarden in de grafiek op de mm nauwkeurig aflezen. Langs de verticale as komt 0,7 mm overeen met 1 °C. Dat betekent dat je de temperatuur tot op de °C nauwkeurig kunt bepalen.
Gebruik je geodriehoek om bij t = 50 s een temperatuur van 44 °C af te lezen. Geef dus alleen de waarden waarvan je zeker bent. Je mag hier dus *niet* aflezen T = 44,0 °C, want dat zou suggereren dat je ook zeker bent van het cijfer 0.



figuur 4 Een hoeveelheid water wordt opgewarmd.

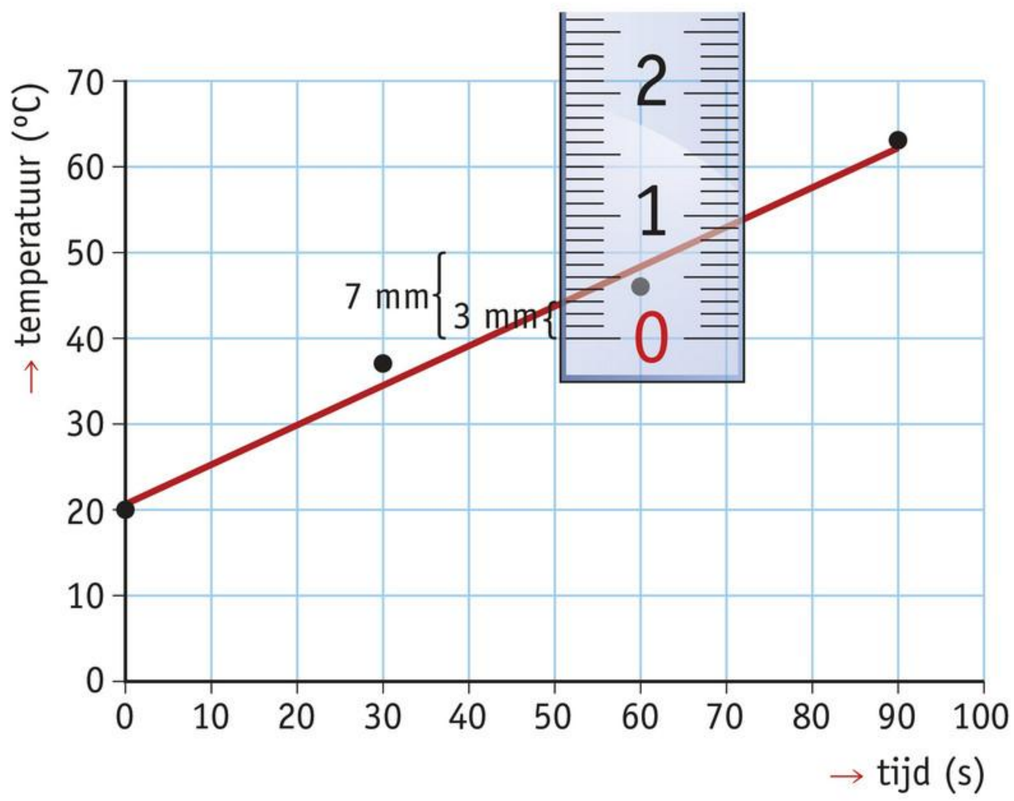
VERHOUDINGEN OPMETEN

Om nauwkeurig af te lezen, maak je gebruik van de verhoudingen in de gegeven schaalverdeling. In figuur 5 zie je hoe dat werkt: de grafiek snijdt de verticale blauwe lijn bij 50 s 3 mm boven de horizontale lijn bij 40 °C. Als je de lengte van een volledig hokje (of schaaldeel) opmeet, vind je 7 mm. Met een verhoudingstabel kun je nu bepalen met hoeveel °C deze 3 mm overeenkomt.

tabel 4 Verhoudingstabel.

	1 hokje	gevraagd
T (°C)	10	?
gemeten (mm)	7	3

Uit de verhoudingstabel volgt dat 3 mm overeenkomt met $\frac{10 \times 3}{7}$ = 4 °C. De gevraagde temperatuur is dus gelijk aan: 40 + 4 = 44 °C



figuur 5 Verhoudingen opmeten.

2.3 MEETNAUWKEURIGHEID EN SIGNIFICANTIE

Leerdoel

V2.3 Je kunt uitkomsten van berekeningen met meetwaarden in het juiste aantal significante cijfers weergeven.

Significante cijfers geven aan hoe nauwkeurig een grootheid is gemeten. Het aantal significante cijfers van een meetwaarde bepaal je als volgt:

- Tel vanaf links het aantal cijfers vanaf het eerste cijfer dat geen 0 is. Nullen aan het begin tellen dus niet mee, nullen aan het eind wel.
- Bij meetwaarden die met behulp van een macht van 10 zijn weergegeven (bijvoorbeeld $1{,}23 \cdot 10^4$) telt de macht van 10 *niet* mee bij het bepalen van het aantal significante cijfers.

In tabel 5 zie je een aantal voorbeelden waarbij de significante cijfers rood zijn gemarkeerd.

tabel 5 Voorbeelden van het aantal significante cijfers.

meetwaarde	aantal significante cijfers
43 cm	2
7,0 cm	2
0,000 000 05 cm	1
5,001 kg	4
$9{,}200 \cdot 10^{-3}$ m	4
$5{,}7 \cdot 10^{6}$ m	2
17 200 000 m	8
0,526 443 3 m	7

VUISTREGELS VOOR SIGNIFICANTE CIJFERS BIJ BEREKENINGEN MET MEETWAARDEN

Als je rekent met meetwaarden bepaalt de minst nauwkeurige meetwaarde de nauwkeurigheid van je eindantwoord. Hiervoor gebruik je twee belangrijke vuistregels.

Vuistregel 1

De uitkomst bij een *vermenigvuldiging* en *deling* noteer je in het kleinste aantal significante cijfers van de bij de berekening gebruikte meetwaarden.

Voorbeeldopdracht 3

De lengte van een zwembad is 10,1 m, de breedte 5,0 m en de waterdiepte 1,65 m.
Bereken het volume van het water in het zwembad.

Gegevens $l = 10{,}1$ m
$b = 5{,}0$ m
$d = 1{,}65$ m

Formule $V = l \cdot b \cdot h$

Uitwerking
$V = l \cdot b \cdot h = 10{,}1 \times 5{,}0 \times 1{,}65 = 83{,}325$ m^3

Het kleinste aantal significante cijfers van de bij de berekening gebruikte getallen is twee (bij 5,0).
De uitkomst mag je dus ook in slechts twee significante cijfers weergeven:
$V = 83$ m^3

Vuistregel 2

Bij het *optellen* (= som) en *aftrekken* (= verschil) van meetwaarden let je niet op het aantal significante cijfers, maar op het aantal decimalen, dus het aantal cijfers achter de komma. De meetwaarden moeten dan wel in dezelfde eenheid zijn geschreven. Bij het optellen en aftrekken van meetwaarden schrijf je de uitkomst op met het kleinste aantal decimalen van de bij de berekening gebruikte meetwaarden.

Voorbeeldopdracht 4

Drie kisten hebben een hoogte van respectievelijk 1,03 m, 65 cm en 1,2 m. Bereken de totale hoogte als je de drie kisten op elkaar stapelt.

Gegevens $h_1 = 1{,}03$ m
$h_2 = 65$ cm $= 0{,}65$ m
$h_3 = 1{,}2$ m

Formule totale hoogte: $h_{tot} = h_1 + h_2 + h_3$

Uitwerking

$h_{tot} = h_1 + h_2 + h_3 = 1{,}03 + 0{,}65 + 1{,}2 = 2{,}88$ m

De meetwaarde met het minste aantal cijfers achter de komma is 1,2 m. De uitkomst mag volgens vuistregel 2 dus maar één cijfer achter de komma hebben. Rond de uitkomst af als $h = 2{,}9$ m.

Merk op dat de meetwaarde 65 cm geen cijfers achter de komma heeft. De andere meetwaarden zijn echter in meter gegeven. Omdat 65 cm = 0,65 m heeft deze meetwaarde twee cijfers achter de komma.

De vuistregels gelden alleen voor meetwaarden en niet voor zogenoemde telwaarden. Telwaarden zijn getallen die aantallen voorstellen. Zo'n aantal is 100% nauwkeurig bekend en heeft geen meetonzekerheid. Als je bijvoorbeeld zes knikkers hebt van elk 9,0 g, dan bereken je de totale massa van die knikkers als volgt: $m = 6 \times 9{,}0 = 54$ g. De uitkomst mag twee significante cijfers bevatten, want 9,0 g bestaat uit twee significante cijfers. De telwaarde 6 is 100% nauwkeurig bekend en beperkt niet het aantal significante cijfers.

2.4 TUSSENTIJDS AFRONDEN

Leerdoel

V2.4 Je kunt (tussen)uitkomsten op een juiste manier afronden.

Een belangrijke regel bij het maken van meerdere berekeningen in een opdracht is: *Bij tussentijds afronden dient minimaal het aantal significante cijfers van de uitkomst meegenomen te worden.*

In de praktijk kun je hieraan op verschillende manieren voldoen:

- Je rondt tussenuitkomsten van een berekening helemaal niet af: je laat de waarde van een tussenuitkomst in je rekenmachine staan en rekent daarmee verder.
- Als je toch tussentijds wilt afronden, doe dan iets meer dan de minimale regel en rond af op één significant cijfer méér dan in het eindantwoord. Dit is iets nauwkeuriger dan de hiervoor genoemde minimale eis.

In voorbeeldopdracht 5 zie je hoe je dit laatste punt in de praktijk gebruikt.

Voorbeeldopdracht 5

Bereken de kinetische energie van een komeet (massa $11 \cdot 10^{12}$ kg) die $2{,}8 \cdot 10^{3}$ km aflegt in 1,0 minuut.

Gegevens

$m = 11 \cdot 10^{12}$ kg
$s = 2{,}8 \cdot 10^{3}$ km $= 2{,}8 \cdot 10^{6}$ m
$t = 1{,}0$ minuut $= 60$ s

Formules

$v = \frac{s}{t}$
$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Uitwerking

De formules die je toepast, zijn $v = \frac{s}{t}$ en $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, dus je vermenigvuldigt en deelt alleen.
Alle gegevens zijn weergegeven in twee significante cijfers, het eindantwoord noteer je dus weer in twee significante cijfers.

Tussenberekening:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2{,}8 \cdot 10^{6}}{60} = 4{,}666\,666\,667 \cdot 10^{5} \text{ m s}^{-1} = 4{,}67 \cdot 10^{5} \text{ m s}^{-1}$$

Toelichting: als je de berekening op je rekenmachine uitvoert, is het antwoord: $4{,}666\,666\,667 \cdot 10^{5}$ m s^{-1}
Omdat je je einduitkomst in twee cijfers wilt opgeven, rond je af op één significant cijfer méér, dus drie cijfers in dit geval.
Nu maak je de berekening verder af (eindantwoord afronden op twee significante cijfers):

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 11 \cdot 10^{12} \times (4{,}67 \cdot 10^{5})^2 = 1{,}2 \cdot 10^{24} \text{ J}$$

Sinds 2024 geldt bij het natuurkunde-examen voor opdrachten waarin *niet* naar significante cijfers wordt gevraagd de volgende (vrij soepele) regel: elke tussentijdse afronding is acceptabel, als er maar rekenkundig correct is afgerond.

2.5 WERKEN MET GROOTHEDEN EN EENHEDEN

Leerdoel

V2.5 Je kunt eenheden afleiden en eenheden herleiden tot SI-grondeenheden.

Bij het afleiden van eenheden moet je soms een eenheid herleiden tot grondeenheden van het SI. In voorbeeldopdrachten 6 en 7 zie je hoe dat werkt.

Voorbeeldopdracht 6

Voor een voorwerp dat vanuit rust versnelt mag je de wet van arbeid en kinetische energie schrijven als: $W_{tot} = ½ \cdot m \cdot v^2$
Leid hiermee de eenheid van arbeid af in grondeenheden van het SI zoals vermeld in *BiNaS* tabel 3A.

Uitwerking

$W_{tot} = ½ \cdot m \cdot v^2$

$[W_{tot}] = [½] \cdot [m] \cdot [v]^2 = 1 \cdot \text{kg} \cdot (\text{m s}^{-1})^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2\,\text{s}^{-2} = \text{kg m}^2\,\text{s}^{-2}$

De eenheid van arbeid uitgedrukt in grondeenheden van het SI is dus $\text{kg m}^2\,\text{s}^{-2}$ ('kilogram vierkante meter per seconde kwadraat').

Opmerking: je ziet dat voor de eenheid van het getal ½ in de formule het getal 1 is ingevuld, omdat een getal in een formule geen eenheid heeft. Je kunt ook gewoon zeggen dat een getal geen eenheid heeft en het dan weglaten uit de afleiding.

Voorbeeldopdracht 7

De formule voor de luchtwrijvingskracht wordt gegeven door: $F_w = k \cdot A \cdot v^2$
Leid de eenheid van de constante k af in grondeenheden van het SI zoals vermeld in *BiNaS* tabel 3A.

naar: examen 2021-I

Uitwerking

Schrijf eerst de formule om:

$$k = \frac{F_w}{A \cdot v^2}$$

Dus: $[k] = \dfrac{[F_w]}{[A] \cdot [v]^2}$

$$[k] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2\,(\text{m s}^{-1})^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{m}^2\,\text{s}^{-2}} = \frac{\text{N}}{\text{m}^4 \cdot \text{s}^{-2}}$$

De N is geen grondeenheid van het SI, dus deze moet je nog wegwerken.
In *BiNaS* tabel 4 vind je: $\text{N} = \text{kg m s}^{-2}$
Invullen:

$$[k] = \frac{\text{N}}{\text{m}^4\,\text{s}^{-2}} = \frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{m}^4\,\text{s}^{-2}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \text{kg m}^{-3}$$

De eenheid van k uitgedrukt in grondeenheden van het SI is dus kg m^{-3} (kilogram per kubieke meter).

2.6 EEN TRENDLIJN TEKENEN

Leerdoel

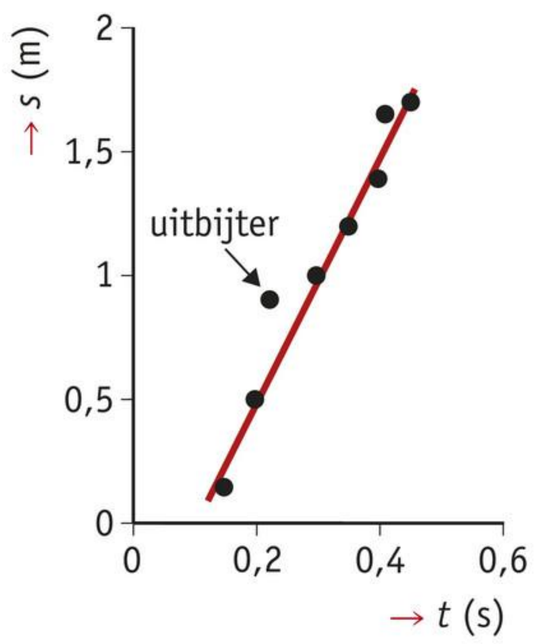
V2.6 Je kunt een passende trendlijn door een verzameling meetpunten tekenen.

Bij natuurkunde moet je vaak meetwaarden uit tabellen in een grafiek zetten en een trendlijn tekenen. Dat doe je op de volgende manier:

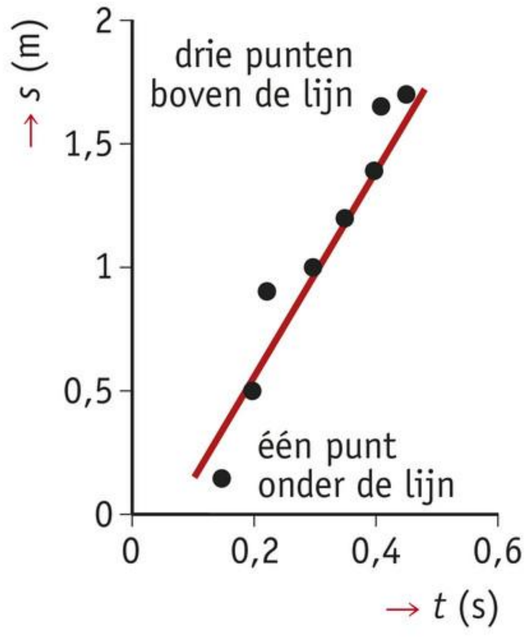
- Teken eerst een assenstelsel en zet bij elke as de grootheid en tussen haakjes de eenheid. Bijvoorbeeld: t (s) en x (m), of tijd (seconde) en plaats (meter).
- Geef de schaalverdeling langs de assen aan.
- Teken je meetresultaten als punten.
- Teken de grafieklijn.

Met behulp van een grafiek kun je een natuurkundig verband zichtbaar maken en kun je een natuurkundige grootheid (zoals de dichtheid van een stof) nauwkeurig bepalen. Een belangrijk voorbeeld van een natuurkundig verband dat je op deze manier kunt ontdekken is een recht evenredig verband. Dit kun je in een grafiek herkennen doordat de meetpunten op een rechte lijn door de oorsprong lijken te liggen. In zo'n geval probeer je om 'de best passende lijn', ofwel trendlijn bij de meetwaarden te tekenen. Om een trendlijn te kunnen tekenen gelden een aantal belangrijke regels:

- 'Uitbijters' zijn meetwaarden waarbij waarschijnlijk iets is misgegaan (misschien heb je op het meetinstrument een meetwaarde verkeerd afgelezen). Zo'n uitbijter herken je in een grafiek doordat deze erg afwijkt van de 'trend' van de andere meetwaarden (figuur 6). Deze uitbijters neem je niet mee in de verdere verwerking van de meetgegevens. Je kunt je meting ook controleren door deze nog een keer uit te voeren.
- De trendlijn die je tekent moet zo goed mogelijk passen bij de meetgegevens. Zorg ervoor dat er zo weinig mogelijk meetpunten afwijken van de getrokken lijn.
- Als er veel meetpunten afwijken van de rechte lijn, zorg er dan voor dat er ongeveer evenveel meetpunten boven als onder de getrokken trendlijn liggen. In figuur 7 zie je een voorbeeld van een trendlijn die niet goed is getekend. Door de trendlijn op een juiste manier te tekenen (figuur 6) middel je de fouten in de meetgegevens uit.
- Verbind de punten nooit een voor een. Het doel van de trendlijn is om de 'trend' van alle meetgegevens zichtbaar te maken.
- Heel vaak (maar niet altijd!) is het punt (0,0) ook een meetwaarde. Als je bijvoorbeeld van een aantal blokjes de massa en het volume hebt gemeten om de dichtheid te bepalen, dan weet je zeker dat een blokje met een volume van 0 cm^3 een massa heeft van 0 g. In deze 'meetwaarde' zit geen meetonzekerheid. In zulke gevallen laat je de grafiek altijd in de oorsprong beginnen.



figuur 6 Een uitbijter.



figuur 7 Een verkeerde trendlijn.

2.7 EEN RAAKLIJN TEKENEN EN DE STEILHEID BEPALEN

Leerdoel

V2.7 Je kunt een raaklijn tekenen aan een punt in een grafiek en hiervan de steilheid bepalen.

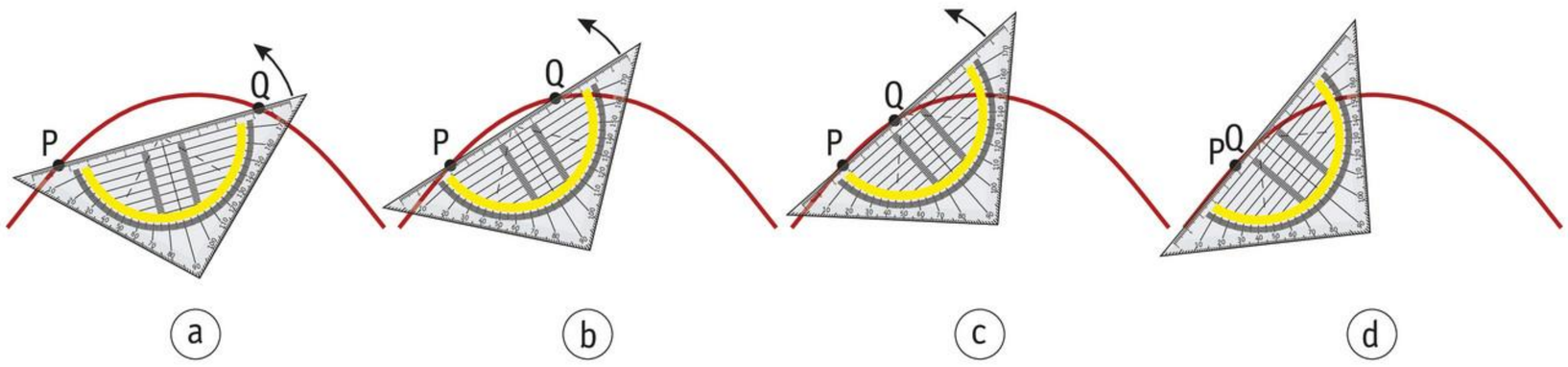
Bij een aantal vraagstukken moet je een raaklijn tekenen om het antwoord (of tussenantwoord) op een vraag te kunnen vinden. De steilheid van een raaklijn heeft vaak een natuurkundige betekenis. Denk bijvoorbeeld aan de formule voor het bepalen van de snelheid uit een (x,t)-diagram: $v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$

EEN RAAKLIJN TEKENEN

Stel, je wilt in punt P met coördinaat (2,−6) een raaklijn tekenen. In figuur 8 zie je hoe je dat doet:

1 Kies een punt Q dicht bij punt P en leg de lange zijde van je geodriehoek zo neer, dat deze de punten P en Q snijdt (figuur 8a).
2 Draai je geodriehoek rond het draaipunt P, zodat punt Q steeds dichter naar P toe schuift (figuur 8b en 8c).
3 Als beide punten samenvallen, heb je de raaklijn gevonden (figuur 8d).

Je antwoord bevat altijd een onnauwkeurigheid, maar probeer ervoor te zorgen dat de richting van de raaklijn zo goed mogelijk overeenkomt met de richting van de grafiek in het punt waar je de raaklijn moet tekenen.



figuur 8 Raaklijn vinden met je geodriehoek.

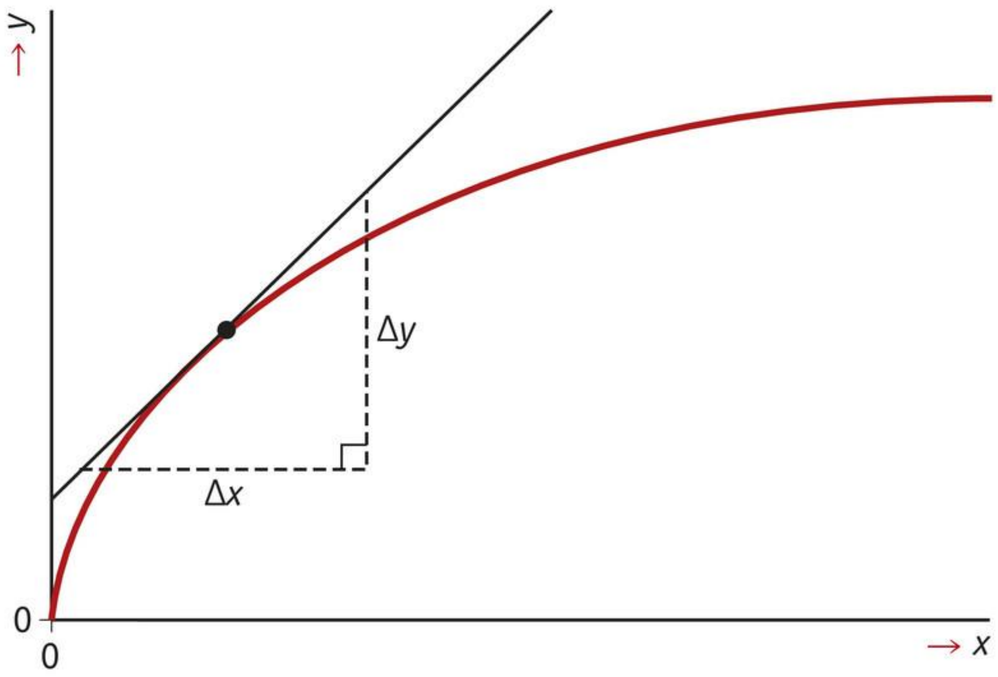
DE STEILHEID VAN DE RAAKLIJN BEPALEN

Als je de raaklijn hebt getekend, kun je de steilheid, ook wel helling, bepalen:

- Teken de 'steilheidsdriehoek' door twee (gemakkelijke) punten op de raaklijn te kiezen (figuur 9). Maak deze driehoek niet te klein, want hoe groter de driehoek, hoe nauwkeuriger je de steilheid kunt bepalen.
- Bereken de steilheid: $\textit{steilheid} = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- Bepaal ook de eenheid van deze steilheid: $\text{eenheid} = \frac{\text{verticaal uitgezette eenheid}}{\text{horizontaal uitgezette eenheid}}$

  Bij een (v,t)-diagram krijg je zo bijvoorbeeld:

  $\text{eenheid} = \frac{\text{verticaal uitgezette eenheid}}{\text{horizontaal uitgezette eenheid}} = \frac{\text{m s}^{-1}}{\text{s}} = \text{m s}^{-2}$



figuur 9 Teken de 'steilheidsdriehoek'.

2.8 DE OPPERVLAKTE ONDER EEN GRAFIEK BEPALEN

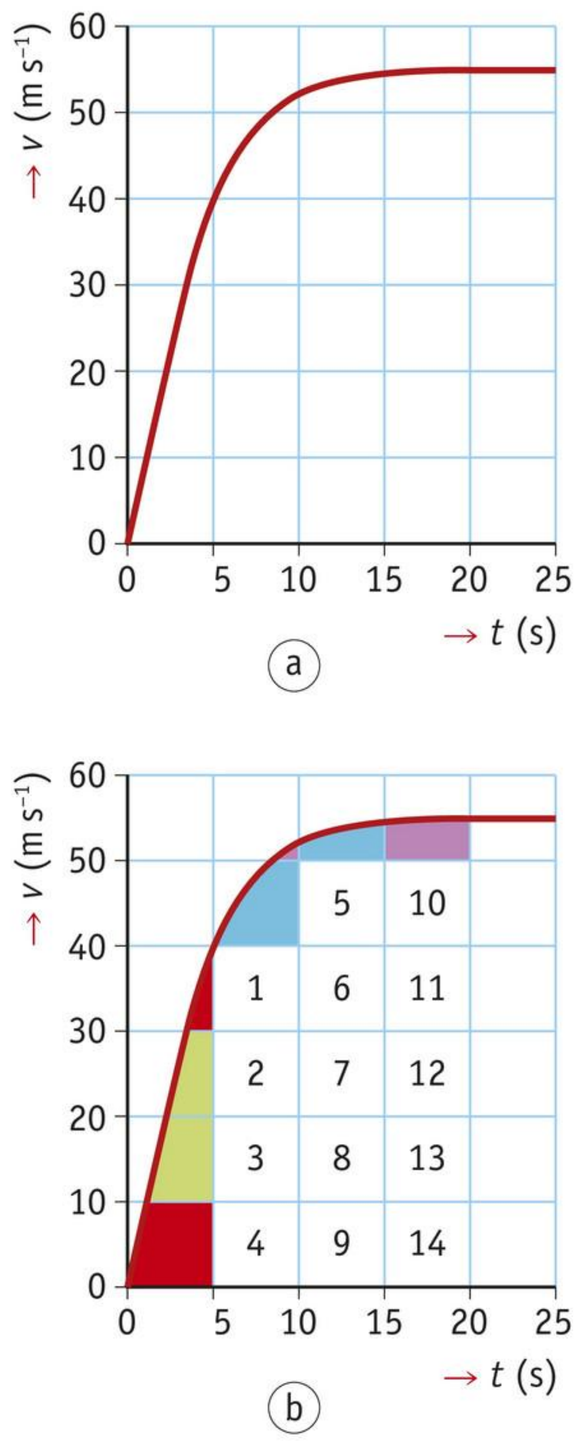
Leerdoel

V2.8 Je kunt de oppervlakte onder een grafiek bepalen en de natuurkundige betekenis hiervan uitleggen.

De oppervlakte onder een grafiek heeft vaak een natuurkundige betekenis. Zo stelt de oppervlakte onder een (v,t)-diagram de verplaatsing (Δx) voor. Er zijn twee manieren om de oppervlakte te schatten: hokjes tellen en door middel van een benadering.

HOKJES TELLEN

- Bepaal wat de oppervlakte van één hokje voorstelt. Je gebruikt hierbij de getallen en eenheden die langs de assen zijn gegeven. In figuur 10a zie je dat de oppervlakte van een hokje gelijk is aan: 10 m s^{-1} × 5 s = 50 m. Merk op dat het hier dus niet om een oppervlakte in m^2 gaat.
- Tel het aantal hokjes onder de grafiek. De hele hokjes zijn gemakkelijk te tellen. Van hokjes die niet compleet zijn, kun je er vaak in gedachten twee samenvoegen tot een compleet hokje. In figuur 10b zijn deze hokjes met verschillende kleuren weergegeven. Onvolledige hokjes probeer je tot slot zo goed mogelijk te schatten. In figuur 10b is het aantal geschatte hokjes gelijk aan 14 hokjes + 1 (rood hokje) + 1 (blauw hokje) + 1 (groen hokje) + 0,5 (paars hokje) = 17,5 hokjes.
- Vermenigvuldig het aantal hokjes met de oppervlakte van één hokje: 17,5 × 50 m = 875 m = 8,8·10^2 m

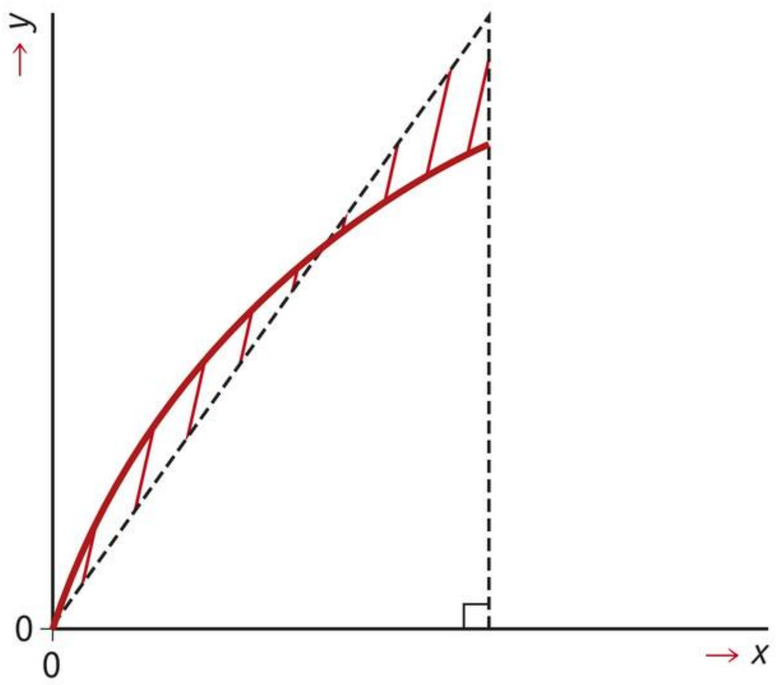


figuur 10 De oppervlakte van een hokje is gelijk aan 50 m (a). Tel het aantal hokjes onder de grafiek (b).

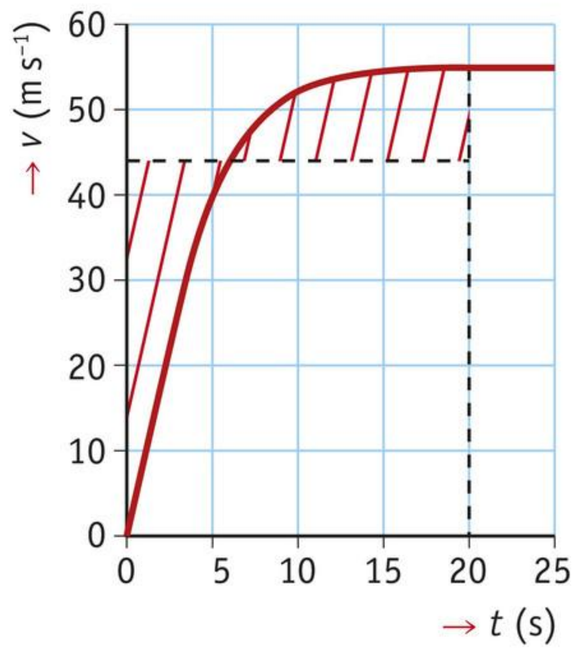
DE BENADERINGSMETHODE

Een andere manier om een oppervlakte te schatten is door het tekenen van een of meer wiskundige figuren zoals een rechthoek of een driehoek, zodat de oppervlakte onder de grafiek 'op het oog' gelijk is aan de oppervlakte van de wiskundige figuur. In figuur 11 geldt dat de oppervlakte van de gestippelde driehoek (ongeveer) gelijk is aan de oppervlakte onder de getekende grafiek. De driehoek is namelijk zó getekend dat de twee gearceerde oppervlakten ongeveer even groot zijn. De oppervlakte onder de grafiek kun je nu dus berekenen door de oppervlakte van de driehoek te bepalen:
oppervlakte = ½ × *basis* × *hoogte*

In figuur 12 is in plaats van een driehoek een rechthoek getekend om de oppervlakte te schatten. Weer is ervoor gezorgd dat de gearceerde oppervlakten 'op het oog' gelijk zijn. De oppervlakte onder de grafiek is nu te benaderen door:
oppervlakte = *lengte* × *breedte* = 44 m s^{-1} × 20 s = 8,8·10^2 m

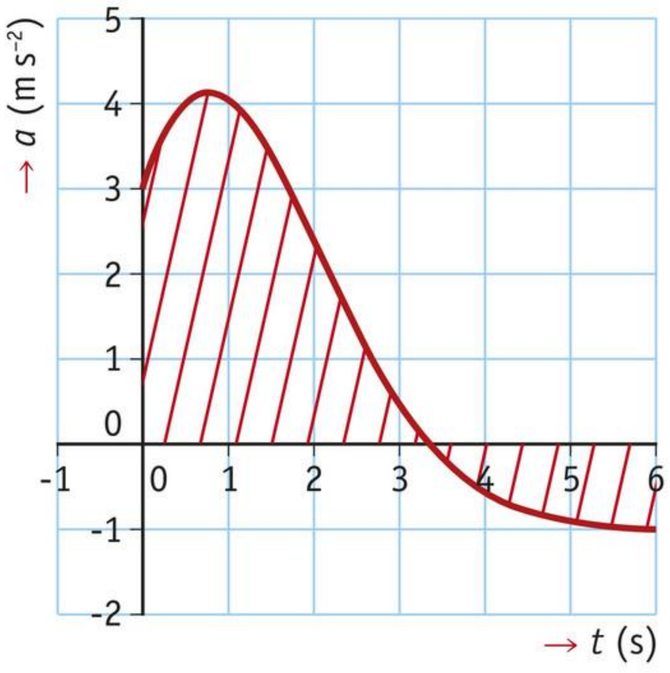


figuur 11 Teken een driehoek.

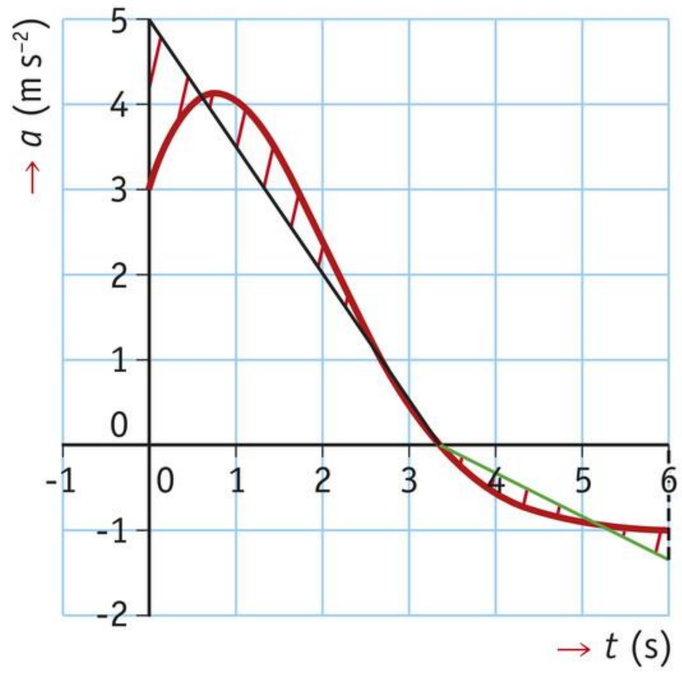


figuur 12 Teken een rechthoek.

In figuur 13 zie je een moeilijker voorbeeld. Stel, je moet de oppervlakte tussen t = 0 s en t = 6 s bepalen. De snelheid is na het tijdstip t = 3,3 s negatief. De oppervlakte die je moet bepalen is altijd de oppervlakte *tussen de grafiek en de horizontale as*. De ingesloten oppervlakte in het laatste deel is in dit geval negatief.
In figuur 14 is de oppervlakte tussen t = 0 s en t = 6 s geschat door het tekenen van twee driehoeken. De oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte van de linker driehoek min de oppervlakte van de rechter driehoek:
oppervlakte = ½ × 5,0 × 3,3 − ½ × 1,3 × 2,7 = 6,5 m



figuur 13 Bepaal de oppervlakte. De ingesloten oppervlakte in het laatste deel is hier negatief.



figuur 14 Teken twee driehoeken.

BETEKENIS VAN DE OPPERVLAKTE ONDER DE GRAFIEK EN EENHEDEN AFSTEMMEN

Als je de oppervlakte onder een grafiek bepaalt, vermenigvuldig je de verticaal uitgezette eenheid met de horizontaal uitgezette eenheid. In bepaalde gevallen heeft die oppervlakte een natuurkundige betekenis. Dit zie je in een aantal voorbeelden:

- Verticaal uitgezet v in $\mathrm{m\,s^{-1}}$, horizontaal t in s: eenheid oppervlakte = $\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{m}$
  Dus deze oppervlakte stelt een (verandering van) afstand voor.
- Verticaal uitgezet a in $\mathrm{m\,s^{-2}}$, horizontaal t in s: eenheid oppervlakte = $\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{m\,s^{-1}}$
  Deze oppervlakte stelt een (verandering van) snelheid voor.

Om binnen de context van de vraag te bepalen of het zinnig is om de oppervlakte onder de grafiek te bepalen kun je dus naar de eenheden kijken.

Voorbeeldopdracht 8

In een grafiek is verticaal het vermogen P (in W) van een wasmachine uitgezet en horizontaal de tijd t in s.
Welke natuurkundige betekenis heeft de oppervlakte onder de grafiek?

Uitwerking

Voor de eenheid van de oppervlakte onder deze grafiek geldt:
eenheid oppervlakte = $W \cdot s = \mathrm{J\,s^{-1}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{J}$
De oppervlakte onder deze grafiek stelt dus de energie voor.

Zorg er indien nodig voor dat je eenheden op elkaar afstemt als je de oppervlakte bepaalt. Dit zie je in het volgende voorbeeld:

- verticaal uitgezet v in $\mathrm{km\,h^{-1}}$, horizontaal t in s: eenheid oppervlakte = $\mathrm{km\,h^{-1}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{km\,h^{-1}\,s}$

Deze eenheid met zowel uur als seconde mag je niet gebruiken voor de verplaatsing (want dat is de natuurkundige betekenis van de oppervlakte onder de grafiek). Je moet dus in je berekening van de oppervlakte de gebruikte snelheden eerst omrekenen van $\mathrm{km\,h^{-1}}$ naar $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

2.9 WERKEN MET FORMULES

Leerdoel

V2.9 Je kunt formules herschrijven.

Voor het herschrijven van formules kun je verschillende wiskundige rekenregels gebruiken, afhankelijk van het soort formule of vergelijking.

Een formule is een wiskundige uitdrukking van de vorm: grootheid = 'berekening met andere grootheden'. Het is soms nodig om die formule om te schrijven zodat je de gevraagde grootheid voor het isgelijkteken krijgt. Je zegt dan dat je deze grootheid vrijmaakt. Een vergelijking is een formule met waarden ingevuld, of twee formules die je aan elkaar gelijkstelt. Ook dan is het nodig om de uitdrukking om te schrijven zodat je de gevraagde grootheid vrijmaakt.

In de wiskunde hebben de verschillende rekenregels vaak een naam, maar het is handiger als je de volgende algemene regel onthoudt en toepast:
De wiskundige bewerking die je aan de linkerkant van het isgelijkteken uitvoert, moet je ook aan de rechterkant van het isgelijkteken uitvoeren.
Alleen dan blijft de linkerkant immers gelijk aan de rechterkant.

Om in te zien welke wiskundige bewerking je moet uitvoeren om een gevraagde grootheid vrij te maken, kun je kijken naar welke wiskundige bewerking je moet omkeren.
Stel dat je met de formule $P = \frac{E}{t}$ de energie E wilt berekenen. Je moet dus E vrijmaken. In de formule wordt E gedeeld door t. Om t aan de rechterkant weg te krijgen, doe je dus het omgekeerde: je vermenigvuldigt met t. Dat doe je dan ook links:

$P \cdot t = \frac{E}{t} \cdot t$ links en rechts vermenigvuldigen met t
$E = P \cdot t$ vereenvoudigen en linker- en rechterlid omkeren

Stel dat je in de formule $P = \frac{E}{t}$ de tijd t wilt berekenen, dan moet je dus eerst zorgen dat t niet in de noemer staat. Ook dan doe je eerst het omgekeerde: je vermenigvuldigt links en rechts met t, zoals hierboven. Je krijgt dan:
$E = P \cdot t$
Nu staat er rechts: 'P keer t'. Je doet dus het omgekeerde: je deelt links en rechts door P.

$\frac{E}{P} = \frac{P \cdot t}{P}$ links en rechts delen door P
$t = \frac{E}{P}$ vereenvoudigen en linker- en rechterlid omkeren

Als je dit moeilijk vindt, probeer dan niet te veel stappen ineens te zetten.

Voorbeeldopdracht 9

Schrijf de formule $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$ om naar de vorm $v = ...$

Uitwerking

Je moet v vrijmaken. Werk eerst de factor ½ weg. Je kunt door een ½ delen of met 2 vermenigvuldigen:

$E_k = ½ \cdot m \cdot v^2 \rightarrow 2 \cdot E_k = m \cdot v^2$

Deel vervolgens door m:

$$\frac{2 \cdot E_k}{m} = v^2$$

Werk nu het kwadraat weg door links en rechts de wortel te trekken:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}$$

2.10 COÖRDINATENTRANSFORMATIES

Leerdoel

V2.10 Je kunt een coördinatentransformatie toepassen zodat meetgegevens voor een gegeven verband een lineaire grafiek opleveren.

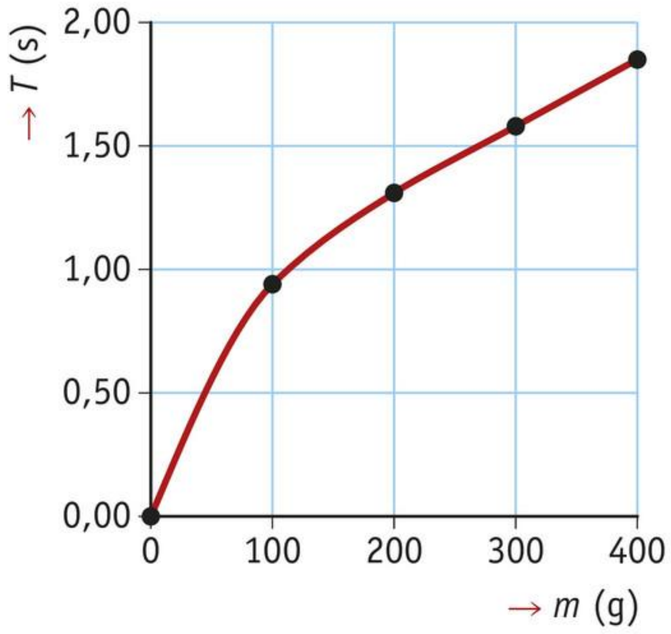
Veel onderzoeksvragen zijn van de vorm: “Hoe hangt grootheid y af van grootheid x?” Het is dan gebruikelijk om x te variëren en y te meten. Daarbij houd je andere variabelen zo goed mogelijk constant.
Op basis van een grafiek van y tegen x kun je vervolgens bepalen welk wiskundig verband er is tussen de grootheden x en y. Als het verband lineair is, verwacht je een rechte lijn. Dan is redelijk eenvoudig te zien of de punten inderdaad op een rechte lijn liggen. Maar als het verband bijvoorbeeld kwadratisch is, of omgekeerd evenredig, wordt het moeilijker. In dat geval kun je een coördinatentransformatie toepassen om toch een lineair verband te krijgen.

Bekijk als voorbeeld de meetgegevens in tabel 6. Hierin staat voor verschillende massa’s m die aan een veer zijn gehangen de periode T van de trilling die het massa-veersysteem uitvoert. Het punt (0,0) is niet gemeten, maar toegevoegd op basis de voorspelling dat de veer niet trilt als er geen massa aan hangt en de massa van de veer te verwaarlozen is.

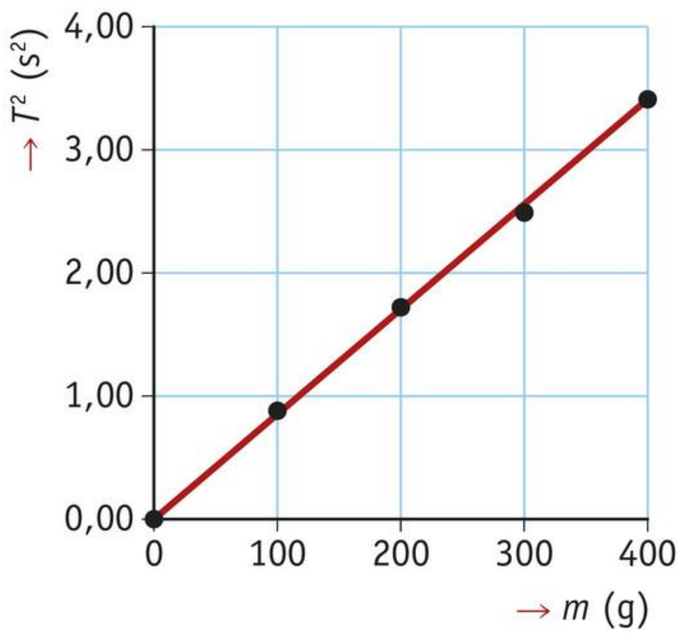
tabel 6 Meetwaarden voor een massa-veersysteem.

m (g)	T (s)	T^2 (s^2)
0	0	0
100	0,94	0,88
200	1,31	1,72
300	1,58	2,49
400	1,85	3,41

Het (T,m)-diagram ziet eruit als in figuur 15. De trendlijn lijkt op een wortelverband. Je zou dus kunnen verwachten dat het volgende verband geldt: $T = C \cdot \sqrt{m}$, waarbij C een te bepalen constante is. Als je deze vergelijking links en rechts kwadrateert krijg je: $T^2 = C^2 \cdot m$. Dus als je T^2 uitzet tegen m, dan verwacht je een recht evenredig verband (een rechte lijn door de oorsprong). De waarden van T^2 staan in tabel 6. De bijbehorende grafiek staat in figuur 16. Je ziet dat de resultaten inderdaad een recht evenredig verband opleveren.



figuur 15 (T,m)-diagram.



figuur 16 T^2 uitgezet tegen m.

In het algemeen geldt bij een coördinatentransformatie dat je de grootheden zodanig in een grafiek uitzet dat er een lineair verband volgt: $y = a \cdot x + b$. In bovenstaand voorbeeld is de coördinatentransformatie dus: $T \rightarrow T^2$ en $\sqrt{m} \rightarrow m$

Voorbeeldopdracht 10

Je meet hoe het vermogen van een weerstand afhangt van de spanning over de weerstand.

a Leid af welk verband je verwacht als de weerstand ohms is.
b Welke twee coördinatentransformaties kun je toepassen om een rechte lijn te krijgen als de meetgegevens inderdaad aan het verband van vraag a voldoen?

Uitwerking

a Voor het vermogen geldt $P = U \cdot I$ en voor de spanning over de weerstand $U = I \cdot R$, dus: $I = \frac{U}{R}$
Samenvoegen levert: $P = \frac{U^2}{R}$

b Je zou dus P uit kunnen zetten op de y-as en U^2 op de x-as. Of je zou $\sqrt{P}$ op de y-as uit kunnen zetten en U op de x-as. Dit levert beide een recht evenredig verband op (als de weerstand ohms is).

3 REKEN- EN FORMULEVAARDIGHEDEN

3.1 VERBANDEN: REDENEREN MET EVENREDIGHEDEN

Leerdoel

V3.1 Je kunt redeneren met evenredigheden (recht, omgekeerd, kwadratisch, omgekeerd kwadratisch).

Redeneren met evenredigheden is handig om te begrijpen hoe de waarde van een grootheid verandert als je een andere grootheid in de formule aanpast. Hiermee kun je de waarde van verschillende grootheden voorspellen, zelfs als je de exacte waarden niet weet. Bijvoorbeeld: hoe verandert de waarde van de weerstand van een draad als je de doorsnede 2× zo groot maakt en de lengte halveert?

Met de volgende stappen kun zo'n opdracht oplossen:

1 Schrijf de formule zo om dat je de variabele waarvan je wilt weten hoe deze verandert (R) hebt vrijgemaakt:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{l} \rightarrow R = \frac{\rho \cdot A}{l}$$

2 Vul in deze formule de gegeven verandering in:

$$R = \frac{\rho \cdot (2A)}{(\frac{1}{2}\, l)}$$

3 Probeer de oorspronkelijke formule in de nieuwe formule te isoleren door eventuele nieuwe getallen naar voren te halen:

$$R = \frac{\rho \cdot (2A)}{(\frac{1}{2}\, l)} = \frac{\rho \cdot 2A}{\frac{1}{2}\, l} = \frac{2}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\rho \cdot A}{l} = 4 \cdot \frac{\rho \cdot A}{l}$$

Dus $R = 4 \cdot \frac{\rho \cdot A}{l}$

De weerstand is in dit geval dus 4× zo groot geworden.

Voorbeeldopdracht 11

Wat gebeurt er met de kinetische energie van een voorwerp als de snelheid 3× zo groot wordt?

Uitwerking

$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (de formule hoef je niet te herschrijven)

$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (3 \cdot v)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 9 \cdot v^2$ (vul de verandering in)

$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 9 \cdot v^2 = 9 \times \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (haal het nieuw verschenen getal naar voren)

De kinetische energie is in dit geval dus 9× zo groot geworden.

Voorbeeldopdracht 12

De gravitatiekracht F_g die een ster met massa m_1 op een planeet met massa m_2 uitoefent wordt gegeven door: $F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
Hierbij is r de afstand tussen ster en planeet.
Wat gebeurt er met de gravitatiekracht als de massa M van de ster 6× zo groot zou zijn en de planeet 3× zo ver weg zou staan?

Uitwerking

$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ (de formule hoef je niet te herschrijven)

$F_g = G \cdot \frac{m \cdot (6 \cdot M)}{(3 \cdot r)^2}$ (vul de veranderingen in)

$F_g = G \cdot \frac{m \cdot (6 \cdot M)}{(3 \cdot r)^2} = G \cdot \frac{m \cdot (6 \cdot M)}{9 \cdot r^2} = \frac{6}{9} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ (haal nieuw verschenen getallen naar voren)

De gravitatiekracht wordt dus een factor $\frac{6}{9}$× ofwel 0,67× zo groot. Anders gezegd: de gravitatiekracht wordt $\frac{9}{6}$× ofwel 1,5× zo klein.

3.2 OPLOSSEN VAN LINEAIRE VERGELIJKINGEN

Leerdoel

V3.2 Je kunt een lineaire vergelijking oplossen.

Je hebt bij wiskunde vast weleens een lineaire vergelijking opgelost, bijvoorbeeld $5x + 4 = 15$. Je ziet dat op de variabele x de volgende bewerkingen zijn toegepast:

- Eerst is de variabele vermenigvuldigd met 5.
- Vervolgens is er 4 bij opgeteld.

Om de vergelijking op te lossen, voer je de *omgekeerde* bewerkingen in *omgekeerde* volgorde uit. Je gebruikt hierbij de balansmethode:

- Trek het getal 4 aan beide zijde van de vergelijking af:
  $5x + 4 - 4 = 15 - 4 \rightarrow$
  $5x = 11$
- Deel beide zijden van de vergelijking door 5:
  $\frac{5x}{5} = \frac{11}{5} \rightarrow$
  $x = \frac{11}{5}$

Bij het oplossen van (lineaire) natuurkundige vraagstukken ga je op dezelfde manier te werk. Daarbij kun je eerst de gegevens invullen en dan de vergelijking oplossen (voorbeeldopdracht 13), of eerst de vergelijking omschrijven en dan pas de gegevens invullen (voorbeeldopdracht 14).

Voorbeeldopdracht 13

Een bal met massa m = 0,80 kg wordt vanaf een toren met hoogte h weggeschoten met een beginsnelheid van 20 m s^{-1}. De bal treft de grond met een eindsnelheid van 22 m s^{-1}.
Bereken de hoogte van de toren.

Gegevens
$m = 0{,}80$ kg
$v_b = 20$ m s^{-1}
$v_e = 22$ m s^{-1}

Formules
$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
$E_z = m \cdot g \cdot h$
$E_{tot,in} = E_{tot,uit}$

Uitwerking
Als je de wet van behoud van energie toepast op deze situatie, krijg je:
$E_{tot,in} = E_{tot,uit}$
$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2$
Invullen van de gegevens:
$\frac{1}{2} \times 0{,}80 \times 20^2 + 0{,}80 \times 9{,}81 \cdot h = \frac{1}{2} \times 0{,}80 \times 22^2$
$160 + 7{,}848 \cdot h = 193{,}6$

De bewerkingen die hier op h zijn toegepast, zijn:

- h is vermenigvuldigd met 7,848
- vervolgens is er 160 bij opgeteld

Om dit op te lossen voer je de omgekeerde bewerkingen in omgekeerde volgorde uit:

- Trek van beide zijden van de vergelijking 160 af:
  $160 + 7{,}848 \cdot h - 160 = 193{,}6 - 160 \rightarrow$
  $7{,}848 \cdot h = 33{,}6$
- Deel beide zijden door 7,848:
  $\frac{7{,}848 \cdot h}{7{,}848} = \frac{33{,}6}{7{,}848} \rightarrow$
  $h = \frac{33{,}6}{7{,}848} = 4{,}3$ m

Voorbeeldopdracht 14

Je kunt een vergelijking ook eerst omschrijven en dan de gegevens invullen:
$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2$

De bewerkingen die hier op h zijn toegepast, zijn:
- h is vermenigvuldigd met $m \cdot g$
- vervolgens is er $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2$ bij opgeteld

Om dit op te lossen voer je de omgekeerde bewerkingen in omgekeerde volgorde uit:
- Trek van beide zijden van de vergelijking $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2$ af:
  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2 \rightarrow$
  $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2$
- Deel beide zijden door $m \cdot g$:
  $\frac{m \cdot g \cdot h}{m \cdot g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2}{m \cdot g} \rightarrow$
  $h = \frac{\frac{1}{2} \cdot v_e^2 - \frac{1}{2} \cdot v_b^2}{g}$

Nu kun je de gegevens invullen:

$$h = \frac{\frac{1}{2} \times 22^2 - \frac{1}{2} \times 20^2}{9{,}81} = 4{,}3 \text{ m}$$

3.3 REGELS VOOR WERKEN MET EXPONENTEN

Leerdoel

V3.3 Je kunt rekenen met exponenten.

De regels voor werken met exponenten vind je in *BiNaS* tabel 36D (Machten en logaritmen):

$$a^{-p} = \left(\frac{1}{a}\right)^p = \frac{1}{a^p} \qquad \text{(regel 1)}$$

$$(a^p)^q = a^{pq} \qquad \text{(regel 2)}$$

In *BiNaS* en in het eindexamen worden veel samengestelde eenheden weergegeven met behulp van negatieve exponenten. Enkele voorbeelden: m s^{-2} in plaats van $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, km h^{-1} in plaats van $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ enzovoort.
Als je een samengestelde eenheid wilt omschrijven naar een notatie met negatieve exponenten, kun je regel 1 gebruiken:

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \text{kg} \cdot \frac{1}{\text{m}^3} = \text{kg m}^{-3}$$

Een wat moeilijker voorbeeld: de eenheid van soortelijke warmte is 'joule per kilogram per kelvin': $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Deze eenheid kun je ook noteren als: $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \text{J} \cdot \frac{1}{\text{kg}} \cdot \frac{1}{\text{K}} = \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$

Als je de regels voor werken met exponenten goed onder de knie hebt, kun je ze ook gebruiken bij het omrekenen van eenheden.
Hierbij is het ook handig dat je *BiNaS* tabel 2 raadpleegt om op te zoeken met welke macht van 10 je een voorvoegsel mag vervangen. Enkele veelgebruikte voorvoegsels vind je in tabel 7.
In de voorbeeldopdrachten 15 en 16 gebruik je bijvoorbeeld dat je het voorvoegsel 'centi' mag vervangen door 10^{-2}.

tabel 7 Voorvoegsels van enkele veelgebruikte machten van tien.

factor	voorvoegsel	symbool
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da
$10^0 = 1$	–	–
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m

Voorbeeldopdracht 15

Reken 20 g cm^{-3} om naar de eenheid kg m^{-3}.

Uitwerking

$20 \text{ g cm}^{-3} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \times (10^{-2} \text{ m})^{-3} =$
$20 \cdot 10^{-3} \times (10^{-2})^{-3} \text{ kg m}^{-3} =$
$20 \cdot 10^{-3} \times 10^{6} \text{ kg m}^{-3} = 20 \cdot 10^{3} \text{ kg m}^{-3}$

Voorbeeldopdracht 16

Reken 70 N cm^{-1} om naar de eenheid N m^{-1}.

Uitwerking

$70 \text{ N cm}^{-1} = 70 \text{ N} \times (10^{-2} \text{ m})^{-1} =$
$70 \times (10^{-2})^{-1} \text{ N m}^{-1} = 70 \times 10^{2} \text{ N m}^{-1} = 70 \cdot 10^{2} \text{ N m}^{-1}$

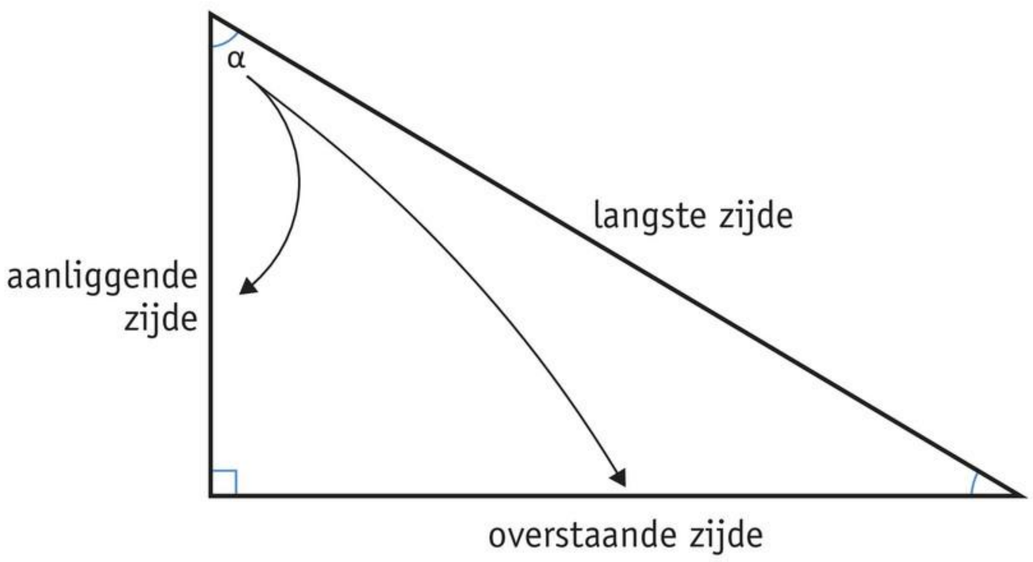
3.4 SINUS, COSINUS, TANGENS

Leerdoel

V3.4 Je kunt rekenen met de sinus, cosinus en tangens.

Met de wiskundige definities van sinus, cosinus en tangens kun je in een rechthoekige driehoek de hoeken uitrekenen als twee zijden gegeven zijn, of een zijde uitrekenen als een hoek en een zijde zijn gegeven.

Een rechthoekige driehoek heeft één rechte hoek van 90°. De zijde die tegenover die rechte hoek ligt is de schuine en langste zijde. Vanuit een van de niet-rechte hoeken gezien is er een aanliggende zijde en een overstaande zijde (figuur 17).



figuur 17 Rechthoekige driehoek.

Met het ezelsbruggetje SOLCALTOA kun je vervolgens onthouden wat het verband is tussen die niet-rechte hoek en de drie zijden van de driehoek (zie ook figuur 17).

$$\text{Sin } \alpha = \frac{\text{Overstaande zijde}}{\text{Langste zijde}}$$

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\text{Aanliggende zijde}}{\text{Langste zijde}}$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\text{Overstaande zijde}}{\text{Aanliggende zijde}}$$

Hetzelfde kun je doen voor de andere niet-rechte hoek. De langste zijde blijft hetzelfde, maar vanuit die andere hoek gezien wisselen de aanliggende en overstaande zijde.
Met de langste zijde wordt in de rechthoekige driehoek de schuine zijde bedoeld (de zijde tegenover de rechte hoek). Omdat het soms lastig is om in een tekening te zien wat de schuine zijde is, wordt in het ezelsbruggetje SOLCALTOA de ‘langste zijde’ in plaats van de ‘schuine zijde’ gebruikt.
Om zijden uit te rekenen gebruik je op je rekenmachine het knopje voor sin, cos en tan. Om de hoek te berekenen als de zijden bekend zijn, moet je de inverse (omgekeerde) van de sinus, cosinus en tangens gebruiken. Die worden aangegeven met $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$. Je doet dat door op je rekenmachine het knopje shift en vervolgens (bijvoorbeeld) sin in te toetsen. Zorg bij het gebruik van sin, cos, of tan dat je rekenmachine staat ingesteld op graden. Boven in je scherm moet een letter D zichtbaar zijn.

Voorbeeldopdracht 17

De sterren Sirius A en Sirius B kun je moeilijk apart van elkaar waarnemen, doordat de hoek waaronder je Sirius A en Sirius B vanaf de aarde kunt zien zeer klein is. Deze hoek kun je vergelijken met de hoek waaronder je koplampen van een auto ziet. De (gemiddelde) afstand tussen Sirius A en Sirius B is 20× zo groot als de afstand tussen de aarde en de zon. De sterren staan op 8,7 lichtjaar van de aarde. De afstand tussen twee koplampen is 1,5 m. Zie figuur 18.
Sirius A en Sirius B worden onder een bepaalde hoek α vanaf de aarde gezien.

a Bereken hoek α.

b Bereken op welke afstand s van de waarnemer de auto moet staan om de koplampen onder dezelfde hoek te zien.

Uitwerking

a De onderlinge afstand tussen Sirius A en B is gelijk aan $3{,}00 \cdot 10^{12}$ m. De sterren staan op een afstand van $8{,}23 \cdot 10^{16}$ m.
Gezien vanuit hoek α is $3{,}00 \cdot 10^{12}$ m de overstaande zijde en $8{,}23 \cdot 10^{16}$ m de aanliggende zijde. Uit SOLCALTOA volgt dat je met de tangens moet werken:

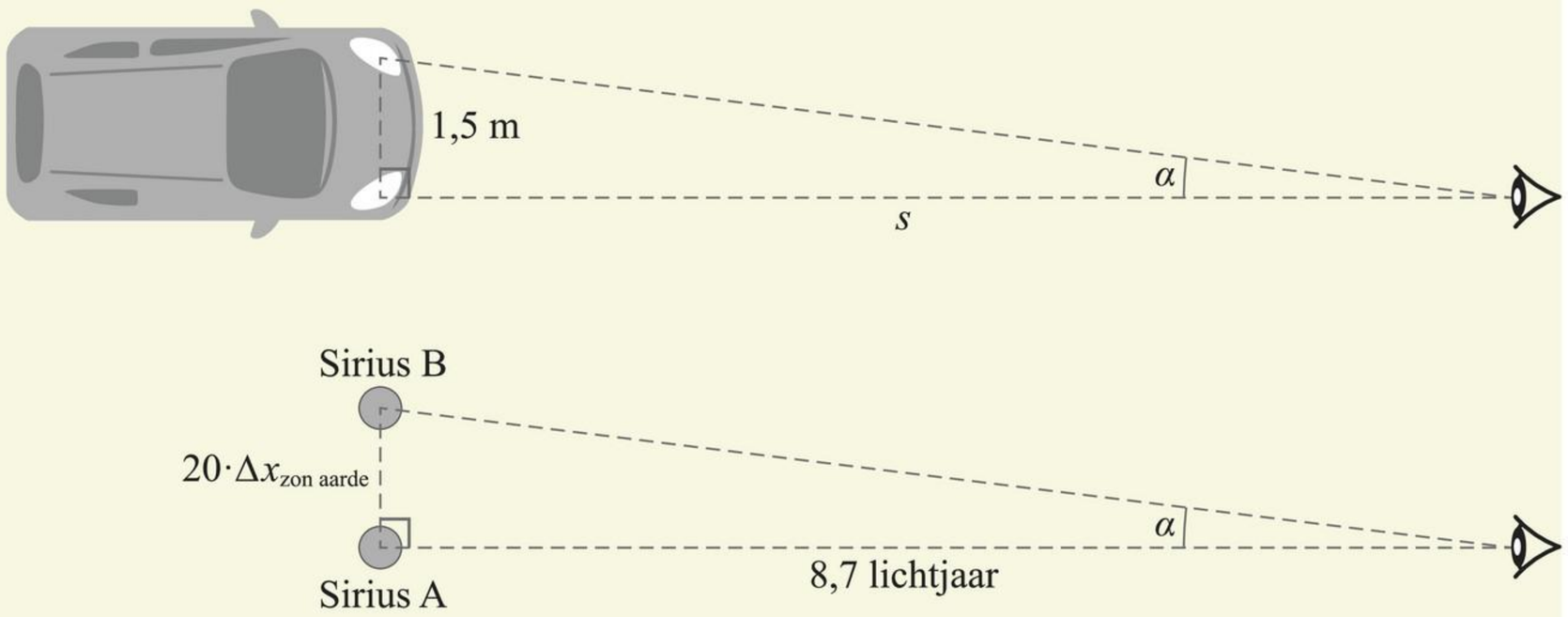
$$\tan\alpha = \frac{3{,}00 \cdot 10^{12}}{8{,}23 \cdot 10^{16}} = 3{,}65 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha = \tan^{-1}(3{,}65 \cdot 10^{-5}) = 2{,}09 \cdot 10^{-3}{}^\circ$$

b In figuur 18 is (gezien vanuit hoek α) s de aanliggende zijde en 1,5 m de overstaande zijde, dus je werkt weer met de tangens:

$$\tan\alpha = \frac{1{,}5}{s} \rightarrow s \cdot \tan\alpha = 1{,}5 \rightarrow s = \frac{1{,}5}{\tan\alpha} = \frac{1{,}5}{\tan(2{,}09 \cdot 10^{-3})} = 4{,}1 \cdot 10^{4} \text{ m}$$

naar: examen 2021-2



figuur 18 Sirius A en Sirius B.

3.5 GELIJKVORMIGHEID BIJ DRIEHOEKEN TOEPASSEN

Leerdoel

V3.5 Je kunt gelijkvormigheid bij driehoeken toepassen.

Gelijkvormige driehoeken zijn driehoeken waarin de hoeken even groot zijn, maar waarbij de ene driehoek een verkleining of vergroting is van de andere driehoek. Hoewel de zijden van de driehoeken dus verschillen in lengte, zijn de verhoudingen van de overeenkomstige zijden wel aan elkaar gelijk.

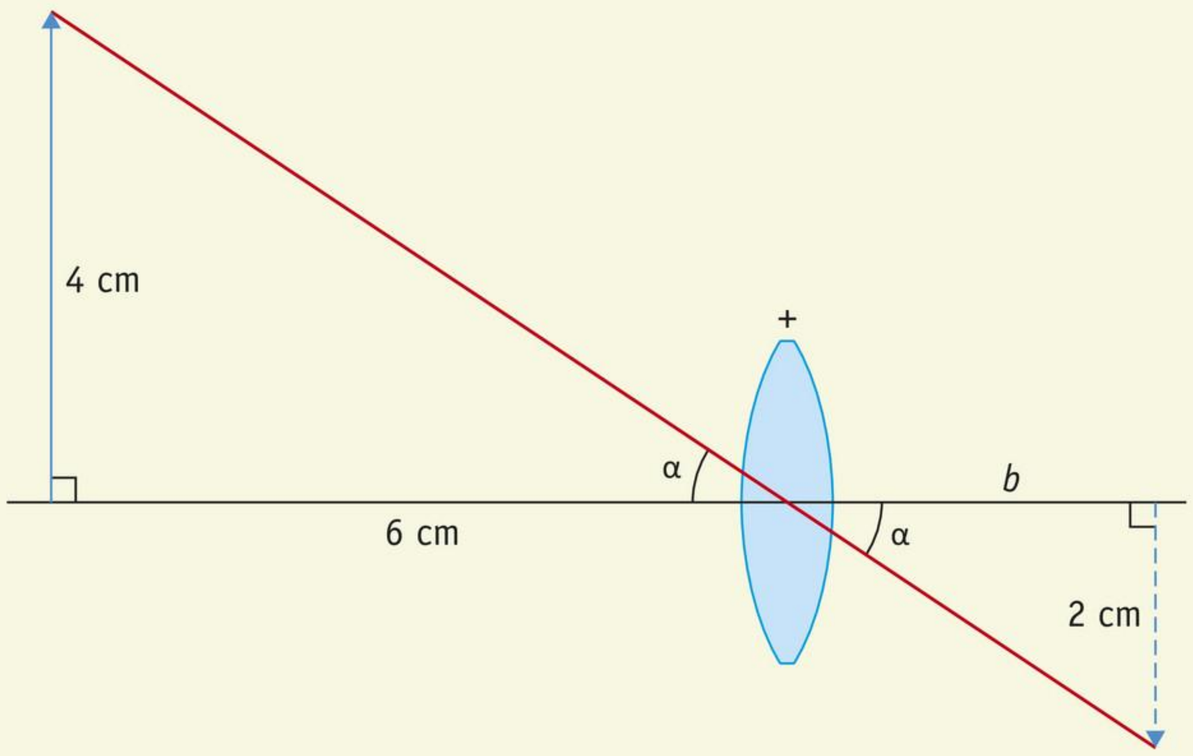
Voorbeeldopdracht 18

In figuur 19 zie je hoe een lens een beeld (de gestippelde pijl) van een voorwerp maakt. De afmetingen van voorwerp en beeld, en de afstand van het voorwerp tot de lens zie je ook in figuur 19.
Bereken de afstand b van het beeld tot de lens.

Uitwerking

In de figuur zie je dat de hoeken in beide driehoeken hetzelfde zijn: de twee driehoeken zijn gelijkvormig. Dan zijn ook de verhoudingen van de zijden in de driehoeken gelijk. In dit geval kijk je naar de verhouding van de overstaande en aanliggende zijden, omdat je er daarvan drie weet, en er maar één onbekend is.

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{b} \rightarrow 4 \cdot b = 2 \times 6 \rightarrow b = \frac{2 \times 6}{4} = 3 \text{ cm}$$



figuur 19 Twee driehoeken zijn gelijkvormig.

ANTWOORDEN

Hier vind je de numerieke antwoorden op de vragen in het boek. De volledige uitwerkingen staan in het uitwerkingenboek.

K1 BIOFYSICA

3 **a** $1{,}2 \cdot 10^5$ m

4 **a** $Fr_{\text{Johan}} = 0{,}45$

$Fr_{\text{Erwin}} = 0{,}78$

b 5,3 km h^{-1}

5 **b** $Fr_{\text{barefoot}} = 0{,}88$

$Fr_{\text{normaal}} = 0{,}75$

6 **a** 0,94 m s^{-1}

b 1,2 m s^{-1}

7 **b** 0,2

18 **b** 0,5 lichaamslengten per seconde.

c 180 km h^{-1}

19 **b** 14 µm s^{-1}

c 26 µm

d ongeveer 27 s

e 0,96 µm s^{-1}

20 87%

22 **a** $1{,}92 \cdot 10^{-16}$ C

b $1{,}92 \cdot 10^{-14}$ A

c $3{,}26 \cdot 10^{-15}$ W

d $6{,}5 \cdot 10^{-9}$ N

24 **a** $5{,}03 \cdot 10^{-4}$ m s^{-1}

b $-4{,}7 \cdot 10^{-12}$ N

26 **a** $1{,}7 \cdot 10^2$ pA

27 **a** 25,0 pN

b 200 nm

30 **b** 8,6 pN

31 **b** 0,14 s

d $t_1 = 6{,}9\%$

$t_2 = 28\%$

$t_3 = 62\%$

K2 GEOFYSICA

12 **b** 9,816 m s^{-2}

14 **a** 29,9 cm

b 30,000 000 3 cm

15 **d** 9,7786 m s^{-2}

20 **a** $2{,}9 \cdot 10^3$ km

b $3{,}7 \cdot 10^3$ km

25 **a** $3{,}0 \cdot 10^3$ km, $2{,}0 \cdot 10^3$ km en $1{,}0 \cdot 10^3$ km

c $40 \cdot 10^3$ km h^{-1}

26 **a** 1,5 s

b 1,6 s

27 $11 \cdot 10^3$ km

35 **a** 0,025%

b $8{,}7 \cdot 10^{-2}$ W m^{-2}

c 382 °C

45 **c** 0,22 mm

K3 RELATIVITEIT

2 **a** 15 m s^{-1}

6 **c** $1{,}4 \cdot 10^5$ J

d $1{,}4 \cdot 10^5$ J

12 **a** 2 m s^{-1}

c $3 \cdot 10^4$ m

16 **a** 0,37 m s^{-1}

c 0,23 m s^{-1}

20 **a** 1,000 01

b 1,001

c 1,15

d $0{,}417 \cdot c$

25 **a** $0{,}66 \cdot c$

b 8 y

26 **a** $6{,}5 \cdot 10^2$ m

b $2{,}3 \cdot 10^{-3}$%

e 9,6%

27 **a** $0{,}999\,999\,999\,95 \cdot c$

b $6 \cdot 10^{-5}$ m

28 **b** $5{,}0 \cdot 10^{-13}$

d $1 - \gamma^{-1}$

e $2{,}0 \cdot 10^{12}$ y

31 **a** $x' = 0{,}00$

$t' = = 0{,}00$

b $x' = 1{,}15$ ls

$t' = 1{,}15$ s

c $x' = 1{,}73$ ls

$t' = 0{,}00$ s

d $x' = 0{,}00$ ls

$t' = 1{,}73$ s

32 **d** $3{,}0 \cdot 10^5$ km

e 0,8 ls

f 1,25

33 **c** 0,8 ls

35 **a** $5{,}7 \cdot 10^{-7}$ °

c $3{,}0 \cdot 10^6$ m s^{-1}

38 **a** $1{,}503\,28 \cdot 10^{-10}$ J

b 938,272 MeV

39 **c** 0,21 TeV

e 19%

41 **a** $2{,}6 \cdot 10^8$ m s^{-1}

b $1{,}9 \cdot 10^6$ m s^{-1}

c $1{,}9 \cdot 10^6$ m s^{-1}

d 79 kV

e 3,1 MV

43 **d** 0,995 c

K4 KERN- EN DEELTJESPROCESSEN

6 **a** $7{,}6 \cdot 10^{10}$ m s^{-1}

8 **b** 1,0 : 0,36

13 **c** 40 m s^{-1}

14 **e** $4{,}9 \cdot 10^{-15}$ m

15 **b** 43 : 1

c 1833 : 1

$3{,}4 \cdot 10^6$: 1

16 **a** $1{,}3 \cdot 10^{11}$ m s^{-1}

B $2{,}50 \cdot 10^{-12}$ J m^{-1}

17 $1{,}64 \cdot 10^{-13}$ J

18 **a** 5,79 MeV

b 0,16 MeV

19 8,7702 MeV

20 **a** 3,6706 MeV per nucleon

21 **b** 10,648 MeV

d 5,701 MeV

22 **b** $4{,}28 \cdot 10^9$ kg

e 24,687 MeV

23 **a** 88 572 kernen

b $3 \cdot 10^{-6}$ J

28 **a** −0,000 083 99 u

30 **a** $2{,}67 \cdot 10^5$ m s^{-1}

31 **c** $3{,}26 \cdot 10^5$ m s^{-1}

d 0,555 keV

38 **a** $3 \cdot 10^{14}$ m^{-2}

b $8 \cdot 10^{16}$ (deeltjes)

c $2 \cdot 10^{-14}$%

41 **i** 181 MeV ($1{,}8 \cdot 10^2$ MeV)

o $1 \cdot 10^{29}$ quarks

42 **f** 9,003 MeV

REGISTER

A

aardkorst 55
aardmagneetveld 81
actief transport 35
annihilatie 180
antideeltje 153
asthenosfeer 55

B

baryonen 179
bellenvat 153
biased random walk 29
bindingsenergie 172
binnenkern 55
bouguercorrectie δg_B 62
buitenkern 55

C

calorimeter 154
circulaire versneller 163
convectie 55

D

deeltjesproces 179
deeltjesvergelijking 178
depolariseren 23
diffusie 35
dradenkamer 155

E

eigenfrequentie 13
elementair deeltje 152
evenwichtsorgaan 21

F

feynmandiagram 190

G

galileitransformatie 99
gammafactor γ 118
gedachte-experiment 116
geofoon 71
getal van Froude 15
gravimeter 61
grondradar 82

H

haarcellen 22
halfcirkelvormige kanalen 21
halfgeleiderdetector 156
hyperpolariseren 23

I

impuls 180
impulsbehoud 180
inclinatie 81
inductiespanning 82
inertiaalstelsel 98
invariant 112

K

kernkracht 161
kosmische straling 161
kruisingssymmetrie 181
K-vangst 181

L

lengtekrimp 120
leptonen 179
lichtsnelheid 108
lineaire versneller 163
lithosfeer 55
lorentztransformatie 130

M

mantel 55
massadefect 170
massa-energierelatie 171
mesonen 188
metaaldetector 82
muonen 161

N

nanoporie 36
neutrino 161

O

omkeerbaarheid 180
ontvangstspoel 82
oppervlaktegolven 69

P

paarproductie 153
passief transport 35
P-golven 68
pomp 35
porie 35
postulaat 112

Q

quarkgetal 187
quark 187

R

random walk 29
referentiestelsel 98
relativiteitsbeginsel 97
ruimtetijddiagram 100
rustenergie 136
rustmassa 136

S

schaduwzone 70
scintillatieteller 156
seismiek 70
seismogram 67
seismologie 55
seismometer 67
S-golven 68
soortelijke weerstand 80
speciale relativiteit 112
stabiel 20
standaardmodel 186
stapfrequentie 12
staplengte 12
statolietorganen 22
sterke kracht 187

T

tijdrek 115
tuimelen 27

V

valversnelling *g* 60
verval 76

W

wereldlijn 100
wisselwerkingsdeeltje 186

Z

zendspoel 82
zwakke kracht 188
zweepstaarten 27
zwemmen 27
δghoogte 61

COLOFON

ONTWERP BINNENWERK
Kimmic concept & design

ONTWERP OMSLAG
Kimmic concept & design

OPMAAK
Crius Group

AUTEURS
Hans van Bemmel
Lodewijk Koopman
Kim Krijtenburg-Lewerissa
Louis Lenders

EINDREDACTIE
Claud Biemans, Frontlinie

BEELDRESEARCH
BenU International Picture Service, Amsterdam

FOTO'S EN ILLUSTRATIES
ANP / Science Photo Library, British Arctic Survey: pag. 50 (b); ANP / Science Photo Library, CERN: pag. 163; ANP / Science Photo Library, David Parker: pag. 164; ANP / Science Photo Library, Gary Hincks: pag. 71 (13), 162; ANP / Science Photo Library, Goronwy Tudor Jones / University of Birmingham: pag. 153 (2), 195 (21); ANP / Science Photo Library, Mark Garlick: pag. 81; ANP / Science Photo Library, Mikkel Juul Jensen: pag. 174; ANP / Science Photo Library, NASA: pag. 148 (1); ANP, Julien Ordan / Science Photo Library: pag. 146-147; ANP, Sacha de Boer: pag. 198; ANP, Science Photo Library / Philippe Psaila: pag. 14; ANP, Soenar Chamid sportfotografie: pag. 46; CERN, D. Barney, 2004: pag. 164; CERN: pag. 195 (22); Cito / CvTE, Cito / CvTE (natuurkunde examen havo 2021, 2e tijdvak): pag. 229; Courtesy KM3NeT: pag. 148 (b); Daliz Ontwerp: pag. 100, 181; Edward Berbee / Nikhef: pag. 149 (3); Edwin Verbaal / Verbaal Visuele Communicatie, Nijmegen: pag. 9 (b), 12, 16, 17 (8, 9), 21 (12-14), 22 (16), 23 (17, 18), 25 (19), 27, 28, 30, 34, 35, 36 (29), 38, 41, 43, 44, 95 (2), 101, 104, 109, 110, 116, 117, 118 (19, 20), 127 (24-26), 128, 129, 131, 132, 134, 135 (32, 33), 149 (2), 150, 156, 167, 206 (2), 210, 215 (6, 7), 216, 217 (9, 10), 218 (11-14), 222 (15, 16), 228, 230; Erik Eshuis Infographics, Groningen: pag. 99, 105, 107, 111 (14), 121, 141, 160, 173, 187, 191, 194 (19), 206 (3); Familie Qian: pag. 153 (1); Getty Images, DPA / Picture Alliance: pag. 119; Getty Images, Pierre Lepretre: pag. 48-49; Iain Masterton Photography: pag. 54; Imageselect / Alamy Stock Photo, Disability Images, Design Pics Inc: pag. 8; Imageselect / Alamy Stock Photo, Greenshoots Communications: pag. 70 (11); iqClock, Florian Schreck: pag. 144; John Russell / Vanderbilt University: pag. 9 (1); KNMI: pag. 68; M. B. Wiggin, G. S. Sawicki and S. H. Collins, "An exoskeleton using controlled energy storage and release to aid ankle propulsion," 2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics, Zurich, Switzerland, 2011, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICORR.2011.5975342.: pag. 45; Michelson, A. A. and Morley, E. (1887). "On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether". American Journal of Science 34 (203): 333–345: pag. 111 (15); NASA / JPL / University of Texas Center for Space Research: pag. 61; Oeuvres complètes. Tome XVI. Percussion(1929) – Christiaan Huygens, p. 29, DBNL (publiek domein): pag. 97 (2); Patteson, A., Gopinath, A., Goulian, M. et al. Running and tumbling with E. coli in polymeric solutions. Sci Rep 5, 15761 (2015). https://doi.org/10.1038/srep15761 CC-BY-4.0: pag. 32; Peter Gillespie (2012) CIL:40627, Rana catesbeiana, auditory hair cell. CIL. Dataset. https://doi.org/doi:10.7295/W9CIL40627: pag. 22 (15); Reprinted figure 1

with permission from: Ho Zah-Wei, Physical Review 70, page 224 – Published 1 August, 1946. Copyright 2024 by the American Physical Society: pag. 159; Rutger Wijnhoven, Delft: pag. 92, 93, 127 (23); Sensors & Software: pag. 84; Shutterstock, Ljupco Smokovski: pag. 25 (20); Shutterstock, Michele Morrone: pag. 6-7; Shutterstock, Mihail Leonov: pag. 90-91; Shutterstock, Monkey Business Images: pag. 200; Shutterstock, Olesya Morokhovets: pag. 10; Shutterstock, Petra Davidova: pag. 17 (7); Shutterstock, Wirestock Creations: pag. 97 (3); Sittrop Grafisch Realisatiebureau, Rotterdam: pag. 71 (12), 95 (1), 102, 106, 155, 188, 194 (20), 204, 209; Universiteit Utrecht, Professor Lucas Lourens: pag. 88; Wikimedia Commons, Pbroks13: pag. 114; Wikipedia: Standard model of elementary particles / Cush (public domain): pag. 190.

Omslag: Shutterstock / Sofia Zhuravetc; Getty Images / Moment / Oscar Sánchez Photography; Shutterstock / Mihail Leonov; ANP / Science Photo Library / Julien Ordan

ISBN 978 94 020 8497 9
Release 3.0, tweede oplage

MALMBERG

MIX
Papier | Ondersteunt verantwoord bosbeheer
FSC® C172387
FSC www.fsc.org

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16b Auteurswet 1912 j° het Besluit van 20 juni 1974, St.b. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, St.b. 471, en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden.

© Malmberg, 's-Hertogenbosch

Ondanks vele inspanningen is het de uitgever misschien niet gelukt alle rechthebbenden te achterhalen. Wie denkt rechthebbende te zijn, kan zich wenden tot de uitgever.

Eindredactie
Claud Biemans, Frontlinie

Auteurs
Hans van Bemmel
Lodewijk Koopman
Kim Krijtenburg-Lewerissa
Louis Lenders

Nova voor de bovenbouw vwo/gymnasium bestaat uit vier boeken. Een boek voor klas 4, een voor klas 5 en een voor klas 6. Daarnaast is er een apart boek voor de keuzeonderwerpen en vaardigheden.



Keuze & Vaardigheden: bij natuurkunde kies je twee keuzeonderwerpen uit vier. Alle keuzeonderwerpen staan in dit boek, net als een beschrijving van de belangrijkste vaardigheden. Handig als naslagwerk: bewaar dit boek dus goed.

MAX

Je mag dit boek houden. Handig als naslagwerk.

Je mag in dit boek schrijven en aantekeningen maken.

Je hebt ook toegang tot de online leeromgeving.

Release 3.0

MIX
Papier | Ondersteunt verantwoord bosbeheer
FSC® C172387
www.fsc.org

ISBN 978 94 020 8497 9

9 789402 084979

606242-02

MALMBERG